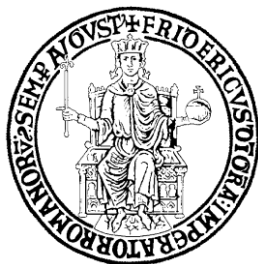


# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



SCUOLA DI DOTTORATO IN INGEGNERIA INDUSTRIALE

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DEI SISTEMI MECCANICI  
XXIII CICLO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA PER L'ENERGETICA

## TESI DI DOTTORATO

*“Studio teorico e sperimentale del movimento del pelo libero di un liquido (sloshing) contenuto in recipienti di varia forma e soggetti a movimenti di tipo sismico.”*

COORDINATORE DEL DOTTORATO  
CH. MO PROF. ING.  
FABIO BOZZA

RELATORE

CH. MO PROF. ING  
CIRO NOVIELLO

CANDIDATO

DOMENICO MELE

ANNO 2010

*A Fabiana*

*"E' ricercando l'impossibile che l'uomo  
ha sempre realizzato il possibile.  
Coloro che si sono saggiamente  
limitati a ciò che appariva  
loro come possibile,  
non hanno mai avanzato  
di un solo passo"  
(Mikahil Bakunin)*

# Credits

*E' bello sapere che hai tante persone da ringraziare pur sapendo che non potrai farlo come vuoi, perché questo lavoro è il frutto di un cammino impegnativo di ricerca e non il diario su cui appuntare la gioia di essere circondato da persone d'animo gentile. Invocando quindi la capacità di sintesi, che secondo me deve essere una delle qualità indispensabili per un ingegnere, ringrazio infinitamente il Prof. C. Noviello fonte inesauribile di idee e consigli utili per la vita. La scintilla è quella che scatena tutto, ecco miglior metafora non potrei trovare per rappresentare la sua arguzia, originalità di pensiero e capacità di vedere lontano "almeno al di là di un palmo dal proprio naso". La stima che nutro per il Prof. C. Noviello e l'onore di essere considerato suo allievo sono incommensurabili. Come è immensa la gratitudine e l'ammirazione che ho nei confronti dell'ing. A. Di Nardo, la mente del futuro, colui che più di tutti potrà dare un contributo significativo alla ricerca italiana. E ringrazio infinitamente il Prof. G. Langella, la cui mitezza unitamente al pensiero brillante rappresentano, secondo me, quanto di meglio l'università italiana possano sperare per il suo futuro. Ma tutto questo non sarebbe mai potuto accadere se i miei genitori non fossero stato un porto tranquillo per le mie tribolazioni. La speranza infinita che hanno riposto in me è stata capace di farmi superare tutti gli ostacoli presentatisi sul mio percorso e di questo non potrò mai ringraziarli a sufficienza. La gioia di mio fratello Vincenzo che sento ad ogni mio traguardo è inspiegabile, volendo rendere l'idea è come quando uno riceve un premio e mentre gli astanti ti porgo gli auguri incroci da lontano uno sguardo d'assenso. Infine grazie a Fabiana mia moglie e al suo Amore navigar con lei per il resto della mia vita non sarà cosa dura.*

*Grazie*

*Napoli li 28 novembre 2010*

*Domenico Mele*



# SOMMARIO

<b>CREDITS</b>	<b>IV</b>
<b>INTRODUZIONE</b>	<b>X</b>
<b>CAPITOLO 1</b>	<b>13</b>
<b>MODELLAZIONE SOLLEVAMENTO DEL PELO LIBERO DI UN LIQUIDO</b>	<b>13</b>
1.1 SLOSHING	13
1.2 MODELLI MATEMATICI	16
1.2.1 TEORIA LINEARE DELL'ONDA	17
1.2.2 SISTEMI MECCANICI EQUIVALENTI	21
1.2.3 METODI CFD	28
BIBLIOGRAFIA	31
<b>CAPITOLO 2</b>	<b>33</b>
<b>MODELLO NUMERICO MULTIFASE VOF</b>	<b>33</b>
2.1 VALIDAZIONE DI FLUENT	33
2.2 SCELTA DEL MODELLO MULTIFASE IN FLUENT	37
2.2.1 PANORAMICA E LIMITAZIONI DEL MODELLO VOF	38
2.3 MODELLO VOF IN FLUENT	39
2.3.1 L'EQUAZIONE DELLA FRAZIONE DI VOLUME	39
2.3.2 PROPRIETÀ	40
2.3.3 L'EQUAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO	41
2.3.4 L'EQUAZIONE DELL'ENERGIA	41
2.3.5 EQUAZIONI SCALARI AGGIUNTIVE	42
2.3.6 INTERPOLAZIONE VICINO ALL'INTERFACCIA	42
2.3.7 DIPENDENZA DAL TEMPO	46
2.3.8 TENSIONE SUPERFICIALE E ADESIONE ALLE PARETI	46
BIBLIOGRAFIA	49
<b>CAPITOLO 3</b>	<b>50</b>
<b>NORMATIVE DI RIFERIMENTO PER GLI ACCELEROGRAMMI</b>	<b>50</b>
3.1 L' ACCELEROGRAMMA	50
3.1.1 IL SISTEMA AD UN GRADO DI LIBERTÀ	50
3.1.2 COMPORTAMENTO ELASTICO DEL SISTEMA AD UN GRADO DI LIBERTÀ	52
3.1.2.1 Oscillazioni libere in assenza di smorzamento	52
3.1.2.2 Oscillazioni libere in presenza di smorzamento	53

3.1.2.3 Risposta sismica e spettro di risposta elastico	55
<b>3.2 L'OPCM 3431 (ORDINANZA DEL PRESIDENTE DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI)</b>	<b>63</b>
3.2.1 PRESCRIZIONE DELL'OPCM 3431 SULL'USO DI ACCELEROGRAMMI	64
3.2.2 SPETTRI DI NORMATIVA	65
<b>3.3 LA SCELTA DEL SET DI ACCELEROGRAMMI</b>	<b>67</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>71</b>
 <b>CAPITOLO 4</b>	 <b>72</b>
 <b>RILIEVI SPERIMENTALI, ANALISI DELL'IMMAGINE E SIMULAZIONE NUMERICA</b>	 <b>72</b>
 <b>4.1 PROGETTAZIONE DEL SISTEMA DI MOVIMENTAZIONE</b>	 <b>72</b>
<b>4.2 PROVE SPERIMENTALI E BANCO DI PROVA</b>	<b>74</b>
4.1.1 BASAMENTO	75
4.1.2 MANOVELLISMO DI SPINTA	80
4.1.2.1 Analisi cinematica del manovellismo di spinta	81
4.1.2.2 Motore elettrico	82
4.1.3 SERBATOIO DI PROVA	84
4.1.4 TELECAMERA AVT PIKE	85
<b>4.2 ANALISI DELLE IMMAGINI</b>	<b>88</b>
4.2.1 PROGRAMMI DI ANALISI IMMAGINI	90
4.2.1.1 Acquisizione filmati	90
4.2.1.2 Taglio immagini	92
4.2.1.3 Estrazione del pelo libero e del baricentro	92
4.2.1.4 Elaborazione dati	93
<b>4.3 IL PROBLEMA DELLA FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO DELLE IMMAGINI</b>	<b>95</b>
<b>4.4 LA SIMULAZIONE NUMERICA</b>	<b>96</b>
4.4.1 ANALISI A PRIORI	96
4.4.2 COSTRUZIONE DELL'ANALISI NUMERICA	97
4.4.2.1 Costruzione del modello geometrico	98
4.4.2.2 Impostazione dei parametri di simulazione	99
4.4.2.2.1 Modello di turbolenza k-ε	100
<b>4.5 ANALISI DEI RISULTATI</b>	<b>103</b>
4.5.1 PROGRAMMI DI ANALISI IMMAGINI	104
4.5.1.1 Acquisizione filmati e taglio delle immagini	104
4.5.1.2 Estrazione del pelo libero	104
4.5.1.3 Elaborazione dati	105
 <b>CAPITOLO 5</b>	 <b>106</b>
 <b>CONFRONTO TRA RISULTATI SPERIMENTALI E NUMERICI</b>	 <b>106</b>
 <b>5.1 ANALISI SPERIMENTALE</b>	 <b>106</b>
5.1.1 DERIVAZIONI DELLE FREQUENZE NATURALI DEL SISTEMA DAL MODELLO ANALITICO DI SLOSHING	107
5.1.2 PROVA CON ALTEZZA DI PELO LIBERO 109MM E FREQUENZA DI OSCILLAZIONE DI 1Hz	111
<b>5.2 ANALISI NUMERICA</b>	<b>122</b>
5.2.1 SIMULAZIONI NUMERICA CON FREQUENZA DI OSCILLAZIONE DI 1Hz	122

5.2.2	<i>SIMULAZIONI NUMERICA CON FREQUENZA DI OSCILLAZIONE DI 1.45Hz</i>	131
5.2.3	<i>SIMULAZIONE NUMERICA CON FREQUENZA DI OSCILLAZIONE DI 2Hz</i>	135
5.3	<b>CONFRONTO DEI RISULTATI ANALITICI E SPERIMENTALI</b>	137
5.4	<b>CONCLUSIONI</b>	144
5.5	<b>ULTERIORE VALIDAZIONE DEL MODELLO</b>	145
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	148
<b>CAPITOLO 6</b>		<b>149</b>
<b>UN INNOVATIVO SISTEMA DI MOVIMENTAZIONE</b>		<b>149</b>
6.1	<b>INTRODUZIONE ALLA MODELLISTICA FISICA</b>	<b>149</b>
6.1.1	<i>L'ANALISI DIMENSIONALE</i>	149
6.1.1.1	Generalità. Dimensioni ed unità di misura	149
6.1.1.2	Prodotti adimensionali. Omogeneità dimensionale	150
6.1.1.3	<i>UN ESEMPIO DELL'ANALISI DIMENSIONALE</i>	151
6.1.2	<i>IL PRINCIPIO DI SIMILITUDINE</i>	154
6.1.2.1	Definizione di similitudine	154
6.1.2.2	Similitudine nei modelli idraulici	155
6.1.2.3	Similitudine di Froude	156
6.1.2.4	Similitudine di Reynolds	157
6.1.2.5	Similitudine di Weber	159
6.1.2.6	Similitudine di Cauchy	159
6.1.2.7	Similitudine di Eulero	160
6.1.2.8	Similitudine di Strouhal	161
6.1.2.9	Effetti scala	161
6.1.2.10	Effetti laboratorio	162
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>162</b>
6.2	<b>SPETTRI DI RISPOSTA ELASTICI DELLA NORMATIVA ITALIANA</b>	<b>163</b>
6.3	<b>SCELTA DELL'ACCELEROGRAMMA</b>	<b>166</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>169</b>
6.4	<b>MODELLO IN SCALA</b>	<b>169</b>
6.4.1	<i>SCELTA DEL CASO DI STUDIO</i>	169
6.4.2	<i>IL MODELLO</i>	173
	<b>BIBLIOGRAFIA:</b>	<b>176</b>
6.5	<b>SISTEMA DI MOVIMENTAZIONE</b>	<b>177</b>
6.5.1	<i>INTRODUZIONE</i>	177
6.5.2	<i>PRIMO DIMENSIONAMENTO DEL MOTORE BRUSHELESS</i>	178
6.5.3	<i>DIMENSIONAMENTO DEL MOTORE BRUSHELESS</i>	180
6.5.4	<i>SCELTA DELL'ATTUATORE LINEARE</i>	185
6.5.5	<i>DISEGNO DEL SISTEMA DI MOVIMENTAZIONE</i>	188
6.6	<b>ALLESTIMENTO LABORATORIO</b>	<b>189</b>
6.6.1	<i>SISTEMA DI ACQUISIZIONE DATI</i>	189
6.6.2	<i>ALLESTIMENTO LABORATORIO SPERIMENTALE</i>	189
6.6.3	<i>TEMPORIZZAZIONE DELLE ATTIVITÀ</i>	190
6.6.4	<i>COSTO INDICATIVO DELL'APPARATO SPERIMENTALE</i>	191
<b>CAPITOLO 7</b>		<b>193</b>

<b>SIMULAZIONE DI UN SERBATOIO CILINDRICO PER STOCCAGGIO DI GASOLIO</b>	<b>193</b>
<b>7.1 DISCRETIZZAZIONE DEL SERBATOIO E IMPOSTAZIONE DELLE SIMULAZIONI</b>	<b>195</b>
<b>7.2 VARIABILI FISICHE MONITORATE</b>	<b>198</b>
7.2.1 <i>PRESSIONE PUNTUALE</i>	198
7.2.2 <i>DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE</i>	200
7.2.3 <i>FORZE ESERCITATE DAL FLUIDO SUL SERBATOIO</i>	201
7.2.4 <i>MOMENTI</i>	204
7.2.5 <i>ALTEZZA MASSIMA E BARICENTRO DEL FLUIDO</i>	205
7.2.6 <i>VERIFICA SPOSTAMENTO</i>	208
<b>7.3 ANALISI RISULTATI PER UN SERBATOIO CILINDRICO PER STOCCAGGIO DI GASOLIO</b>	<b>209</b>
7.3.1 <i>ANDAMENTO DELLA DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE</i>	209
7.3.2 <i>MOVIMENTO DEL BARICENTRO DEL FLUIDO</i>	211
7.3.3 <i>ALTEZZA MASSIMA DI SOLLEVAMENTO DEL PELO LIBERO</i>	214
7.3.4 <i>ANALISI DELLE FREQUENZE</i>	214
7.3.5 <i>ANDAMENTO DELLE FORZE E DEI MOMENTI SUL SERBATOIO</i>	219
<b>CAPITOLO 8</b>	<b>227</b>
<b>SIMULAZIONE DI UN SERBATOIO TRONCOCONICO PER ACCUMULO SALI FUSI</b>	<b>227</b>
<b>8.1 DISCRETIZZAZIONE DEL SERBATOIO E IMPOSTAZIONE DELLE SIMULAZIONI</b>	<b>228</b>
<b>8.2 VARIABILI FISICHE MONITORATE</b>	<b>231</b>
8.2.1 <i>PRESSIONE PUNTUALE</i>	231
8.2.2 <i>DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE</i>	232
8.2.3 <i>FORZE ESERCITATE DAL FLUIDO SUL SERBATOIO</i>	233
8.2.4 <i>MOMENTO RIBALTANTE</i>	236
8.2.5 <i>ALTEZZA MASSIMA E BARICENTRO DEL FLUIDO</i>	236
<b>8.3 ANALISI DEI RISULTATI</b>	<b>239</b>
8.3.1 <i>ANDAMENTO DELLA DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE</i>	239
8.3.2 <i>MOVIMENTO DEL BARICENTRO DEL FLUIDO</i>	244
8.3.3 <i>ALTEZZA MASSIMA DI SOLLEVAMENTO DEL PELO LIBERO</i>	246
8.3.4 <i>ANALISI DELLE FREQUENZE</i>	246
8.3.6 <i>ANDAMENTO DELLE FORZE E DEI MOMENTI SUL SERBATOIO</i>	248
<b>CAPITOLO 9</b>	<b>252</b>
<b>CONFRONTO CON LE NORME INTERNAZIONALI</b>	<b>252</b>
<b>9.1 CARATTERISTICHE DEL SITO E DEL SERBATOIO</b>	<b>252</b>
<b>9.2 NORMATIVE DI RIFERIMENTO</b>	<b>254</b>
<b>9.3 EURO CODICE 8, PARTE 4</b>	<b>255</b>
<b>9.4 INDIAN STANDARD SEISMIC CODE</b>	<b>261</b>
<b>9.5 API 650, WELDED STEEL TANKS FOR OIL STORAGE</b>	<b>263</b>
<b>9.6 CONCLUSIONI</b>	<b>265</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>266</b>

<b><u>APPENDICE 1. GRAFICI DELL'ACCELERAZIONE, VELOCITÀ E SPOSTAMENTO PER [S-2]</u></b>	<b><u>267</u></b>
<b><u>APPENDICE 2. GRAFICI DELL'ACCELERAZIONE, VELOCITÀ E SPOSTAMENTO PER [S-1]</u></b>	<b><u>268</u></b>
<b><u>APPENDICE 3. TABELLA DELL'ACCELERAZIONE, VELOCITÀ E SPOSTAMENTO PER [S-1]</u></b>	<b><u>269</u></b>
<b><u>TAVOLA 1. SERBATOIO 250L 1 DOF.</u></b>	<b><u>277</u></b>
<b><u>TAVOLA 2. SERBATOIO 500L 2 DOF.</u></b>	<b><u>278</u></b>
<b><u>TAVOLA 3. SERBATOIO 500L 4 DOF.</u></b>	<b><u>279</u></b>

# Introduzione

Questo lavoro di tesi di dottorato è stato il giusto epilogo di un percorso iniziato con la mia tesi di laurea. Perché l'argomento affrontato nella mia tesi di laurea mi ha accompagnato durante tutto il mio dottorato di ricerca svolto presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica e per l'Energetica dell'Università degli studi di Napoli Federico II e finanche durante il mio contratto di assegnista di ricerca, svolto contemporaneamente, presso l'ente di ricerca ENEA di Portici (NA).

L'argomento affrontato quindi in questa tesi di dottorato è il fenomeno dello sloshing che rappresenta il movimento di un liquido all'interno di un contenitore, mentre tenta di raggiungere uno stato di equilibrio, per effetto dell'accelerazione istantanea (gravitazionale, traslazionale, ecc.) sentita dal liquido.

Tale fenomeno ha attirato l'attenzione dei ricercatori scientifici fin dagli anni 50.

I campi principali di interesse riguardano i serbatoi di combustibile degli aerei, i serbatoi trasportati sulle navi, i fenomeni sismici sui serbatoi di stoccaggio di gas naturale liquefatto (LNG) e di combustibili liquidi.

In questo lavoro di tesi si è scelto di analizzare tale fenomeno attraverso metodi CFD, cioè attraverso la soluzione ai volumi finiti delle equazioni differenziali che governano il moto del fluido. Nello specifico si è utilizzato il metodo VOF per il tracciamento della superficie libera. Molti codici CFD sono commercialmente disponibili. Nel caso in esame è stato utilizzato Fluent.

Nel primo capitolo si è riportata un'analisi bibliografica della modellazione del fenomeno oggetto di studio. Dalla trattazione matematica, con la teoria lineare dell'onda, sino ai modelli meccanici equivalenti. Di particolare interesse è la prima

modellazione meccanica presentata da Housner nel 1963 e quella ultima proposta da Malhotra nel 2000. Queste due modellazioni infatti sono alla base delle norme internazionali per quanto riguarda l'interazione fluido-struttura nei serbatoi.

Nel secondo capitolo si è presentato nel dettaglio il modello VOF per la simulazione numerica del fenomeno con il software commerciale Fluent.

Nel terzo capitolo invece si è definito cosa si intende per accelerogramma e cosa prevede la normativa italiana per il suo impiego nella simulazione di un evento sismico.

Nel quarto capitolo si è presentata la progettazione e la realizzazione di un sistema di movimentazione sperimentale mono-assiale, capace di riprodurre in laboratorio un movimento sinusoidale tale da generare un'oscillazione del pelo libero di un liquido contenuto in un serbatoio. Si è presentata anche la tecnica di acquisizione dei dati sperimentali attraverso l'utilizzo di una telecamera veloce e la tecnica dell'analisi delle immagini registrate. Inoltre si è definito il modello numerico approntato con Fluent specificando quale solutore si è utilizzato, quali sono le condizioni al contorno e quelle iniziali dell'esperimento condotto in laboratorio.

Nel quinto capitolo si è proceduto quindi al confronto tra i dati numerici con quelli sperimentali. Infine si è individuata una esperienza sperimentale in letteratura e si è voluto validare ulteriormente il modello numerico confrontando i dati ottenuti dalla sua applicazione all'esperimento descritto, con gli stessi dati sperimentali riportati in letteratura.

Nel sesto capitolo si è proceduto alla definizione e alla progettazione di un altro sistema di movimentazione a 4 gradi di libertà con la possibilità questa volta di poter caratterizzare una funzione spostamento rendendo così il moto impresso al serbatoio più rispondente a quello dovuto ad un sisma.

Nel settimo capitolo, confortati dalla validazione del modello numerico, si è inteso applicarlo ad un serbatoio cilindrico per lo stoccaggio di gasolio sottoposto ad un evento sismico. Tale evento sismico è stato simulato con gli accelerogrammi opportunamente implementati in Fluent. I risultati della simulazione numerica sono stati poi presentati sotto forma di andamenti temporali della distribuzione di pressione, del moto del baricentro del fluido, delle forze e dei momenti esercitati dal fluido sulla struttura e di quanto esso si sia sollevato.

Nell'ottavo capitolo si è inteso riportare un'altra applicazione del modello numerico ad un altro tipo di serbatoio questa volta di forma troncoconico contenete sali fusi per l'accumulo termico. Anch'esso è stato sottoposto ad un evento sismico, simulato con gli accelerogrammi sempre opportunamente implementati in Fluent. Anche per questa applicazione i risultati della simulazione numerica sono stati presentati sottoforma di andamenti temporali della distribuzione di pressione, del moto del baricentro del fluido, della delle forze e dei momenti esercitati dal fluido sulla struttura e di quanto esso si sia sollevato.

In fine nel nono capitolo si è proceduti al confronto tra il massimo sollevamento del pelo libero avuto con la simulazione numerica dei due serbatoi, quello cilindrico e quello troncoconico, e con quanto invece previsto dall'applicazione delle norme internazionali quali: l'Eurocodice 8, parte 4, l'API 650 e l'Indian Standar Code.



# Capitolo 1

## Modellazione sollevamento del pelo libero di un liquido

In questo capitolo definiremo che cosa si intenda per sloshing e come questo fenomeno sia stato modellato nel tempo. Si partirà con la teoria lineare dell'onda, si passerà poi ai sistemi meccanici equivalenti e si finirà con la soluzione numerica (CFD) delle equazioni differenziali che governano il fenomeno attraverso il metodo dei volumi finiti.

### 1.1 Sloshing

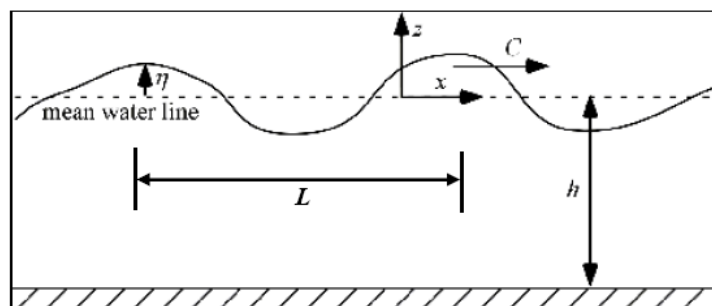
La traduzione letterale della parola sloshing dall'inglese all'italiano è “sguazzamento” di cui il dizionario Garzanti ne dà questa definizione: “si dice di un liquido agitato in un recipiente non pieno”. Possiamo dire che rende bene l'idea del fenomeno fisico dello sloshing.

Diamo ora però una interpretazione più ingegneristica del fenomeno. Esso può essere descritto come il movimento di un liquido mentre tenta di raggiungere uno stato di equilibrio per effetto di un'accelerazione istantanea (gravitazionale, traslazionale, ecc.) sentita dal liquido. La quantità di moto del fluido ed i carichi esterni sul contenitore del fluido impedirà questo stato di equilibrio. A sua volta, il movimento del liquido ha un certo numero di effetti secondari. Tra questi abbiamo: gli effetti acustici dovuti al movimento più veloce e a fluttuazioni di pressione vicino alla superficie libera, ai carichi impulsivi che il liquido può esercitare sul contenitore o su altri corpi strutturali all'interno del contenitore stesso e ad un effetto sulla stabilità dinamica del contenitore nell'insieme.

Il fenomeno dello sloshing ha attirato l'attenzione dei ricercatori scientifici fin dagli anni 50 con il lavoro di Graham e di Rodriguez [1, 2] che hanno studiato gli

effetti del movimento del combustibile sulla dinamica dell'aeroplano. Nel 1960 il lavoro è stato continuato dall'industria aereo spaziale con lavori simili a quello effettuato da Abramson della NASA [3]. Da allora numerose altre pubblicazioni sono state fatte. I campi principali di interesse all'interno del contesto dello sloshing riguardano i serbatoi di combustibile, come quelli degli aerei, il trasporto di serbatoi contenenti liquidi, i fenomeni sismici e l'azione del vento, che inducono oscillazioni sulle costruzioni alte, il campo aereo spaziale, il trasporto marittimo e i serbatoi di gas naturali liquefatti (LNG), ecc. Molte di queste indagini si basano sulle tecniche numeriche, capaci di dare un grosso contributo nel processo di progettazione dei contenitori liquidi.

Lo sloshing è spesso analizzato in una forma semplificata, in cui nessun capovolgimento avviene, ossia quando la superficie libera rimane intatta. Inoltre altre ipotesi forti di lavoro vengono fatte come: l'incompressibilità, flusso irrotazionale non viscoso, nessuna velocità ambientale, sistema bidimensionale e le piccole ampiezze dell'onda, che consente appunto un'analisi semplificata con la teoria lineare [6]. Una prima teoria al riguardo è stata proposta da Lagrange (1776) ed Airy (1845) e fornisce una certa comprensione del comportamento delle onde. Lo studio è suddiviso in onde poco profonde ed in onde profonde. La fig. 1.1 qui sotto mostra in forma generale un'onda, in cui  $C$  è la velocità dell'onda,  $H$  è il livello del fluido, la  $L$  è la lunghezza d'onda ed  $\eta$  è la deviazione della superficie libera dalla linea di galleggiamento media.



**Figura 1.1** Forma generale dell' onda [6]

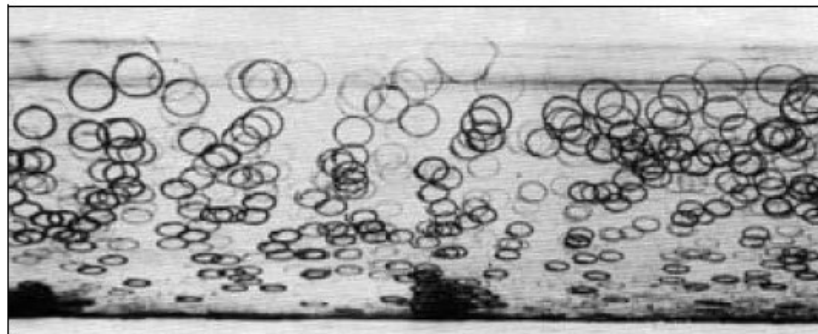
Matematicamente, la differenza fra le onde poco profonde e profonde si manifesta come una dipendenza della velocità dell'onda dal numero d'onda ( $k$ ). Nella teoria per

i fluidi profondi, la velocità dell'onda dipende dal numero d'onda ( $h/L > 0.5$ ) ed il movimento è dispersivo. Per contro, quando la velocità dell'onda manifesta l'indipendenza dal numero d'onda, solitamente per  $h/L < 0.05$ , ci riferiamo a questo come teoria poco profonda dell'onda (non-dispersiva). Il numero d'onda è semplicemente il reciproco della lunghezza dell'onda ( $L$ ). L'equazione 1.1 qui sotto mostra il legame tra velocità e numero d'onda per le onde profonde, mentre l'equazione 1.2 mostra quello che si applica alle onde poco profonde per la velocità dell'onda.

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad (1.1)$$

$$c = \sqrt{gh} \quad (1.2)$$

Visivamente si può vedere la differenza fra il comportamento delle particelle in "acqua profonda" e in prossimità della superficie libera come mostrato nella fig. 1.2 qui sotto, dove abbiamo un'immagine delle traiettorie delle particelle nel piano. La forma della particella come si può vedere è circolare in prossimità della superficie libera ed è invece appiattita verso la parte inferiore. Le particelle intermedie fra la superficie libera e la parte inferiore sono intuitivamente più ellittiche nella figura, poiché il vincolo fisico della parte inferiore ha più effetto. Comunque nel seguito forniremo maggiori dettagli sulla teoria lineare dell'onda.



**Figura 1.2** Le traiettorie delle particelle nel piano delle onde periodiche [7]

Spesso nei casi dello sloshing nei contenitori il comportamento delle onde è in qualche modo non lineare. La fig. 1.3 qui sotto (estratta dagli esperimenti effettuati in laboratorio) mostra un'illustrazione chiara di un tal caso.

Il comportamento non lineare dell'onda con rovesciamento è un fenomeno complesso e di difficile rappresentazione matematica e questo sarà un elemento di discussione nel prossimo paragrafo sui modelli matematici utilizzati per rappresentarlo.

Questo è un comportamento tipico che troviamo nei serbatoi di combustibile e in altri contenitori che possono avvertire accelerazioni simili.



**Figura 1.3** Uno sloshing non lineare di acqua in un serbatoio rettangolare

## 1.2 Modelli matematici

Il modello matematico non riproduce la realtà fisica, ma la rappresenta in maniera più o meno approssimata. Lo stesso fenomeno può essere rappresentato da modelli matematici di diversa approssimazione, nel senso che, partendo da un modello, relativamente semplice, si può passare ad un modello matematico via via più sofisticato. Questo procedimento, che partendo dal sistema reale, consente attraverso una serie di ipotesi semplificative ed applicando principi generali, di giungere alla formulazione di equazioni matematiche, prende il nome di definizione del modello matematico del fenomeno fisico.

In generale possiamo avere un processo di discretizzazione o un processo di linearizzazione. Il processo di discretizzazione consiste nel sostituire il sistema reale

con un sistema discreto costituito da parametri concentrati. Il processo di linearizzazione invece consiste nel semplificare il sistema reale con funzioni linearmente dipendenti. E' da sottolineare che il passo più difficile nello studio teorico di un fenomeno non è quello della soluzione matematica del modello, ma è invece quello della definizione del modello stesso.

Comunque con l'evoluzione tecnologica questi modelli sono sempre più verosimili alla realtà del fenomeno fisico. Qui di seguito introdurremo alcune delle tecniche matematiche che sono state usate tradizionalmente nella modellistica del fenomeno dello sloshing.

### 1.2.1 Teoria lineare dell'onda

La teoria lineare dell'onda, o la teoria dell'onda di Airy, è uno dei primi tipi di modellistica matematica usata per analizzare il movimento dell'onda [6]. Abbiamo brevemente accennato prima che fornisce una certa comprensione dell'onda in movimento, ad un livello relativamente semplice. La teoria matematica è basata sull'equazione di continuità (equazione 1.3) che è espressa in due dimensioni e nell'ipotesi forte di flusso a potenziale. Il potenziale di velocità  $\phi$  è definito nelle equazioni 1.4 - 1.5. Unendo le tre equazioni avremo la forma Laplaciana dell'equazione di continuità (equazione 1.6), per la quale esiste una soluzione esatta. Tutte le equazioni sono definite all'interno del sistema di coordinate descritto nella fig. 1.1 precedente.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

$$u(x, z, t) = \frac{\partial \phi(x, z, t)}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$w(x, z, t) = \frac{\partial \phi(x, z, t)}{\partial z} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.6)$$

Il caso semplice di movimento di un'onda progressiva pura lineare si presta ad una soluzione per separazione di variabili. L'equazione 1.7 rappresenta la forma sinusoidale assunta della superficie libera  $\eta(x,t)$ . Dopo che si è passati alla semplificazione per delle condizioni al contorno e fatta l'ipotesi che l'ampiezza dell'onda sia piccola, cioè, tutti i termini del prodotto  $\partial\phi/\partial x$  siano trascurabili, otteniamo una soluzione adimensionale come mostrato nell'equazione 1.8. In questa equazione  $C$  è la velocità di onda,  $\varepsilon$  è l'ampiezza,  $L$  è la lunghezza d'onda e  $h$  è il livello medio della superficie libera. L'equazione 1.7 è valida per  $\varepsilon \ll h$  e per  $\varepsilon \ll L$ .

$$\eta(x,t) = \varepsilon \sin \frac{2\pi}{L}(x - Ct) \quad (1.7)$$

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{L}{2\pi h} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (1.8)$$

Come precedentemente discusso due possibili ipotesi possono essere fatte a questo punto. Le due possibilità sono o  $h \ll L$  o solo  $L \ll h$ , che descriverebbe intuitivamente un'onda in acqua bassa e un'onda in acqua profonda rispettivamente.

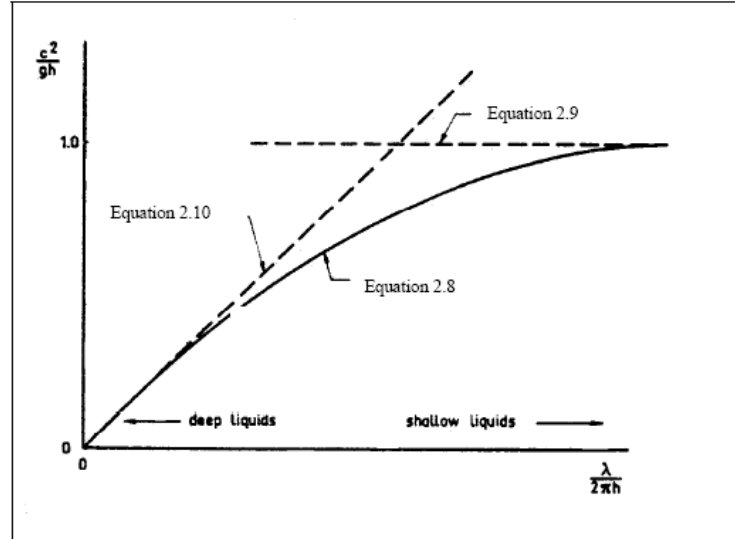
Se consideriamo l'ipotesi di acqua bassa, allora  $2\pi h/L$  nell'equazione 1.8 diventerà piccolo e il termine  $\tanh$  si avvicinerà al valore di questo rapporto. Quindi otteniamo così facendo l'equazione 1.9.

L'ipotesi di acqua profonda al contrario porterà il termine  $\tanh$  ad avvicinarsi all'unità, il che porterà alla relazione mostrata nell'equazione 1.10.

$$\frac{C^2}{gh} = 1 \quad (1.9)$$

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{L}{2\pi h} \quad (1.10)$$

Graficamente, la differenza può essere vista nella fig. 1.4 sotto, che mostra il rapporto tra velocità di propagazione e la lunghezza di onda in termini adimensionali.

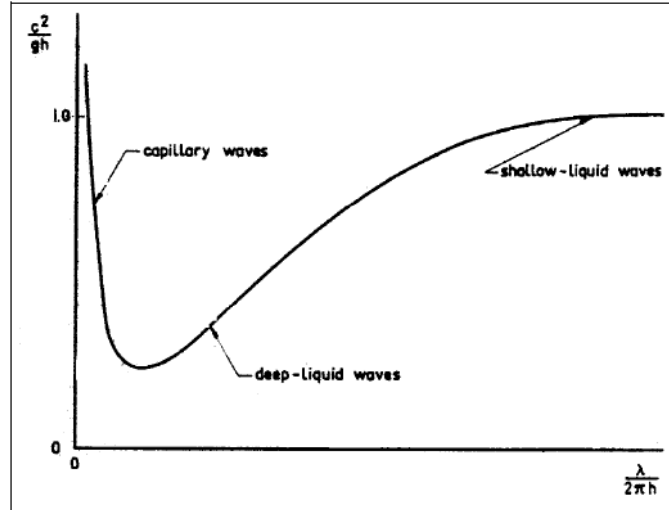


**Figura 1.4** Relazione tra velocità e la lunghezza d'onda di propagazione [8]

Tuttavia, alcune ipotesi fatte all’inizio di questa formulazione portano a inesattezze in questi rapporti. Ad esempio, le onde molto fitte (lunghezza d'onda breve) esibiscono alte velocità di propagazione e come risultato sono velocemente dissipate. La fig. 1.5 mostra una relazione più realistica vicino a questo limite dove le onde sono definite “capillari”.

La teoria dell’onda lineare per un contenitore liquido a 3 dimensioni produce l'equazione 1.11 che rappresenta la  $n^{\text{th}}$  frequenza modale di oscillazione “ $\omega_n$ ” in un contenitore di lunghezza “ $a$ ” e l'altezza del fluido “ $h$ ” [8]. Da evidenziare l'indipendenza della larghezza del serbatoio a questo stadio.

$$\omega_n^2 = \frac{n\pi g}{a} \tanh\left(\frac{n\pi h}{a}\right) \quad (1.11)$$



**Figura 1.5** Effetto di dispersione delle lunghezze d'onda corte su velocità di propagazione dell'onda [8]

Le equazioni date dalla teoria dell'onda lineare descritte sopra sono state estese in numerosi studi. Warnitchai e Pirihaew [9] hanno esteso tale teoria nel tentativo di sviluppare un'equazione per la frequenza del primo modo di vibrare, in un contenitore provvisto di dispositivi di smorzamento di flusso o Liquidi Regolati da Smorzatori (TLD). Lo studio ha prodotto l'equazione 1.12, che è un adattamento dell'equazione 1.11 di cui sopra per  $n = 1$ , con l'aggiunta dell'effetto di smorzamento di un singolo cilindro rigido che rimane verticalmente al centro del serbatoio.  $C$  è il coefficiente di inerzia del cilindro,  $A$  è l'ampiezza dell'onda e  $b$  è la larghezza del serbatoio 3-D.

$$\omega_1^2 = \frac{\pi g}{a} \tanh\left(\frac{\pi h}{a}\right) \left( 1 + \frac{A}{ab} C \left( 1 + \frac{2\pi \frac{h}{a}}{\sinh\left(2\pi \frac{h}{a}\right)} \right) \right)^{-1} \quad (1.12)$$

L'effetto è tuttavia piccolo a causa dell'ordine di grandezza del termine  $A/ab$ . L'equazione 1.11 risulta essere interessante quando si analizza lo sloshing in un serbatoio senza dispositivi di smorzamento. Modi e Munshi [10] hanno esaminato in dettaglio l'effetto della profondità e della frequenza modale, traendone che gli smorzatori operano a livello ottimale per una singola velocità e profondità dell'onda.



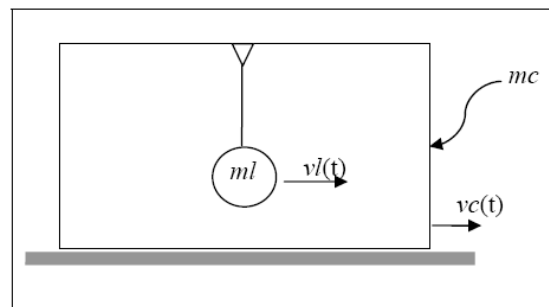
L'analisi modale ha avuto ulteriore attenzione da Schotte e da Obayon [11], con la dimostrazione della validità dell'approccio della gravità apparente, in corpi acceleranti.

Benché le soluzioni lineari possano funzionare bene per casi semplici, esse sono limitanti. Soluzioni simili a quelle descritte esistono per numerosi problemi molto semplici, ma casi semplici come questi non rappresentano la maggioranza dei problemi di ingegneria. Negli anni '70, Faltinson [12] ha esteso il campo a forme teoriche approssimate per lo sloshing non viscoso nello spostamento dei serbatoi. Più recentemente, Frandsen [13] ha presentato la combinazione di teoria di flusso potenziale con tecniche di trasformazione physical-to-computational per semplificare la rilevazione della superficie libera. Tuttavia, i metodi alternativi per risolvere il fenomeno dello sloshing devono essere utilizzati nella maggior parte dei casi in cui si presentano in forme estremamente semplificate. Questa necessità ha condotto allo sviluppo di metodi tipo CFD, di cui discuteremo più avanti nello specifico.

### *1.2.2 Sistemi meccanici equivalenti*

I Sistemi Meccanici equivalenti (EMS) sono sistemi meccanici che rispondono nello stesso modo in cui i sistemi originali/effettivi potrebbero rispondere. Di solito sono rappresentati come sistemi a parametri concentrati (LPM) e sono formati da una serie di masse, molle e smorzatori, che quando eccitati esibiranno forze di ritorno simili al sistema reale. Questi modelli sono un'eredità di quando la potenza di calcolo era limitata a penna e carta ed erano limitati spesso dalle ipotesi restrittive fatte. I modelli di questa natura tuttavia esistono ancora [1,2,4] e possono ancora dare qualche spunto per la risoluzione dei problemi. Ovviamente ce da dire che la potenza di calcolo messi oggi a disposizione dalla tecnologia ha un costo computazionale non del tutto trascurabile. Quindi non sono stati completamente accantonati i sistemi meccanici equivalenti. Un modello meccanico molto semplice è stato introdotto nel 1951 da Grabam [2] che ha rappresentato il combustibile nel serbatoio con un pendolo equivalente. Questa analogia è stata indagata più recentemente da Fernando [4] e qualche lavoro sperimentale è stato eseguito per lo spettro di validità. La figura 1.6 mostra una rappresentazione schematica del modello.

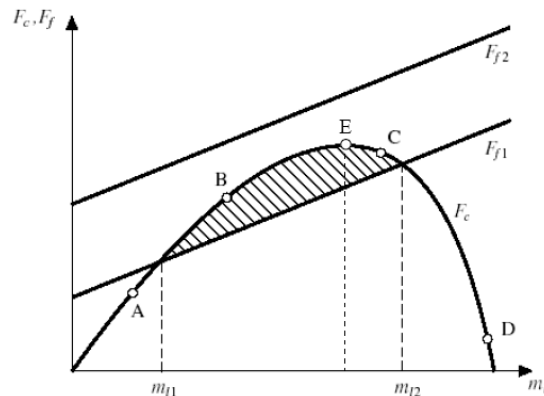
La massa del liquido nel contenitore è rappresentata dalla massa del pendolo ( $ml$ ), mentre la velocità del pendolo ( $vl$ ) rappresenta la velocità del centro di massa del fluido. Il contenitore mantiene la sua massa ( $mc$ ) e la sua velocità ( $vc$ ). Lo studio di Fernando [4] si impernia sul movimento del contenitore rispetto alla superficie su cui riposa. Il movimento è influenzato dal comportamento del fluido nel contenitore. Confrontando dati sperimentali con il modello analitico, egli mostra a regime che il modello rappresenta bene la realtà dei fatti. Come era prevedibile attendersi però, lo spettro di validità del modello è limitato a forze di eccitazione piccole. In caso contrario, il comportamento non lineare della superficie libera non può essere rappresentata da un pendolo. Il modello tuttavia fornisce qualche intuizione interessante sul livello dello sloshing come funzione del livello di fluido.



**Figura 1.6** Schema del pendolo equivalente

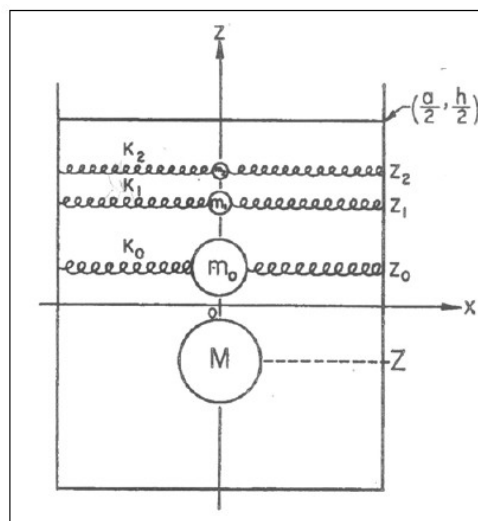
Continuando con l'analogia introdotta sopra, Fernando considera la forza d'attrito ( $F_f$ ) e la forza sul contenitore causata del liquido che sguazza ( $F_c$ ). La fig. 1.7 illustra la variazione nelle forze  $F_f$  e  $F_c$  in riferimento alla massa del fluido nel contenitore  $ml$ .  $F_{f1}$  e  $F_{f2}$  rappresentano due curve di forza d'attrito corrispondenti alle due masse del contenitore ( $mc_1$  e  $mc_2$ ). Per il caso rappresentato dalla curva  $F_{f1}$ , il serbatoio oscillerà nell'intervallo  $m_{11} < m_1 < m_{12}$ , cioè, quando  $F_c > F_f$ . Quando  $F_c < F_f$ , come ai punti A e D, non ci sarà alcun movimento relativo tra il contenitore e la superficie. L'area ombreggiata indica dove si verificherà il movimento per tutte le masse del contenitore maggiori di  $mc_1$ . Alcune delle osservazioni principali che possono essere fatte includono il comportamento non lineare di  $F_c$ . Questo può essere spiegato dal fatto che non tutto il fluido è coinvolto nell'oscillazione. Per livelli di riempimento bassi, massa di fluido sotto il punto B, la forza  $F_c$  è minima a causa della mancanza di fluido nel serbatoio, cioè, gli effetti inerziali sono bassi. Per alti livelli di

riempimento, le masse di fluido sono sopra il punto C, poco spazio (gas) è infatti disponibile nel serbatoio per un'oscillazione completa e quando il contenitore è pieno ( $m_{l2}$ ) nessuna oscillazione avviene. Un'ulteriore osservazione è che il punto di gradiente nullo di  $F_c$  ( $m_l$ ) (E) non è infatti al 50% del punto di riempimento. I dati infatti suggeriscono un valore tra il 65 e il 70%.



**Figura 1.7** La relazione tra  $F_c/F_f$  e il  $m_l$

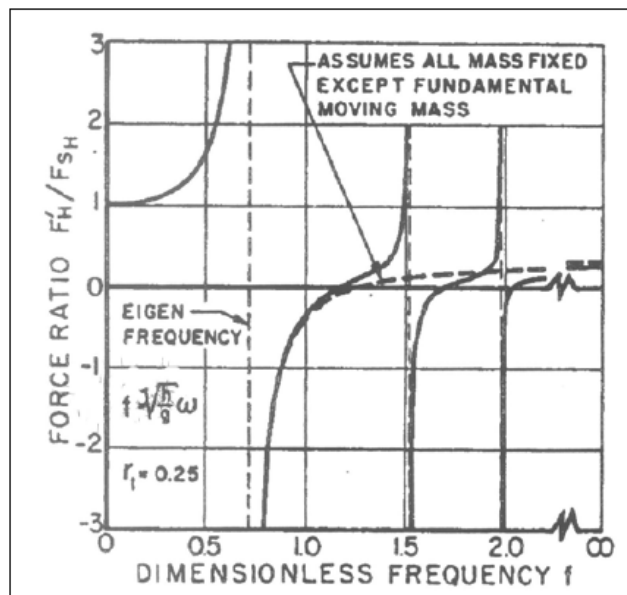
Un LPM più complesso nell'ambito aeronautico è stato introdotto da Graham e Rodriguez [1] nel 1952. Il modello è stato sviluppato in un tentativo di analizzare le forze prodotte su un aeroplano dal movimento del combustibile nei serbatoi del carburante durante il volo. La fig 1.8 mostra uno schema di questo LPM. Le diverse masse sono utilizzate per modellare le diverse armoniche.



**Figura 1.8** Graham e Rodriguez LPM [1]

Il modello di Graham e Rodriguez è limitato a piccole accelerazioni paragonate alla gravità e a spostamenti angolari molto piccoli. Infatti, il modello è limitato a tre movimenti del serbatoio; traslazione dell'asse  $x$ , beccheggio nel piano  $x$ - $z$  e imbardata rispetto a  $z$  (fig. 1.8). Tuttavia, anche considerando semplificazioni significative, le equazioni che rappresentano il modello sono molto complesse e l'autore suggerisce che un modello che possa rispondere a tutti i movimenti del serbatoio "non può" essere costruito. Lo svantaggio principale del sistema è che non esiste uno smorzamento, tuttavia le frequenze proprie possono essere estratte. La fig. 1.9 [1] mostra un rapporto delle forze (forza prodotta dal sistema meccanico a causa di un'oscillazione orizzontale, diviso la forza che sarebbe prodotta se il combustibile fosse un solido) a frequenza di dimensioni più piccole per un serbatoio di rapporto di forma 0.25.

Questo è il formato tipico dei dati che uno sarebbe in grado di estrarre dal modello e mostra chiaramente frequenze proprie e può essere utilizzato nella progettazione del serbatoio del carburante dell'aeroplano per assicurare che certe frequenze proprie non interferiranno con il comportamento dell'aereo.



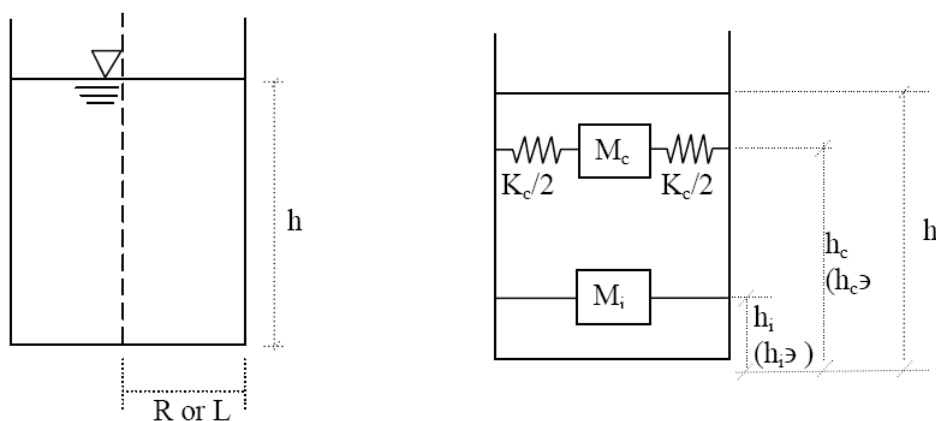
**Figura 1.9** Rapporto forze contro frequenza di dimensioni più piccole per Graham e Rodriguez

LPM [1]

In fine nell'ambito della sismica civile, e nello specifico dell'analisi sismica di un serbatoio, richiedono specifiche considerazioni sempre per l'interazione liquido-struttura presente in questo tipo di struttura civile. Le complesse forze idrodinamiche che si generano in seguito ad un evento sismico e che si estendono poi alla parete del serbatoio richiedono l'adozione di un modello adeguato per poterle analizzare correttamente [18].

Negli ultimi anni diversi modelli meccanici sono stati resi disponibili per l'analisi semplificata del fenomeno. Questi modelli meccanici convertono il sistema liquido-struttura in un sistema equivalente di masse e molle. I codici per la progettazione usano questi modelli meccanici per valutare la risposta sismica di un serbatoio conseguente al movimento orizzontale e verticale della base del serbatoio. L'adozione di questi modelli meccanici servono a quantificare quindi: la distribuzione della pressione sulla parete del serbatoio, il periodo proprio del serbatoio, gli effetti dell'interazione liquido serbatoio e la massima altezza dell'onda del liquido in seguito al fenomeno dello sloshing.

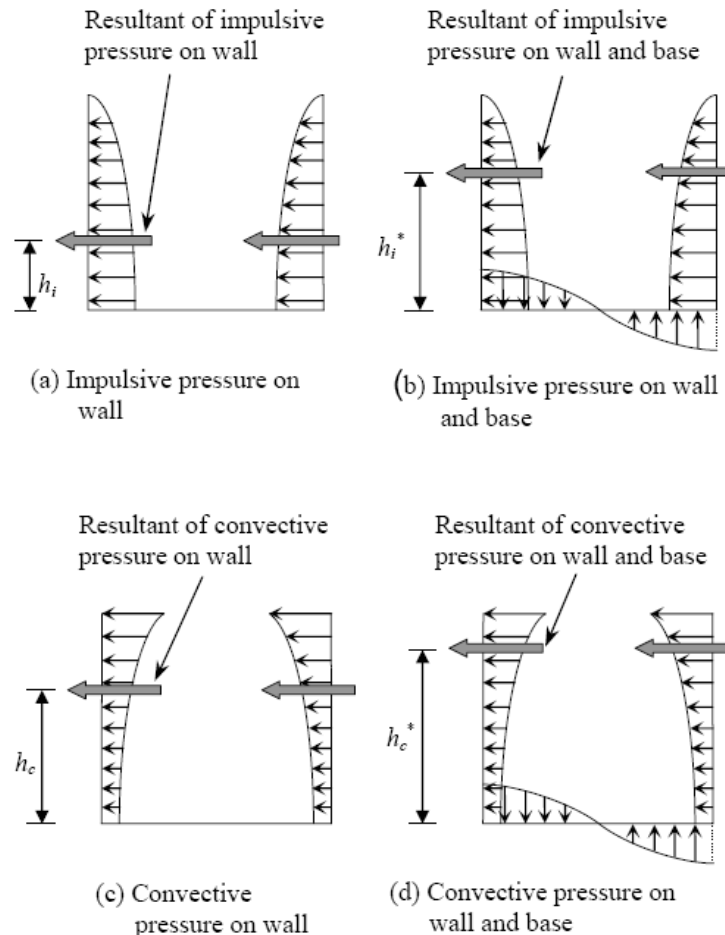
In questi modelli meccanici è accettato che il fluido vibrante contenuto all'interno del serbatoio abbia due componenti: una che si muove all'unisono con il serbatoio (chiamata *componente impulsiva*) e l'altra che subisce il moto dello sloshing (chiamata *componente convettiva*). Nelle figura 1.10 è riportato schematicamente un modello meccanico in cui si consideri un serbatoio rigido.



**Figura 0.10** Modello meccanico equivalente.

Si possono distinguere: una *massa impulsiva* ( $M_i$ ), una *massa convettiva* ( $M_c$ ), l'altezza della massa impulsiva ( $h_i$ ), l'altezza della massa convettiva ( $h_c$ ). C'è da dire

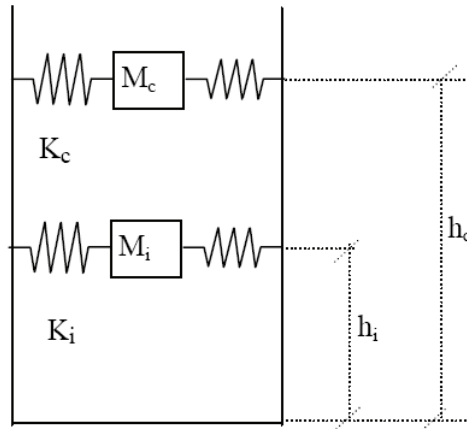
che le altezze  $h_i$  e  $h_c$  sono usate quando non è considerata la pressione agente sulla base. Se la pressione alla base invece è considerata le altezze corrispondenti saranno denotate con  $h'_i$  e  $h'_c$  rispettivamente come è mostrato nella figura 1.11.



**Figura 0.11** Descrizione qualitativa della distribuzione della pressione idrodinamica sulla parete e sulla base di un serbatoio.

Storicamente i primi modelli meccanici proposti furono sviluppati considerando rigide le pareti del serbatoio. Housner (1963) forse fu il primo a proporre un modello meccanico per serbatoi rigidi di forma circolare e rettangolare. Wozniak and Mitchell (1978) generalizzarono poi il modello proposto da Housner per serbatoi più piccoli e snelli. Veletsos and Yang (1977) usarono invece un approccio differente per arrivare comunque alla formulazione di un modello meccanico simile per serbatoi circolari. In seguito, Haron e Housner (1981) e Veletsos (1984) hanno sviluppato un modello meccanico esteso ai serbatoi flessibili. Malhotra et al. (2000) hanno ulteriormente

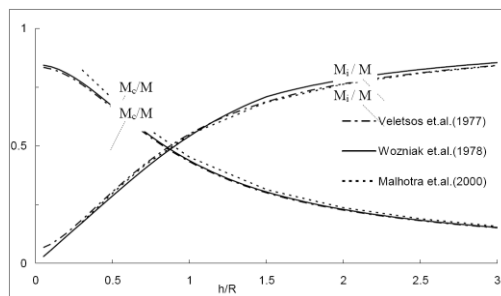
semplificato il modello meccanico per serbatoio flessibile proposto da Veletsos (1984). In figura 1.12 è riportato schema di un modello meccanico per serbatoio flessibile.



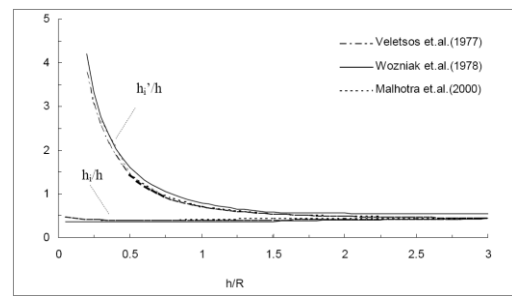
**Figura 0.12** Modello meccanico per serbatoio circolare flessibile (Malhotra et al. 2000).

Nelle figure 1.13, 4a a 4d si può vedere una comparazione di vari parametri dei modelli meccanici per serbatoi rigidi e flessibili.

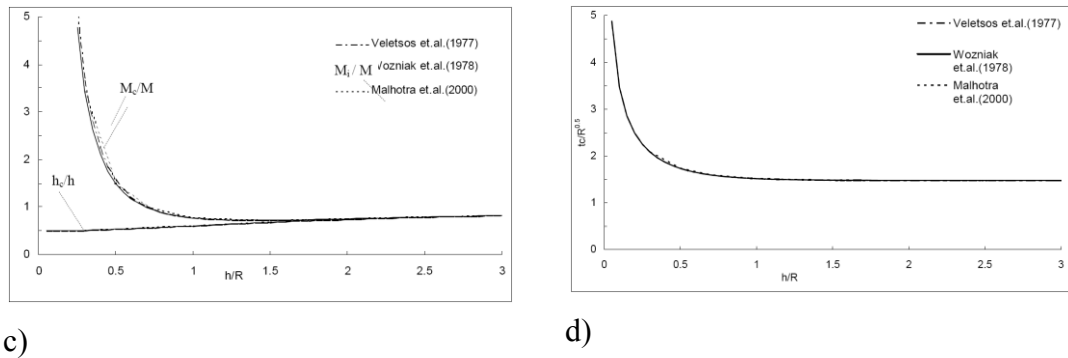
In queste figure i risultati ottenuti da Wozniak and Mitchell (1978) e Veletsos and Yang (1977) cioè i modelli meccanici considerando il serbatoio semplicemente rigido sono plottati assieme a quelli assieme di Malhotra et al. (2000), cioè considerando il modello meccanico per un serbatoio flessibile. Da come si può vedere non c'è una significativa differenza nei risultati ottenuti da modello rigido e da quello flessibile. Anche Veletsos (1984) arrivò ad una conclusione simile comparando i modelli con serbatoi rigidi e i modelli con serbatoi flessibili.



a)



b)



**Figura 0.13** Comparazione di (a) massa impulsiva e massa convettiva, e (b) altezze impulsive. Comparazione di (c) altezze convettive, e (d) e periodo convettivo

### 1.2.3 Metodi CFD

Per CFD si intende la soluzione numerica delle equazioni differenziale che governano il flusso del fluido (equazioni Navier-Stokes). Le tre equazioni principali che governano o leggi di conservazione principali sono: la quantità di moto, la conservazione della massa e la conservazione di energia. Il CFD è oggi uno strumento ampiamente utilizzato per risolvere e visualizzare i flussi nel mondo dell'ingegneria. Molti codici CFD sono commercialmente disponibili, noi abbiamo scelto ed utilizzato Fluent [9]. Seguirà una spiegazione breve delle equazioni risolte dai codici CFD.

- *Conservazione della massa*

L'equazione di conservazione della massa o equazione di continuità è la seguente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \vec{V}) = S_m \quad (1.13)$$

dove  $\rho$  è la densità,  $t$  è il tempo e  $\vec{V}$  il vettore velocità.  $S_m$  è un termine sorgente della massa, per esempio, la massa aggiunta da una fase ad un'altra fase, durante la vaporizzazione di goccioline liquide. L'equazione 1.13 è una forma generale dell'equazione di continuità ed è valida sia per fluido comprimibile che per fluido incomprimibile.

- *Conservazione della quantità di moto*



La conservazione della quantità di moto nella direzione  $i$ -esima è data da:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho V_i V_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i + F_i \quad (1.14)$$

dove  $\tau_{ij}$  è il tensore dello sforzo dato dall'equazione 1.15,  $g$  è la componente dell'accelerazione gravitazionale,  $p$  è la pressione statica e  $F_i$  è una forza di corpo esterna e si comporta come se fosse una forza di massa gravitazionale, ma che permette di considerare delle forze definite dall'utente per esempio: può essere una sorgente di quantità di moto. La sorgente di quantità di moto ha come unità di misura  $[\text{kg/m}^2\text{s}^2]$  ed è il multiplo della densità di una cella di maglia specifica e dell'accelerazione istantanea. Questo termine si rivelerà molto utile nella realizzazione di curve di carico. Il tensore di sforzo è dato come segue:

$$\tau_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (1.15)$$

dove  $\mu$  è la viscosità molecolare e il termine dopo il segno negativo rappresenta l'effetto di una dilatazione del volume (cambiamento di dimensione). La funzione delta Kronecker  $\delta_{ij}$  rappresenta un valore zero se  $i \neq j$  o un valore uno se  $i = j$ . Le equazioni di conservazione della quantità di moto sono conosciute anche come le equazioni di Navier-Stokes. Per considerare l'effetto della turbolenza, è abituale realizzare una media temporale dell'equazione 1.14, giungendo così alle equazioni Reynolds-Averaged Navier-Stokes. Le equazioni contengono termini incogniti, che vanno modellati con opportuni modelli di turbolenza.

- *Conservazione dell'energia*

La conservazione dell'energia è risolta in termini di conservazione di entalpia,  $h$ , data da:

$$h = \sum_i m_i h_i \quad (1.16)$$

dove:

$$h_i = \int_{T_{ref}}^T c_{p,i} dT \quad (1.17)$$

dove  $m$  è la massa,  $C_p$  è calore specifico e  $T_{\text{ref}}$  è una temperatura di riferimento.

Le equazioni dell'energia possono essere scritte in termini di  $h$  come nell'equazione 1.18.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j1} h_{j1} J_{j1} + \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + S \quad (1.18)$$

dove  $T$  è la temperatura,  $\tau_{ij}$  è il tensore di sforzo viscoso,  $J_{j1}$  è il flusso della specie  $j1$  e  $k$  è la conduttività termica della miscela.  $S_h$  è un termine sorgente che include: sorgenti di energia dovuta a reazione chimica, di radiazione e scambio di calore. Il secondo e ultimo termine è un termine del riscaldamento viscoso che è un termine facoltativo che dovrebbe essere attivato quando il flusso sia presumibilmente comprimibile.

- *Modello di turbolenza*

Questo studio utilizza modelli per la viscosità (EVM) per chiudere le equazioni Reynolds-Averaged Navier-Stokes. Un esempio di questi tipi di modelli è il  $k$ - $\varepsilon$ , che assume la proporzionalità tra le tensioni di Reynolds nel fluido e i gradienti di velocità medi. Benché la forma delle equazioni della quantità di moto rimanga la stessa, il termine della viscosità diventa una viscosità effettiva  $\mu_{\text{eff}}$  ed è determinato dalla somma della viscosità molecolare  $\mu$  e della viscosità turbolenta  $\mu_t$ . La viscosità turbolenta può essere determinata dall'equazione 1.19 sotto:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.19)$$

dove  $k$  è l'energia cinetica turbolenta,  $\varepsilon$  l'aliquota di dispersione turbolenta e  $C_\mu$  è una costante empirica di proporzionalità (il valore di default uguaglia 0.09 in Fluent). Un ulteriore esempio di EVM è il modello di turbolenza  $k$ - $\omega$  di Wilcox [15]. Questo è un modello relativamente nuovo, più capace di trattare alcuni tipi di problemi. Nell'implementazione del modello di turbolenza  $k$ - $\varepsilon$  e altri EVMs, il “near-wall functions” modella la turbolenza vicino alla parete.

- *Il metodo Volume Of Fluid (VOF)*

Un ulteriore modello che deve essere discusso, a causa della sua attinenza a questo studio, è il metodo Volume Of Fluid per i problemi multifase (VOF). Il

modello è stato sviluppato originariamente da Hirt, et al. [16]. Questo modello è utilizzato per il calcolo della forma dell'interfaccia fra due fasi. Il calcolo è fatto per mezzo della soluzione di un'equazione di continuità come mostrato nell'equazione 1.20.

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_q}{\partial x_i} = S_{\alpha q} \quad (1.20)$$

Dove  $\alpha$  è la frazione di volume della fase q-esima e il termine a destra permette l'uso di modelli di cavitazione. Ovviamente, la seguente relazione è valida per le n fasi:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (1.21)$$

Per determinare le proprietà in ogni volume di controllo, è risolta un'equazione della forma mostrata in 1.22, dove A è una proprietà tipica come densità o viscosità.

$$A = \sum \alpha_q A_q \quad (1.22)$$

Il modello VOF è un modello semplice ed efficiente e lavora bene per la determinazione di grandi superfici libere [17].

Benché altri metodi esistano per la rilevazione di superfici libere, è stato mostrato attraverso studi come quelli eseguiti da Cariou e Casella [5], che il modello VOF è il più efficiente e il metodo più comunemente usato.

Molti anni di sviluppo e verifica hanno condotto al punto che oggi giorno il CFD è uno strumento affidabile per la progettazione ingegneristica. Tuttavia questo non significa che la verifica sperimentale non sia necessaria.

## Bibliografia

- [1] Graham E W, Rodriguez A M, 1952, The characteristics of fuel motion which affect airplane dynamics. *Journal of Applied Mechanics*. 19 (1952) 381-8.
- [2] Graham E W, 1951. The forces produced by fuel oscillation in a rectangular tank. *Douglas Aircraft Company Report*. SM-13748.
- [3] Abramson H N, 1966, The dynamic behavior of liquids in moving containers, *NASA SP-106*.

- [4] Fernando Meseguer-Garrido, 2003, On the sloshing of liquids in parallelepiped-shaped containers. *European Journal of Physics*. 24 (2003) 277-288.
- [5] Alain Cariou, Guido Casella, 1999, Liquid sloshing in ship tanks: A comparative study of numerical simulation. *Marine Structures*. 12 (1999) 183-198.
- [6] University of Washington, School of Oceanography. *Linear wave theory lecture notes*. Seattle, USA.
- [7] Van Dyke, 1982. The album of fluid motion. *Stanford*, California, USA.
- [8] Zhang J, 2003, Non-linear wave theory course notes. [ceprofs.tamu.edu/jzhang/](http://ceprofs.tamu.edu/jzhang/) *Texas A&M University*. Texas, USA.
- [9] Warnitchai P, Pinhaew T, 1998, Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow damping devices, *Engineering Structures*, 20 593-600.
- [10] Modi V J, Munshi S R, 1998, An efficient liquid sloshing damper for vibration control, *Journal of Fluids and Structures*, 12 (1998) 1055-1071.
- [11] Schotte J S, Ohayon R, 2003, Effect of gravity on a free-free elastic tank partially filled with incompressible liquid, *Journal of Fluids and Structures*, 18 (2003) 215-226.
- [12] Faltinsen OM, 1978, A numerical non-linear method of sloshing in tanks with two dimensional flow, *Journal of Ship Research*, 18 (4) 224-241.
- [13] Frandsen J B, 2003, Simulation of sloshing motion in fixed and vertically excited containers using a 2-D inviscid  $\sigma$ -transformed finite difference solver, *Journal of Fluids and Structures*, 18 (2003) 197-214.
- [14] Fluent.Inc, 2002 , [www.fluent.com](http://www.fluent.com), *fluent v.6 user manual*, Lebanon, NH.
- [15] Wilcox DC, 1998, Turbulence modelling for CFD, *DCW Industries Inc.*, La Canada, California.
- [16] Hirt C W, Nichols B D, 1981, Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*. 39, 201-225.
- [17] Thomas B G, Zhang L, 2001, Mathematical Modelling of Fluid Flow in Continuous Casting, *ISIJ international*, vol. 41, 1181-1193.
- [18] O.R. Jaiswal, Durgesh c Rai, Sudhir K Jain, IITK-GSDMA 2007, Review of Code Previsions on seismic Analysis of Liquid Storage Tanks.

# Capitolo 2

## Modello numerico multifase VOF

In questo capitolo ci occuperemo di come Fluent possa rendere operativo il modello VOF per la simulazione dello sloshing. E di come questa simulazione abbia riscontro in una prova sperimentale fornita dalla casa produttrice.

### 2.1 Validazione di Fluent

Fluent è stato utilizzato in questo esempio per simulare lo sloshing del liquido in un serbatoio. Il serbatoio è sottoposto a un movimento oscillante e il comportamento transitorio osservato in un esperimento è rappresentato bene dalla simulazione.

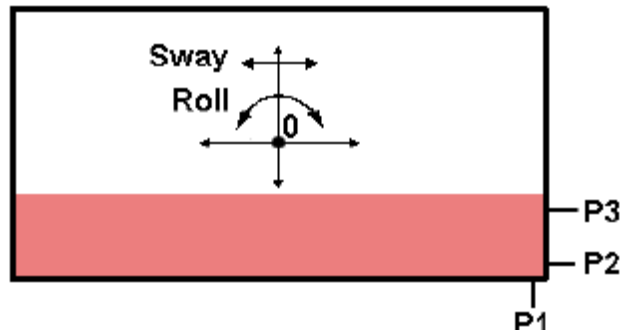
I risultati convalidano il modello VOF, utilizzato per simulazioni che implicano fluidi immiscibili, come l'acqua e l'aria usati qui. Le deviazioni nei risultati sono dovute ad approssimazioni fatte nella simulazione.

I dati sperimentali sono stati forniti dall'Istituto Marittimo di Ricerca Nazionale del Giappone. L'obiettivo principale di questo esempio è convalidare il modello VOF in Fluent, confrontandoli con i dati sperimentali forniti dall'Istituto Marittimo di Ricerca Nazionale (NMRI) del Giappone.

Il VOF è adatto a flussi multifase che implicano due o più fluidi immiscibili. Il modello ha la capacità di catturare con precisione l'interfaccia fra i fluidi per entrambi i flussi in regime stazionario o transitorio. I risultati del calcolo attuale sono in accordo molto buono con i dati sperimentali.

L'apparato utilizzato negli studi sperimentali sullo sloshing permette di imporre molti movimenti al serbatoio: oscillatorio (Sway), beccheggio, ondulatorio e di rollio (Roll), ad esempio. Nella figura 2.1 vengono mostrati due di questi movimenti. I movimenti possono essere applicati separatamente o in qualsiasi combinazione. Il serbatoio tridimensionale è 1200 mm lungo, 600 mm alto e 200 mm profondo.

Poiché le pareti anteriori e posteriori sono lisce, lo smorzamento dovuto all'attrito ha una piccola influenza sul movimento dell'onda nel piano principale del serbatoio, cosicché il flusso può essere sicuramente approssimato con un modello a due dimensioni.



**Figura 2.1** Geometria del serbatoio e posizione delle prese di pressione

Le prese di pressione per la registrazione della variazione di pressione nel tempo, sono installate in 14 posizioni sulle pareti laterali, inferiori e superiori. Nella fig. 2.1 vengono mostrate tre di queste (P1, P2 e P3). Oltre a misure la pressione, è stata condotta la registrazione video durante alcuni periodi di oscillazione, permettendo un confronto visivo della superficie libera nell'esperimento con quelli predetti dalla simulazione.

Mentre diverse varietà di movimento sono state studiate sperimentalmente, il solo movimento oscillatorio con una singola ampiezza e periodo sono stati considerati qui. (i dati sperimentali sono anche disponibili per numerosi altri insiemi di ampiezze e periodi). I movimenti sono sinusoidali:  $x = A \sin(\omega t)$ , dove  $A$  è l'ampiezza di movimento (spostamento massimo dalla posizione di riferimento) e  $\omega$  è la frequenza in radianti/secondo ( $\omega = 2\pi/T$ , dove  $T$  è il periodo di oscillazione).

Per il caso in esame, il liquido è stato riempito inizialmente al 20% dell'altezza del serbatoio ed è stato considerata un'ampiezza e un periodo di  $A = 60$  [mm] e  $T = 1.94$  [s] rispettivamente. Le registrazioni video in formato MPEG sono disponibili da NMRI su richiesta.

Le simulazioni sono state eseguite utilizzando *Fluent 5.6.2*, con una maglia quadrilatera 2D che è formata da 7200 celle. Le simulazioni sono state avviate con il fluido inizialmente fermo. Un passo di integrazione temporale di 2 [ms] è stato

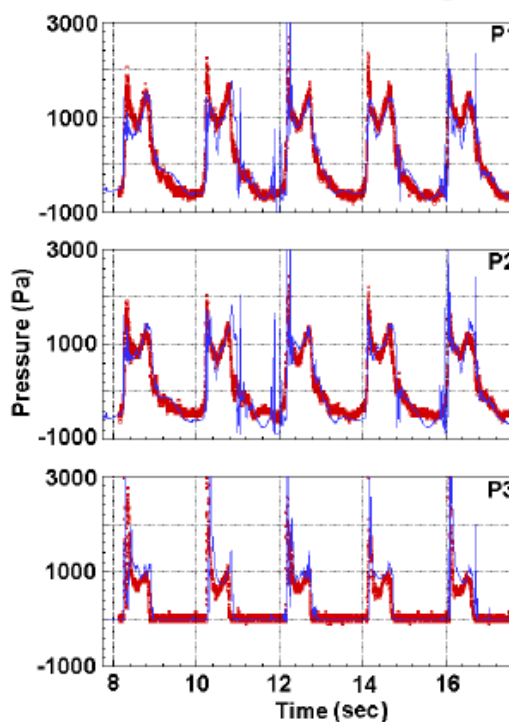
utilizzato nella soluzione delle equazioni di conservazione della massa, per la quantità di moto e frazione di volume del liquido.

Il movimento del serbatoio è stato implementato aggiungendo una forza di peso che varia nel tempo, rappresentativa dell'accelerazione periodica del serbatoio e calcolando il flusso in un sistema di coordinate collegato al serbatoio.

Questo è stato realizzato attraverso una funzione definita dall'utente (UDF). Poiché la forza inerziale causata dal movimento è molto grande se paragonata alle forze viscosi nei fluidi, una condizione al contorno slip-wall è stata imposta alle pareti del serbatoio.

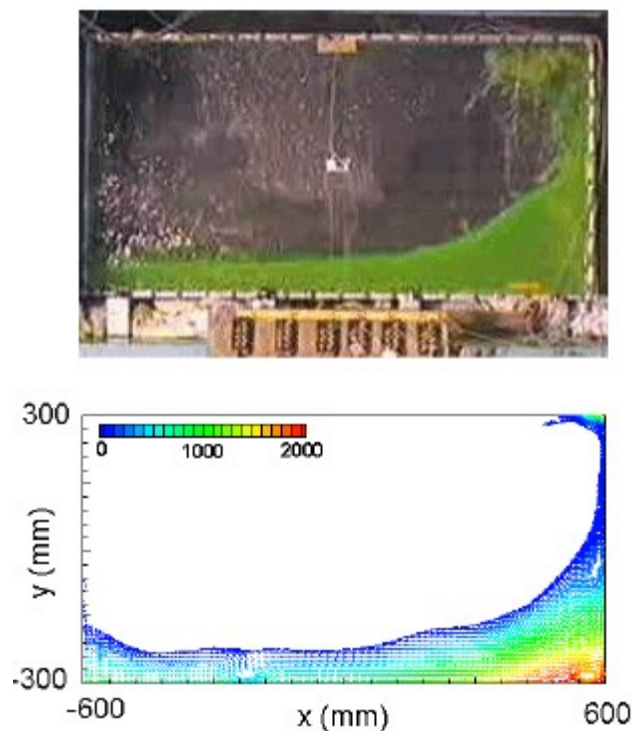
Il serbatoio 2D giace nel piano x-y con origine al centro. Il moto del serbatoio è impennato nell'origine, come mostrato.

La pressione periodica registrata dalle tre prese viene mostrata in fig. 2.2 (rosso) insieme ai valori predetti da Fluent negli stessi punti (blu). Malgrado la presenza di alcuni picchi occasionali, l'accordo generale è molto buono in tutte le tre posizioni. Questi risultati suggeriscono che il modello VOF sia adatto allo studio di fenomeni di questo tipo.



**Figura 2.2** La pressione misurata dai tre punti (rosso) è paragonata ai risultati della simulazione (blu) nelle stesse posizioni

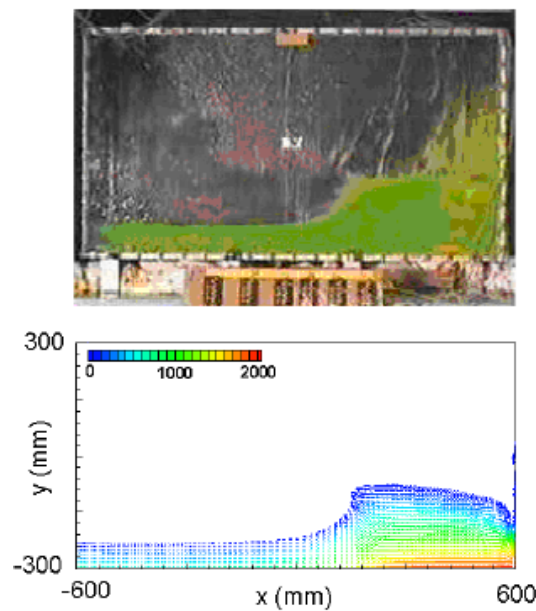
In fig. 2.3 (sopra), una fotografia dell'esperimento è stata fatta quando il liquido si è adagiato sulla parete destra, colpendo il soffitto e iniziando a cadere sul fondo del serbatoio. Nella figura è anche mostrata un'immagine dalla simulazione Fluent transitoria nello stesso istante di tempo. Sono rappresentati anche i vettori di velocità, colorati con i valori della pressione statica. Fluent cattura strettamente il movimento del liquido, e ha la capacità di fornire ulteriori informazioni sul comportamento del fluido (nella forma dei campi di velocità e di pressione istantanei) come si può vedere dalla fotografia.



**Figura 2.3** *I risultati (sotto) sono paragonati ad una fotografia allo stesso istante (sopra)*

Le stesse conclusioni possiamo trarre dall'analisi della figura 2.4.





**Figura 2.4** I risultati (sotto) in un momento successivo nel ciclo di oscillazione sono paragonati a una fotografia allo stesso istante

In sintesi, il flusso all'interno di un serbatoio che subisce un'oscillazione periodica, è stato simulato utilizzando il modello VOF. I risultati sono in buon accordo con i dati sperimentali in termini di periodo, di ampiezza e di andamento generale nel tempo della pressione statica alle pareti. Sono stati osservati dei picchi anomali della pressione statica calcolata. Questi potrebbero essere attribuiti al fatto che l'impatto del liquido non sia stato catturato adeguatamente con l'ipotesi di regime laminare e con le condizioni alla parete shear-free.

## 2.2 Scelta del modello multifase in Fluent

Il modello VOF è appropriato per flussi stratificati e per la simulazione dell'evoluzione della superficie libera, il mixture model e Eulerian model invece sono appropriati per flussi nei quali le fasi sono miscelate o separate e/o la frazione di volume di fase dispersa supera il 10%. Per scegliere fra il modello mixture e Eulerian, ci si può avvalere delle seguenti indicazioni:

- Se c'è una larga distribuzione delle fasi disperse, il modello mixture può essere preferibile (computazionalmente meno oneroso). Se le fasi

disperse sono concentrate in parti del dominio, dovremmo utilizzare invece il modello Eulerian.

- Se vogliamo risolvere un problema più semplice, che richiede minor sforzo computazionale, il modello mixture può essere un'opzione migliore, poiché risolve un numero più piccolo di equazioni del modello Eulerian. Se la precisione è più importante dello sforzo computazionale, il modello Eulerian è una scelta migliore. Ricordiamo, tuttavia, che la complessità del modello Eulerian può renderlo meno computazionalmente stabile del modello mixture.

### *2.2.1 Panoramica e limitazioni del modello VOF*

#### Panoramica

Il modello VOF può modellare due o più fluidi immiscibili risolvendo un singolo insieme di equazioni di quantità di moto e calcolando la frazione di volume di ognuno dei fluidi per tutto il dominio. Le applicazioni tipiche includono la predizione del breakup di un getto, il movimento di bolle in un liquido, il movimento del liquido dopo la rottura di una diga e la rilevazione di qualsiasi interfaccia liquido-gas.

#### Limitazioni

Le seguenti limitazioni si applicano al modello VOF in Fluent:

- Si deve utilizzare il risolutore separato. Il modello VOF non è disponibile con risolutori accoppiati.
- Tutti i volumi di controllo devono essere riempiti o di una singola fase di fluido o di una combinazione di fasi; il modello VOF non permette regioni vuote dove nessun fluido di un qualunque tipo è presente.
- Solo una delle fasi può essere comprimibile.
- Il miscelamento di flussi o flussi reagenti non possono essere modellati quando è utilizzato il modello VOF.
- Il modello di turbolenza LES non può essere utilizzato con il modello VOF.
- Il modello VOF non può essere utilizzato per flussi non viscosi.

#### Steady-State (Stazionario) e transitori nel VOF

La formulazione VOF in Fluent è utilizzata generalmente per calcolare una soluzione time-dependent, ma nei casi in cui si è interessati solo a una soluzione steady-state, è possibile eseguire un calcolo steady-state. Un calcolo in regime stazionario VOF è sensato solo quando la nostra soluzione è indipendente dalle condizioni iniziali e ci sono distinti ingressi di fluido nel dominio per le singole fasi. Ad esempio, poiché la forma della superficie libera dentro una coppa rotante dipende dal livello iniziale del fluido, un tale problema deve essere risolto utilizzando la formulazione time-dependent.

### 2.3 Modello VOF in Fluent

La formulazione VOF conta sul fatto che due o più fluidi (o fasi) non si compenetrano. Per ogni fase aggiuntiva che aggiungiamo al nostro modello, è introdotta una variabile: la frazione di volume della fase nella cella di calcolo. In ogni volume di controllo la frazione di volume di tutte le fasi somma all'unità. I campi per tutte le variabili e le proprietà sono condivise dalle fasi e rappresentano valori medi, se la frazione di volume di ognuna delle fasi è nota a ogni posizione. Quindi le variabili e le proprietà in ogni cella sono semplicemente rappresentative di una delle fasi o rappresentative della miscela, in dipendenza dei valori delle frazioni di volume. In altre parole, se la frazione di volume del fluido *q-esima* nella cella è indicata come  $\alpha_q$ , abbiamo le seguenti tre condizioni possibili:

- $\alpha_q = 0$ : la cella è vuota (del fluido *q-esimo*)
- $\alpha_q = 1$ : la cella è piena (del fluido *q-esimo*)
- $0 < \alpha_q < 1$ : la cella contiene l'interfaccia fra il fluido *q-esimo* e uno o più altri fluidi.

Basate sul valore locale di *q*, le proprietà e le variabili appropriate saranno assegnate a ogni volume di controllo all'interno del dominio.

#### 2.3.1 L'equazione della frazione di volume

La rilevazione dell'interfaccia(e) tra le fasi è compiuta dalla soluzione di un'equazione di continuità per la frazione di volume di una (o di più) delle fasi. Per la fase q-esima, questa equazione ha la seguente forma:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} \quad (2.1)$$

Per default, il termine sorgente sul lato destro dell'equazione 2.1 è nullo, ma si può specificare una sorgente di massa costante o può essere definita dall'utente per ogni fase. L'equazione della frazione di volume non sarà risolta per la fase principale; la frazione di volume della fase primaria sarà calcolata, basata, sul seguente vincolo:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2.2)$$

### 2.3.2 Proprietà

Le proprietà che appaiono nelle equazioni di trasporto sono determinate dalla presenza delle fasi componenti in ogni volume di controllo. In un sistema bifase, ad esempio, se le fasi sono rappresentate dai pedici 1 e 2 e se la frazione di volume del secondo di questi è stata tracciata, la densità in ogni cella è data da:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (2.3)$$

Di solito, per un sistema n-fasi, la densità media del volume prende la seguente forma:

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (2.4)$$

Tutte le altre proprietà (per esempio, viscosità) sono calcolate in questo modo.

### 2.4.3 L'equazione della quantità di moto

Una singola equazione di quantità di moto è risolta per tutto il dominio e il campo di velocità risultante è in comune tra le fasi. L'equazione della quantità di moto, mostrata sotto, è dipendente dalle frazioni di volume di tutte le fasi attraverso le proprietà  $\rho$  e  $\mu$ .

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla \rho + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2.5)$$

Una limitazione dell'approssimazione shared-fields è che in casi dove esistono grandi differenze di velocità tra le fasi, la precisione delle velocità calcolate vicino all'interfaccia può essere modesta.

### 2.3.4 L'equazione dell'energia

L'equazione dell'energia, anche essa condivisa tra le fasi, viene mostrata qui sotto.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + \rho)) = \nabla \cdot (\mathbf{K}_{eff} \nabla T) + S_h \quad (2.6)$$

Il modello VOF tratta l'energia,  $E$ , e la temperatura,  $T$ , come variabili mediate sulla massa:

$$E = \frac{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q E_q}{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q} \quad (2.7)$$

Dove  $E_q$  per ogni fase è basato sul calore specifico di quella fase e della temperatura in comune.

Le proprietà  $\rho$  e  $K_{eff}$  (conduttività termica efficace) sono condivise dalle fasi. Il termine sorgente,  $S_k$ , contiene contributi della radiazione, come ogni altra sorgente di calore volumetrica.

Come con il campo delle velocità, la precisione della temperatura vicino all'interfaccia è limitata nei casi dove esistono grandi differenze di temperatura tra le fasi. Tali problemi si presentano anche nei casi dove le proprietà variano di numerosi ordini di grandezza. Ad esempio, se un modello include metallo liquido in combinazione con aria, la conduttività dei materiali può essere diversa di quattro ordini di grandezza. Differenze così grandi nelle proprietà conducono a insiemi di equazioni con coefficienti anisotropi, che possono condurre a problemi di convergenza e di precisione.

### *2.3.5 Equazioni scalari aggiuntive*

Equazioni scalari aggiuntive possono essere coinvolte nella nostra soluzione, in dipendenza della nostra definizione del problema,. Nel caso della turbolenza, è risolto un singolo insieme di equazioni di trasporto e le variabili di turbolenza (per esempio,  $k$  e  $\varepsilon$  o le tensioni Reynolds) sono condivise dalle fasi per tutto il campo.

### *2.3.6 Interpolazione vicino all'interfaccia*

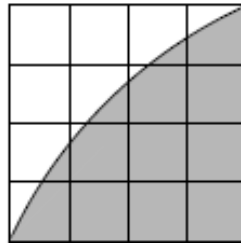
La formulazione control-volume di Fluent richiede che i flussi di convezione e di diffusione attraverso le facce di un volume di controllo siano calcolati e bilanciati con i termini sorgente all'interno del volume di controllo stesso. Ci sono quattro schemi in Fluent per il calcolo dei flussi all'interfaccia per il modello VOF: ricostruzione geometrica, donor-acceptor, Eulero esplicita e implicita.

Nella ricostruzione geometrica e gli schemi donor-acceptor, Fluent applica un trattamento di interpolazione speciale alle celle che si trovano vicino all'interfaccia fra le due fasi. La fig. 2.5 mostra una forma di interfaccia effettiva insieme alle interfacce assunte durante il calcolo da questi due metodi.

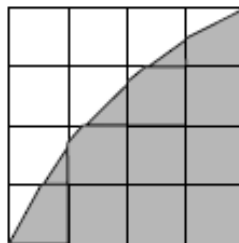
Lo schema esplicito Eulero e lo schema implicito trattano queste celle con la stessa interpolazione come se le celle fossero riempite completamente di una fase o dell'altro, invece di applicare un trattamento speciale.

#### Lo schema di ricostruzione geometrica

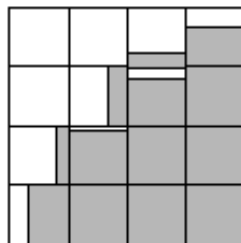
Nell'approccio alla ricostruzione geometrica, lo schema di interpolazione normale che è utilizzato in Fluent è anche utilizzato per ottenere i flussi alle facce, indipendentemente dal fatto che una cella sia riempita completamente di una fase o di altra. Quando la cella è vicina all'interfaccia fra due fasi, è utilizzato lo schema di ricostruzione geometrico.



*Forma dell'interfaccia effettiva*



*Interfaccia calcolata dallo schema di ricostruzione geometrico*



*Interfaccia calcolata dallo schema donator-acceptor*

**Figura 2.5** Calcoli dell'interfaccia

In Fluent questo schema è il più preciso ed è applicabile per maglie generalmente non strutturate. Lo schema di ricostruzione geometrico è generalizzato per maglie non strutturate dal lavoro di Youngs [2]. Suppone che l'interfaccia fra due fluidi abbia una pendenza lineare all'interno di ogni cella e utilizza questa forma lineare per il calcolo della quantità di fluido che attraversa le facce della cella. (vedere la figura 2.5).

Il primo passo in questo schema di ricostruzione è di calcolare la posizione dell'interfaccia lineare rispetto al centro di ogni cella parzialmente riempita, basandosi sulla frazione di volume e sulle sue derivate nella cella. Il secondo passo consiste nel calcolare la quantità di fluido attraverso ogni faccia utilizzando l'interfaccia lineare calcolata e le informazioni sulla distribuzione della velocità normali e tangenziali sulla faccia. Il terzo passo riguarda il calcolo della frazione di volume in ogni cella utilizzando il bilancio dei flussi calcolati durante il passo precedente.

Quando è utilizzato lo schema di ricostruzione geometrico, la procedura time-dependent deve essere imposta.

#### Lo schema Donor-Acceptor (donatore-accettante)

Nell'approccio Donor-Acceptor, gli schemi di interpolazione normali che sono utilizzati in Fluent sono utilizzati per ottenere i flussi di faccia ogni volta che una cella è riempita completamente di una fase o dell'altra. Quando la cella è vicino all'interfaccia fra le due fasi, è utilizzato uno schema "donor-acceptor" per determinare la quantità di fluido che attraversa la faccia [3].

Questo schema identifica una cella come donatrice di una quantità di fluido di una fase, e la cella (vicina) come l'accettante di quella stessa quantità di fluido. È utilizzata per evitare diffusione numerica all'interfaccia. La quantità di fluido di una fase che può essere scambiata attraverso i confini di cella, è limitata dal minimo di due valori: il volume riempito nella cella del donatore o il volume libero nella cella dell'accettante.

L'orientamento dell'interfaccia è utilizzato anche nella determinazione dei flussi di faccia. L'orientamento dell'interfaccia è o orizzontale o verticale, a seconda della direzione del gradiente della frazione di volume della fase  $q^{\text{th}}$  all'interno della cella e



di quella della cella vicino, che condivide la faccia in questione. A seconda dell'orientamento dell'interfaccia come pure del suo movimento, i valori del flusso sono ottenuti da upwinding puri, da downwinding puro o da qualche combinazione dei due. Quando è utilizzato lo schema donor-acceptor, deve essere calcolata una soluzione time-dependent. Inoltre, lo schema donor-acceptor può essere utilizzato solo con quadrilateri o con maglie esaedriche.

### Lo schema Euleriano Esplicito

Nell'approccio Euleriano esplicito, gli schemi di interpolazione normali di Fluent alle differenze-finite sono applicati alla frazione di volume calcolata al precedente time step.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (U_f^n \alpha_{q,f}^n) = 0 \quad (2.8)$$

dove :

$n + 1$	indice il passo di tempo corrente
$N$	indice per il passo di tempo precedente
$\alpha_{q,f}$	valore della frazione di volume q-esima
$V$	Volume della cella
$U_f$	flusso di volume attraverso la faccia, basata sulla velocità normale

Questa formulazione non richiede soluzione iterativa dell'equazione di trasporto durante ogni time step, così come è necessario per lo schema implicito. Anche quando è utilizzato lo schema esplicito Eulero, deve essere calcolata una soluzione time-dependent.

### Lo schema implicito

Nel metodo di interpolazione implicito, gli schemi di interpolazione alle differenze-finite normali vengono utilizzati per ottenere i flussi di faccia per tutte le celle, tra cui quelli vicino all'interfaccia.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (U_f^{n+1} \alpha_{q,f}^{n+1}) = 0 \quad (2.9)$$

Poiché questa equazione richiede i valori di frazione di volume al passo di tempo corrente (piuttosto che al passo precedente, rispetto allo schema esplicito Eulero), un'equazione di trasporto aggiuntiva è risolta iterativamente per ogni frazioni di volume delle fasi secondarie a ogni time step. Lo schema implicito può essere usato sia per time-dependent che per calcoli in regime stazionario.

### 2.3.7 Dipendenza dal tempo

Per calcoli time-dependent VOF, l'equazione 2-1 è risolta utilizzando uno schema esplicito. Fluent raffina automaticamente il time-step per l'integrazione dell'equazione della frazione di volume, ma noi possiamo influenzare questo time-step modificando il numero di Courant. Si può scegliere di aggiornare la frazione di volume una volta per ogni time-step, o per ogni iterazione dentro ogni time-step.

### 2.3.8 Tensione superficiale e adesione alle pareti

Il modello VOF può anche includere gli effetti della tensione superficiale lungo l'interfaccia tra le fasi. Il modello può essere implementato con l'aggiunta degli angoli di contatto tra le fasi le pareti. Si può specificare la tensione superficiale come una costante, come una funzione della temperatura o attraverso un UDF. Il Solver includerà i termini di tensione tangenziale aggiuntivi (causando quello che è definito come convezione Marangoni) che si presentano a causa della variazione del coefficiente di tensione superficiale. Di solito gli effetti di tale coefficiente, sono importanti solo nelle condizioni di gravità prossima allo zero.

#### Tensione di superficie

Il modello di tensione superficiale utilizzato in Fluent è quello di Brackbill. Secondo questo modello la tensione superficiale agisce attraverso un termine sorgente nell'equazione della quantità di moto.

La curvatura della superficie è calcolata dai gradienti locali della normale all'interfaccia. Se il vettore  $n$  è la normale alla superficie, esso è definito come il gradiente di  $\alpha_q$ , la frazione di volume della fase  $q$ -esima:

$$n = \nabla \alpha_q \quad (2.11)$$

La curvatura,  $k$ , è definita in termini della divergenza del versore normale,  $\hat{n}$  [4]:

$$k = \nabla \cdot \hat{n} \quad (2.12)$$

dove

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (2.13)$$

La tensione di superficie può essere scritta in termini del salto di pressione attraverso la superficie. La forza alla superficie può essere espressa come una forza di volume utilizzando il teorema della divergenza. In più questa forza di volume è il termine sorgente aggiunto all'equazione di quantità di moto ed ha la seguente forma:

$$F_{vol} = \sum_{pairs\ j, i < j} \sigma_{ij} \frac{\alpha_i \rho_i k_j \nabla \alpha_j + \alpha_j \rho_j k_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (2.14)$$

Questa espressione permette una sovrapposizione dolce delle forze vicino alla cella dove più di due fasi sono presenti. Se solo due fasi sono presenti in una cella, allora  $k_i = -k_j$ ,  $\nabla \alpha_i = -\nabla \alpha_j$  e l'equazione 2.14 si semplifica:

$$F_{vol} = \sigma_{ij} \frac{\rho k_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (2.15)$$

dove  $\rho$  è la densità per volume medio calcolata utilizzando l'equazione 2.4. L'equazione 2.15 mostra che il termine sorgente per una cella è proporzionale alla densità media nella cella. Da osservare che il calcolo effettuato su superfici triangolari e tetraedriche, non è così preciso come su quadrilateri e maglie esaedriche.

#### Quando gli Effetti di Tensione di Superficie sono importanti

L'importanza degli effetti della tensione di superficie è stabilita dal valore di due quantità: il numero di Reynolds, Re, e il numero di capillarità, Ca; o il numero di Reynolds, Re, e il numero di Weber, We. Per  $Re \ll 1$ , la quantità di interesse è il numero di capillarità:

$$C_a = \frac{\mu U}{\sigma} \quad (2.16)$$

E per  $Re \gg 1$  la quantità di interesse è il numero di Weber:

$$We = \frac{\rho L U^2}{\sigma} \quad (2.17)$$

Dove U è la velocità del pelo libero. Gli effetti della tensione superficiale possono essere trascurati se  $Ca \gg 1$  o  $We \gg 1$

#### Adesione alle pareti

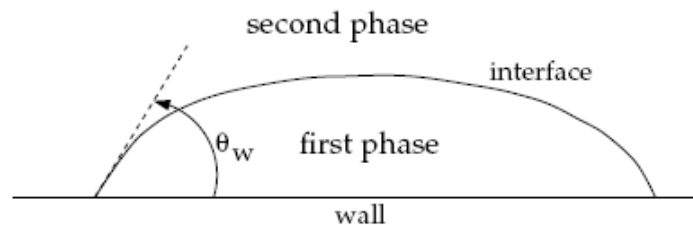
È anche disponibile nel modello VOF un'opzione per specificare l'angolo di adesione alla parete. Il modello è preso dal lavoro fatto da Brackbill et al. [4]. Piuttosto che imporre questa condizione al contorno alla parete medesima, l'angolo di contatto che si suppone che il fluido abbia con la parete è utilizzato per adattare la

normale alla superficie nelle celle vicine. Questa cosiddetta condizione al contorno dinamica porta all'adattamento della curvatura della superficie vicino alla parete.

Se  $\theta_w$  è l'angolo di contatto, allora la normale alla superficie è:

$$\hat{n} = \hat{n}_w \cos \theta_w + \hat{t}_w \sin \theta_w \quad (2.18)$$

dove  $\hat{n}_w$  e  $\hat{t}_w$  sono i versori normale e tangenziale al muro, rispettivamente. La combinazione di questo angolo di contatto con la normale calcolata usualmente, determina la curvatura locale della superficie e questa curvatura è utilizzata per adattare il termine di forza di massa nel calcolo della tensione di superficie.



**Figura 2.6** Angolo di contatto

## Bibliografia

- [1] Fluent.Inc, 2002 , [www.fluent.com](http://www.fluent.com), *fluent v.6 user manual*, Lebanon, NH.
- [2] D. L. Youngs. Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion. In K. W. Morton and M. J. Baines, editors, *Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Academic Press, 1982.
- [3] W. L. Flower, R. K. Hanson, and C. H. Kruger. In 15th Symp. (Int'l.) on Combustion, page 823. The Combustion Institute, 1975.
- [4] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach. A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *J. Comput. Phys.*, 100:335-354, 1992.

# Capitolo 3

## Normative di riferimento per gli accelerogrammi

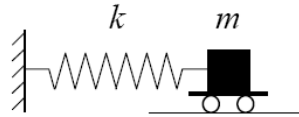
In questo capitolo definiremo che cosa è un accelerogramma e cosa prevede la normativa italiana per il suo impiego nella simulazione di un evento sismico.

### 3.1 L' accelerogramma

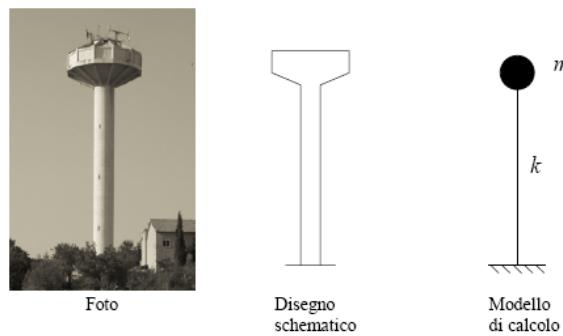
#### 3.1.1 Il sistema ad un grado di libertà

Il punto di partenza tradizionale di ogni trattazione della dinamica delle strutture è il cosiddetto oscillatore semplice, cioè un sistema ad un grado di libertà; nella letteratura anglosassone esso viene in genere indicato con la sigla SDOF, acronimo di “single degree of freedom”. L'oscillatore semplice è un modello ideale costituito da una massa concentrata  $m$  che può spostarsi in una direzione, vincolata da una molla di rigidezza  $k$  (Fig. 3.1). Numerose strutture reali possono essere schematizzate in tal modo, ad esempio un serbatoio pensile (Fig. 3.2), oppure un telaio ad un solo piano di cui si riporta il modello in fig. 3.3. In questi casi la molla del modello rappresenta la rigidezza del fusto del serbatoio o della struttura del telaio, che reagiscono ad uno spostamento orizzontale con una forza ad esso proporzionale; la rigidezza  $k$  è la forza che produce uno spostamento unitario, ovvero il rapporto tra forza applicata e spostamento conseguente. Ovviamente il passaggio dall'oggetto reale al modello richiede una serie di semplificazioni, come il considerare privi di massa il fusto del serbatoio e i pilastri del telaio, oppure il supporre che il traverso del telaio sia indeformabile estensionalmente in modo da avere uno stesso spostamento orizzontale per tutti i punti che ad esso appartengono. Si noti inoltre che tanto il serbatoio che il telaio hanno, dal punto di vista statico, più

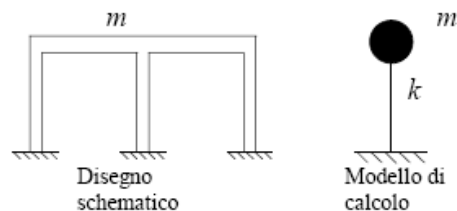
di un grado di libertà perché è consentito sia lo spostamento orizzontale che la rotazione dei nodi. Dal punto di vista dinamico, invece, lo schema può essere considerato ad un grado di libertà; infatti, avendo considerato la massa come concentrata in un punto, essa è indifferente alle rotazioni e subisce solo l'effetto dello spostamento orizzontale (quello verticale è considerato nullo, per la elevata rigidezza estensionale dei pilastri).



**Figura 3.1.** Oscillatore semplice.



**Figura 3.2.** Serbatoio pensile.



**Figura 3.3** Telaio monopiano.

L'analisi del comportamento dinamico di un oscillatore semplice parte dall'ipotesi che la molla abbia un comportamento linearmente elastico. L'analisi è svolta, per semplicità, con l'ipotesi che la relazione tra forza e spostamenti sia elastica fino ad un assegnato valore e poi perfettamente plastica, senza degrado di resistenza.

### 3.1.2 Comportamento elastico del sistema ad un grado di libertà

#### 3.1.2.1 Oscillazioni libere in assenza di smorzamento

Immaginiamo di imporre uno spostamento orizzontale alla massa dell'oscillatore semplice e poi di lasciarla libera. La massa oscillerà con un periodo  $T$  ben definito, con un comportamento analogo a quello di altri oggetti più vicini all'esperienza quotidiana, come i pendoli (ad esempio un'altalena, Fig. 3.4). Per il noto principio di conservazione dell'energia, in assenza di fenomeni dissipativi l'oscillazione del sistema proseguirà per un tempo indeterminato conservando la medesima ampiezza iniziale.



**Figura 3.4.** Pendolo.

La trattazione matematica del moto libero di un oscillatore semplice richiede la scrittura di una relazione che esprima, nel generico istante  $t$ , l'equilibrio tra la forza di richiamo e l'azione inerziale (equilibrio dinamico). Se si indica con  $u(t)$  lo spostamento orizzontale della massa, la forza di richiamo elastico vale  $-k u$  (il segno meno indica che la forza agisce con verso opposto allo spostamento, per riportare la massa nella posizione iniziale). La forza d'inerzia è invece data dal prodotto tra massa  $m$  ed accelerazione  $\ddot{u}$  (derivata seconda dello spostamento). L'equazione differenziale di equilibrio dinamico è quindi:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (3.1)$$

La soluzione di questa equazione, con la condizione di avere uno spostamento iniziale  $u_0$ , è (Fig. 3.5).

$$u = u_0 \cos(\omega t) \quad (3.2)$$



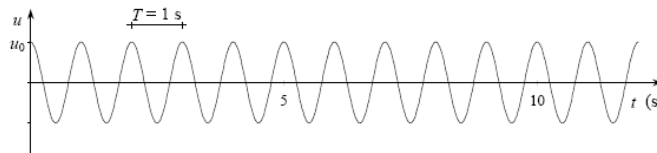
cioè una funzione armonica con frequenza angolare

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.3)$$

e periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.4)$$

Il periodo di oscillazione libera  $T$  (detto anche *periodo proprio* del sistema), ovvero la frequenza  $f$  che è il suo inverso, contiene le informazioni relative sia alla massa che alla rigidezza, esprimendo una sorta di “rigidezza dinamica” del sistema. Un sistema è dinamicamente rigido se il rapporto tra rigidezza e massa è alto; esso sarà caratterizzato da un basso valore del periodo. Viceversa, un sistema con basso rapporto tra rigidezza e massa è dinamicamente poco rigido ed avrà un periodo di oscillazione più elevato. Sistemi diversi ma aventi lo stesso rapporto tra rigidezza e massa avranno un comportamento dinamico identico, oscillando con lo stesso periodo  $T$ .



**Figura 3.5** Moto libero dell'oscillatore semplice non smorzato.

### 3.1.2.2 Oscillazioni libere in presenza di smorzamento

Nella realtà si nota che il moto di un pendolo (o di un oscillatore semplice) non continua all'infinito: la sua ampiezza si riduce man mano, finché esso si ferma del tutto. Ciò è dovuto alla dissipazione di energia provocata dalla resistenza dell'aria, dall'attrito dell'asta nel suo perno, ecc. Il fenomeno dissipativo, in se abbastanza complesso, viene schematizzato considerando presenti azioni viscosi, proporzionali alla variazione di posizione nel tempo, ovvero alla velocità  $\dot{u}$  (derivata prima dello spostamento), e quindi pari a  $-c\dot{u}$ . Il coefficiente di proporzionalità  $c$  è detto

coefficiente di smorzamento viscoso. L'equazione di equilibrio dinamico diventa in tal caso

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (3.5)$$

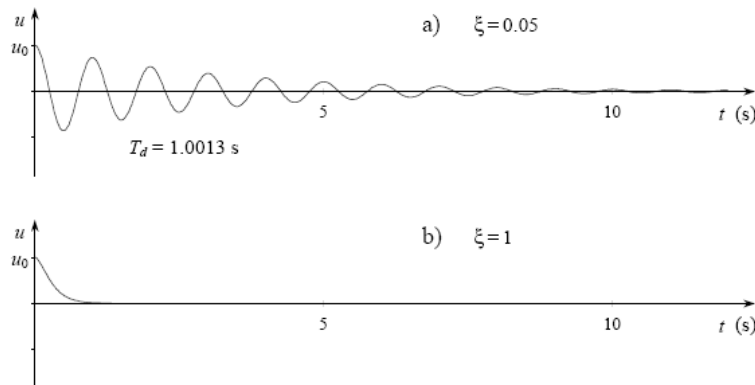
e può essere scritta anche come

$$\ddot{u} + 2\xi\varpi\dot{u} + \varpi^2u = 0 \quad (3.6)$$

avendo posto

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (3.7)$$

La soluzione dell'equazione dipende dal valore di  $\xi$ . Se tale parametro è minore di 1, si avrà un moto periodico con ampiezza via via decrescente. Con la condizione di avere uno spostamento iniziale  $u_0$ , la soluzione è (Fig. 3.6). Il valore del coefficiente di smorzamento viscoso che corrisponde  $\xi = 1$  è detto smorzamento critico. Il parametro  $\xi$  rappresenta quindi lo smorzamento come percentuale del valore critico.



**Figura 3.6** Moto libero dell'oscillatore semplice smorzato.

Nelle strutture in cemento armato lo smorzamento è dovuto principalmente ad elementi non strutturali, come i tramezzi e le pareti di tamponatura; in misura minore vi contribuisce anche la non linearità insita nel comportamento del calcestruzzo al crescere delle deformazioni. Il valore normalmente usato per lo smorzamento percentuale nelle strutture in c.a. è pari al 5%. Valori minori potrebbero essere usati

nel caso di tramezzature ridotte. Valori maggiori sono utilizzati nel caso di strutture isolate alla base (nelle quali vengono disposti isolatori in gomma con elevato smorzamento) oppure quando si vuole tener conto in maniera approssimata del comportamento della struttura soggetta a forti escursioni plastiche. In ogni caso, comunque, il periodo è molto vicino a quello corrispondente ad oscillazioni libere in assenza di smorzamento e la riduzione dell'ampiezza del moto in cicli successivi non è molto forte.

### 3.1.2.3 Risposta sismica e spettro di risposta elastico

Nel valutare la risposta di un oscillatore semplice ad un input sismico, occorre distinguere tra spostamento  $u(t)$  della massa rispetto alla base e spostamento  $u_g(t)$  della base dell'oscillatore, ovvero del suolo. La forza di richiamo elastico e quella di smorzamento dipendono ancora rispettivamente da  $u$  ed  $\dot{u}$ . La forza d'inerzia è invece legata all'accelerazione assoluta  $\ddot{u} + \ddot{u}_g$ . L'equazione di equilibrio dinamico assume quindi l'espressione

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (3.8)$$

L'equazione è analoga a quella scritta pensando ad una forzante applicata alla massa. Se la forzante è armonica

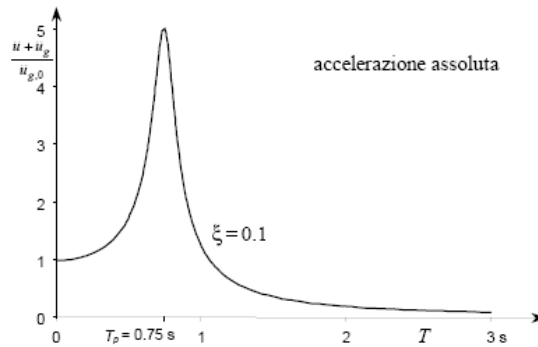
$$\ddot{u}_g(t) = \ddot{u}_{g,0} \sin(\omega_p t) \quad (3.9)$$

la soluzione sarà quella già vista nel paragrafo precedente, con

$$p_0 = -m\ddot{u}_{g,0} \quad (3.10)$$

Anche l'amplificazione degli spostamenti, sarà la stessa. Per quanto riguarda l'accelerazione, è interessante esaminare l'amplificazione dell'accelerazione assoluta  $\ddot{u} + \ddot{u}_g$ , che ha l'andamento mostrato in fig. 3.7. Oltre al forte incremento che si ha per la risonanza, quando il periodo proprio dell'oscillatore è prossimo a quello della forzante, si nota che quando  $T$  tende a zero l'accelerazione assoluta tende ad essere

uguale all'accelerazione massima alla base. Ciò corrisponde al fatto che una struttura molto rigida (e quindi con  $T$  molto piccolo) si deforma poco e quindi tende ad avere le stesse accelerazioni sia alla base che in corrispondenza della massa. Viceversa, quando  $T$  diventa molto grande (struttura molto deformabile) il movimento della base non viene trasmesso alla massa, che rimane quasi ferma, con accelerazioni piccolissime.



**Figura 3.7** Amplificazione o riduzione del moto, in funzione del periodo dell'oscillatore.

La soluzione analitica dell'equazione del moto esiste solo nel caso di forzanti con equazioni ben precise. L'accelerogramma  $\ddot{u}$  è però fornito in genere come coppie di valori tempo-accelerazione e la risoluzione deve avvenire per via numerica. La discussione dei metodi risolutivi dell'equazione dinamica trascende gli scopi di questa breve introduzione e può essere trovata nei testi richiamati in bibliografia. Daremo quindi per scontata la capacità di determinare il moto  $u(t)$  del sistema una volta assegnata, tramite un accelerogramma, la funzione  $\ddot{u}_g(t)$ . Come mostrato dalla Fig. 3.8 e dalla Fig. 3.9, la risposta è notevolmente diversa, istante per istante, secondo il periodo proprio  $T$  dell'oscillatore e lo smorzamento percentuale  $\xi$ .

Ai fini pratici, non interessa però tutta la storia della risposta nel tempo. Un progettista vuole conoscere le massime sollecitazioni che subirà la struttura in conseguenza ad un assegnato terremoto e queste si hanno quando la struttura raggiunge la massima deformazione. Per uno schema ad un grado di libertà i massimi valori delle caratteristiche di sollecitazione provocate da un sisma possono essere facilmente determinate applicando allo schema una forza statica proporzionale allo spostamento massimo  $u_{max}$ .

$$F = ku_{max} \quad (3.11)$$

Poiché quando lo spostamento raggiunge il massimo la sua derivata prima  $\dot{u}$  si annulla, dall'equazione (3.8) si ha, per  $u=u_{\max}$ .

$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) = -ku \quad (3.12)$$

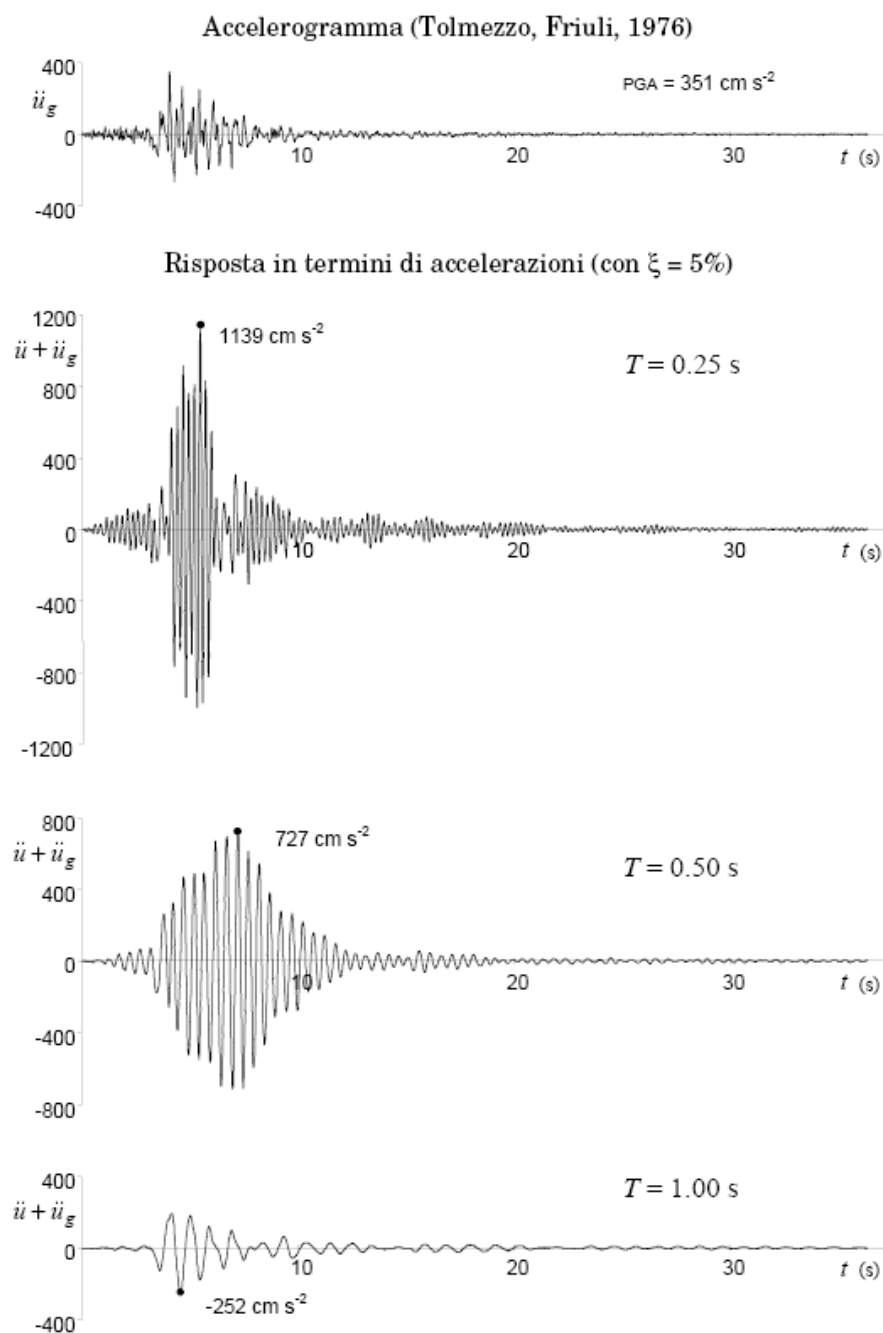
La forza da applicare può, quindi, essere valutata moltiplicando la massa per l'accelerazione assoluta che si ha nell'istante in cui lo spostamento è massimo

$$F = m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) \quad (3.13)$$

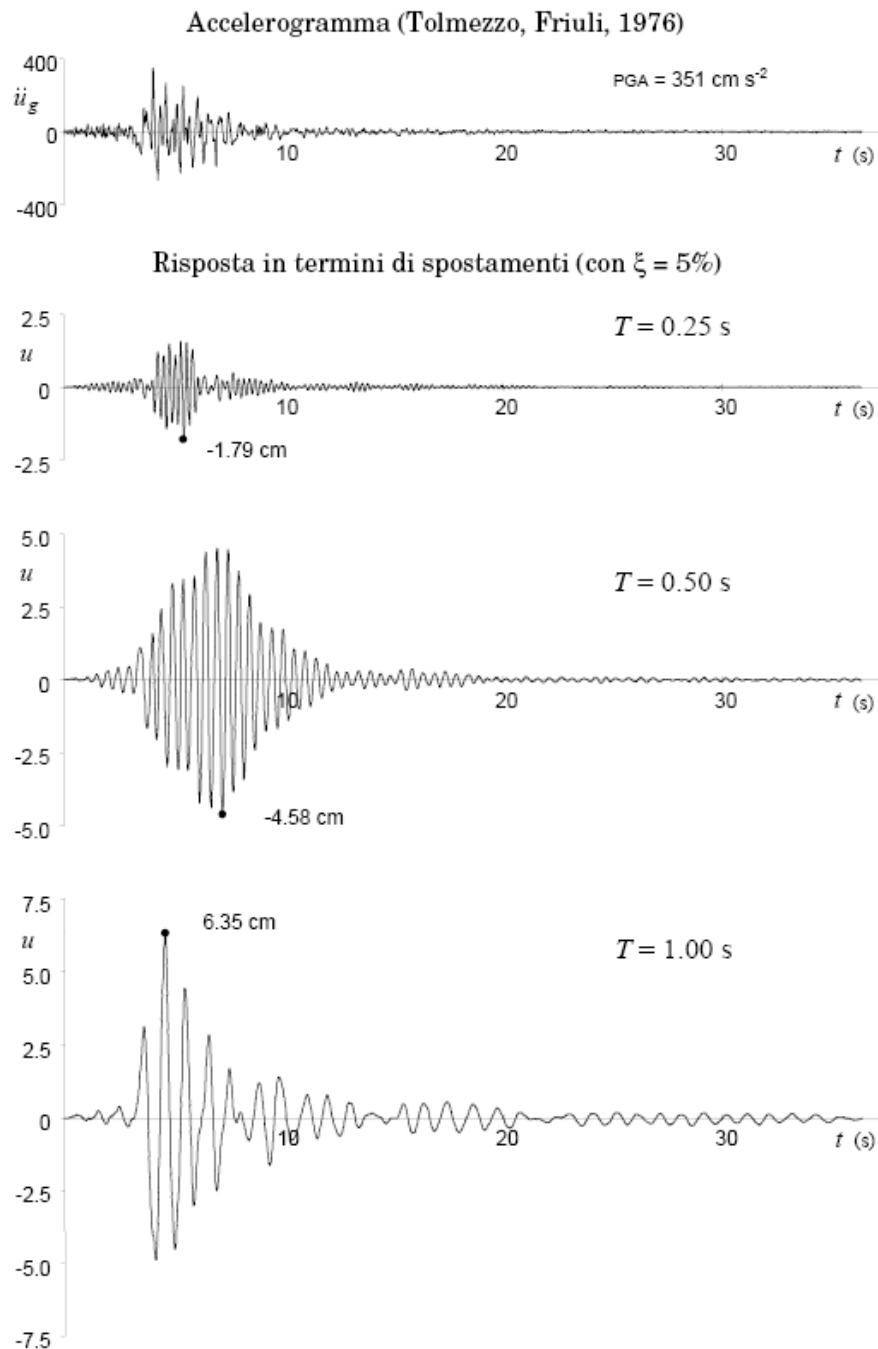
con

$$\ddot{u} + \ddot{u}_g = \frac{k}{m} u_{\max} = \varpi^2 u_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_{\max} \quad (3.14)$$

La quantità  $\varpi^2 u$  è detta pseudo-accelerazione. Se lo smorzamento è nullo essa coincide istante per istante con l'accelerazione assoluta. In caso contrario, l'uguaglianza si ha solo nell'istante in cui lo spostamento è massimo; il massimo valore dell'accelerazione assoluta può quindi essere leggermente superiore al massimo valore della pseudo-accelerazione, ma le differenze sono talmente piccole da consentire, ai fini pratici, di parlare indifferentemente di accelerazione o pseudo-accelerazione.



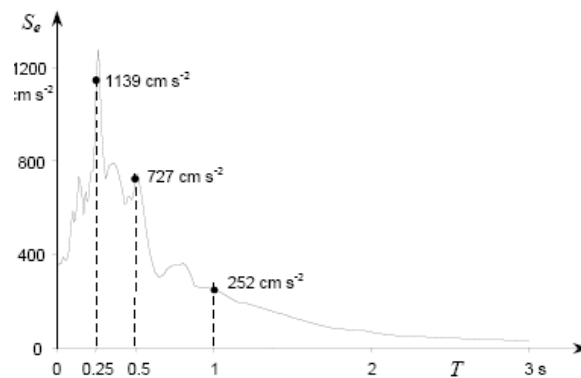
**Figura 3.8** Accelerogramma e risposta in termini di accelerazioni (con  $\xi = 5\%$ )



**Figura 3.9** Accelerogramma e risposta in termini di spostamento (con  $\xi = 5\%$ )

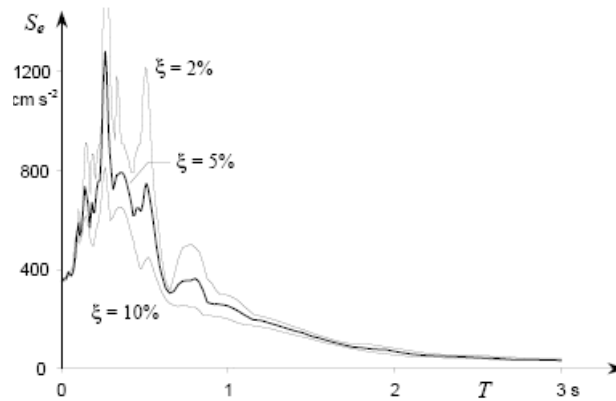
In definitiva, al progettista basta conoscere il valore massimo della pseudo accelerazione (o dell'accelerazione assoluta). Si è già fatto notare che il moto libero di un oscillatore semplice dipende esclusivamente dal periodo proprio  $T$  e dallo smorzamento percentuale  $\xi$ . Ciò vale anche per il moto forzato e per la risposta ad un input sismico. Strutture diverse, ma aventi uguali valori di  $T$  e  $\xi$ , avranno gli stessi

valori dello spostamento e dell'accelerazione massima. È quindi possibile sintetizzare la risposta ad un assegnato terremoto mediante un grafico, denominato *spettro di risposta elastico*, costruito (Fig. 3.10) riportando come ascissa il periodo proprio dell'oscillatore e come ordinata la pseudo accelerazione massima  $S_e(T)$ . In esso potranno essere riportate più curve, ciascuna corrispondente ad un diverso valore dello smorzamento (Fig. 3.11). Questa idea, proposta inizialmente da Biot negli anni '30 e diffusa da Housner negli anni '40, è diventata un caposaldo dell'ingegneria sismica. Tutte le norme, infatti, prescrivono di valutare la massima azione inerziale moltiplicando la massa  $m$  per il valore letto nello spettro di risposta in corrispondenza del periodo proprio della struttura. Lo spettro di risposta elastica in termini di accelerazione parte sempre, per  $T = 0$ , da un valore pari alla massima accelerazione del suolo  $a_g$  (indicata anche con la sigla PGA, acronimo di “peak ground acceleration”). Infatti al valore nullo di  $T$  corrisponde un sistema infinitamente rigido dinamicamente, per il quale il moto relativo  $u(t)$  della massa  $m$  rispetto al suolo è rigorosamente nullo; di conseguenza la massima accelerazione assoluta del sistema coincide con quella del suolo.



**Figura 3.10** Costruzione dello spettro di risposta elastica in termini di accelerazione: accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976.

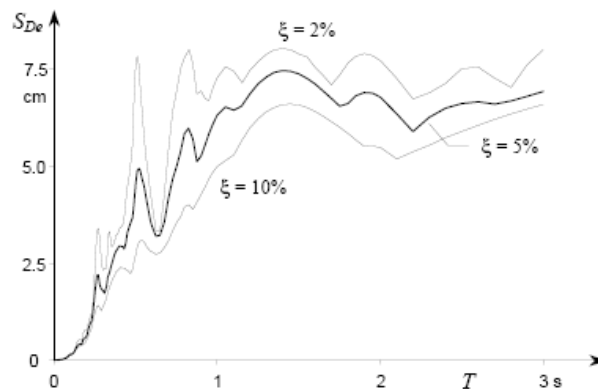




**Figura 3.11** Spettri di risposta elastica in termini di accelerazione:  
accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976.

L'andamento tipico dello spettro presenta un iniziale tratto “a campana”, che corrisponde ad una forte amplificazione dell'accelerazione spettrale rispetto a quella del suolo. Si tratta del fenomeno meccanico della risonanza, descritto in precedenza, che avviene quando il periodo della forzante è simile a quello proprio del sistema strutturale. In effetti il moto del suolo, pur non essendo periodico, può essere scomposto in infinite componenti armoniche, ciascuna di diversa ampiezza; in genere (specialmente per i terreni compatti) sono particolarmente importanti le componenti di basso periodo e queste danno luogo all'amplificazione citata. Per sistemi (ideali) privi di smorzamento l'amplificazione può assumere valori estremamente grandi, ma per i valori di smorzamento comuni nelle strutture reali tale amplificazione è di circa 2 – 3 volte. Al termine del tratto a campana l'andamento dello spettro si presenta ulteriormente decrescente, fino a tendere a valori quasi nulli dell'accelerazione spettrale per sistemi con periodo  $T$  molto elevato. In termini fisici questo significa che sistemi dinamicamente molto deformabili non risentono in maniera apprezzabile degli effetti del moto del suolo. Ad esempio, se appendiamo ad un filo sottile una massa considerevole otteniamo un oscillatore semplice (capovolto) di tale caratteristica (ricordiamo che il valore di  $T$  è legato al rapporto tra la massa  $m$  e la rigidità  $k$ ). Imprimendo all'estremo libero del cavo un moto oscillatorio orizzontale non riusciremo ad eccitare in maniera significativa la massa sospesa all'altro capo, che resterebbe praticamente ferma; in questo caso il moto relativo  $u(t)$  della massa rispetto al suolo è eguale e contrario a quello assoluto del suolo  $u_g(t)$ . In maniera analoga possono essere costruiti gli spettri di risposta elastica in termini di

spostamento, in cui è diagrammato lo spostamento relativo massimo  $S_{De}(T)$  in funzione del periodo (Fig. 3.12). Essi partono, per  $T = 0$ , dal valore zero perché sistemi infinitamente rigidi hanno spostamenti relativi nulli. In essi si può inoltre notare che per alti periodi lo spostamento massimo tende a mantenersi costante; anche questo ribadisce il comportamento precedentemente citato, di massa che rimane praticamente ferma ed ha quindi uno spostamento relativo rispetto al suolo ben definito, che non è altro che lo spostamento assoluto del terreno stesso.



**Figura 3.12** Spettri di risposta elastica in termini di spostamento:  
accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976.

Per concludere, è importante osservare che le caratteristiche dinamiche delle strutture intelaiate in cemento armato, che sono oggetto di questo libro, portano a periodi corrispondenti al tratto di maggiore amplificazione dello spettro; tali strutture sono quindi soggette ad accelerazioni nettamente superiori a quelle del suolo. Le strutture intelaiate in acciaio presentano invece, di solito, periodi abbastanza maggiori e quindi accelerazioni minori; l'elevata deformabilità del sistema produce però altri problemi. Infine, i sistemi strutturali isolati alla base, non esaminati in questo volume, sono dimensionati proprio in modo da collocarsi nella zona dello spettro caratterizzata da accelerazioni veramente basse.

### 3.2 L'OPCM 3431 (Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri)

L'OPCM 3431 [01] richiama la questione dell'input sismico per l'analisi dinamica non lineare delle strutture, descrivendo la possibilità di avere una rappresentazione dell'azione sismica mediante l'uso di accelerogrammi *artificiali*, *simulati* o *naturali*. Gli accelerogrammi artificiali sono tipicamente accelerogrammi derivanti da registrazioni di eventi realmente accaduti modificati in modo da avere uno spettro di risposta praticamente coincidente, entro una certa tolleranza, con uno spettro definito "target", attraverso manipolazione nel dominio delle frequenze [02]. Sebbene questi metodi producano registrazioni perfettamente compatibili con le prescrizioni di normativa, alcuni studi discutono che il numero di cicli o l'energia del segnale possono essere lontani da quelli di una registrazione reale o possono condurre ad una stima statisticamente non corretta della risposta non-lineare [03]. Gli accelerogrammi sintetici vengono generati, attraverso la modellazione, con metodi sia deterministici che stocastici, dei meccanismi di nucleazione e/o propagazione degli eventi sismici. Questi metodi sono in grado di simulare gli effetti dei processi fisici connessi col moto al suolo, come la genesi del terremoto, propagazione dell'onda e risposta superficiale al sito. Si ottengono in tal modo, segnali aventi caratteristiche corrispondenti ad uno o più scenari di progetto, tuttavia, nella pratica ingegneristica, sussistono ostacoli all'utilizzo di accelerogrammi così ottenuti in quanto le competenze necessarie per la generazione sono, a tutt'oggi, specifiche dei sismologi; inoltre l'arbitrarietà con cui si assegnano alcuni parametri fisici nei modelli di simulazione ne rendono discutibile l'utilizzo per la stima probabilistica della risposta sismica delle strutture. Gli accelerogrammi naturali, infine, sembrano essere la più diretta rappresentazione del moto al suolo in quanto riportano in se caratteristiche quali ampiezza, contenuto di frequenze e di energia, durata e fase di eventi reali. Rispetto al passato, sussiste una crescente disponibilità di cataloghi on-line che forniscono libero accesso ad una grande quantità di registrazioni. Per queste ragioni e tenuto conto che recentemente molti studi hanno investigato l'utilizzo di records reali per la valutazione sismica delle strutture, in questo lavoro si è ritenuto opportuno focalizzare l'attenzione sulle registrazioni naturali come input per l'analisi dinamica non lineare sebbene, come discusso nel seguito, la normativa italiana sembra favorire gli accelerogrammi generati per avere uno spettro simile a quello

prescritto. Lo studio qui sinteticamente presentato ha investigato la possibilità di individuare combinazioni di accelerogrammi reali, sia per analisi piane che spaziali, compatibili con i criteri della normativa italiana [01;04] includendo anche altri vincoli emersi recentemente dalla ricerca come importanti nella scelta dell'input sismico per l'analisi non-lineare delle strutture [05]. I risultati trovati si riferiscono a combinazioni rispondenti ai criteri di norma per i suoli di tipo rigido e per la roccia. Gli accelerogrammi considerati sono intenzionalmente *non scalati*, tuttavia per ridurre la variabilità degli spettri all'interno delle combinazioni si sono anche ricercate combinazioni di accelerogrammi scalati linearmente, in termini di accelerazione di picco al suolo (PGA), allo scopo di minimizzare la dispersione degli spettri della combinazione rispetto allo spettro di riferimento.

### 3.2.1 Prescrizione dell'OPCM 3431 sull'uso di accelerogrammi

Nel paragrafo 3.2.7 *–Impiego di accelerogrammi–* la norma impone che la combinazione di accelerogrammi utilizzata, sia esso costituito da segnali naturali, sintetici o artificiali, abbia uno spettro di risposta medio coerente con quello elastico definito dal codice. Tale coerenza è da verificare in base alla media delle ordinate spettrali ottenute con i diversi accelerogrammi per un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente  $\xi$  del 5%. Nel dettaglio: l'ordinata spettrale media non deve presentare uno scarto superiore al 10%, rispetto alla corrispondente dello spettro elastico, in alcun punto dell'intervallo di periodi  $0,15\text{ s} \div 2,0\text{ s}$  e  $0,15\text{ s} \div 2\text{ T}$ , in cui T è il periodo fondamentale di vibrazione della struttura in campo elastico. (Nel presente lavoro la coerenza tra l'ordinata spettrale media e lo spettro di norma è stata verificata in un range di periodo compreso tra 0.147 s e 2.0 s e quindi per strutture con periodo fondamentale fino ad 1 secondo.) Per quanto riguarda il numero di accelerogrammi che costituiscono una combinazione bisogna dapprima chiarire il concetto di *gruppo*. Ciascun gruppo è costituito dall'insieme delle due registrazioni orizzontali e da quella verticale di una singola stazione sismica. Secondo la norma una combinazione per l'analisi strutturale deve essere costituita da un numero di gruppi almeno pari a 3, ma al punto 4.5.5 *–Analisi dinamica non lineare–* viene chiarito che nel caso in cui si utilizzino almeno 7 diversi gruppi di accelerogrammi

gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, etc.) potranno essere rappresentati dalle medie dei valori massimi ottenuti dalle analisi. Tenuto conto, (punto 4.6 –*Combinazione delle componenti dell'azione sismica*–) che l'azione sismica verticale va considerata solo nei seguenti casi:

- Elementi pressoché orizzontali con luce superiore ai 20 m;
- Elementi a mensola;
- Pilastri in falso;
- Edifici con piani sospesi;
- Elementi principali precompressi,

si è ritenuto opportuno nello studio qui presentato non considerare la componente verticale per cui i risultati si applicano ad edifici di luci non elevate, mentre per le strutture industriali (prefabbricate e di grande luce) è attualmente in corso un'analisi che mira a trovare combinazioni che includono tutte le tre componenti dell'azione sismica. Inoltre nel seguito si distingue tra analisi non lineari su strutture piane, in cui l'azione sismica può essere considerata come agente secondo una sola direzione, e le strutture spaziali per cui l'analisi va svolta con riferimento a due direzioni orizzontali.

### 3.2.2 Spettri di normativa

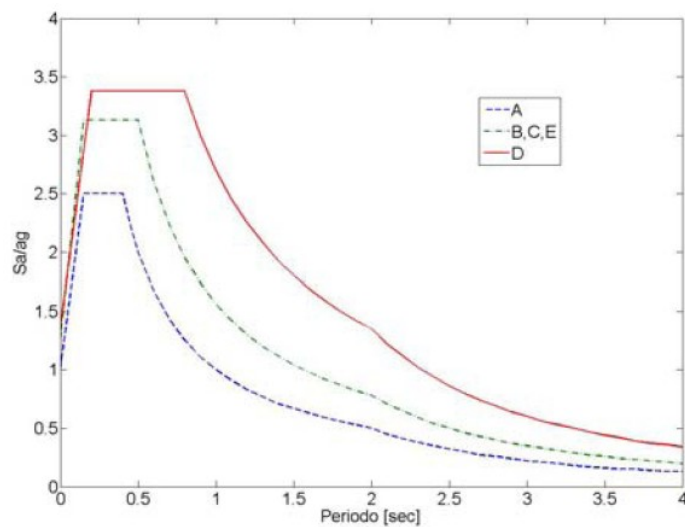
La definizione dello spettro di riferimento, come è noto, è funzione della tipologia di terreno considerato e del livello di pericolosità sismica della zona di interesse. La norma definisce 5 principali categorie per i profili stratigrafici di fondazione:

- A - Formazioni litoidi o suoli omogenei molto rigidi ( $V_{s30}$  superiori a 800 m/s);
- B - Depositi di sabbie o ghiaie molto addensate o argille molto consistenti (velocità delle onde di taglio ( $V_{s30}$ ) compresa tra 360 m/s e 800 m/s);
- C - Depositi di sabbie e ghiaie mediamente addensate, o di argille di media consistenza ( $V_{s30}$  compresa tra 180 e 360 m/s);
- D - Depositi di terreni granulari da sciolti a poco addensati oppure coesivi da poco a mediamente consistenti ( $V_{s30} < 180$  m/s);

E - Profili di terreno costituiti da strati superficiali alluvionali, ( $V_{s30}$  simili a quelli dei tipi C o D e spessore compreso tra 5 e 20 m, giacenti su di un substrato di materiale più rigido con  $V_{s30} > 800$  m/s).

In aggiunta a queste categorie, se ne definiscono altre due, S1, S2, per le quali sono richiesti caratterizzazioni speciali e che sono state escluse dal presente studio.

Le forme spettrali per le cinque categorie principali di suolo sono riassunte in fig. 3.13, si noti che esse differiscono, per alcuni suoli da quelle prescritte dall'Eurocodice 8.



**Figura 3.13** Forme spettrali nell'OPCM 3431

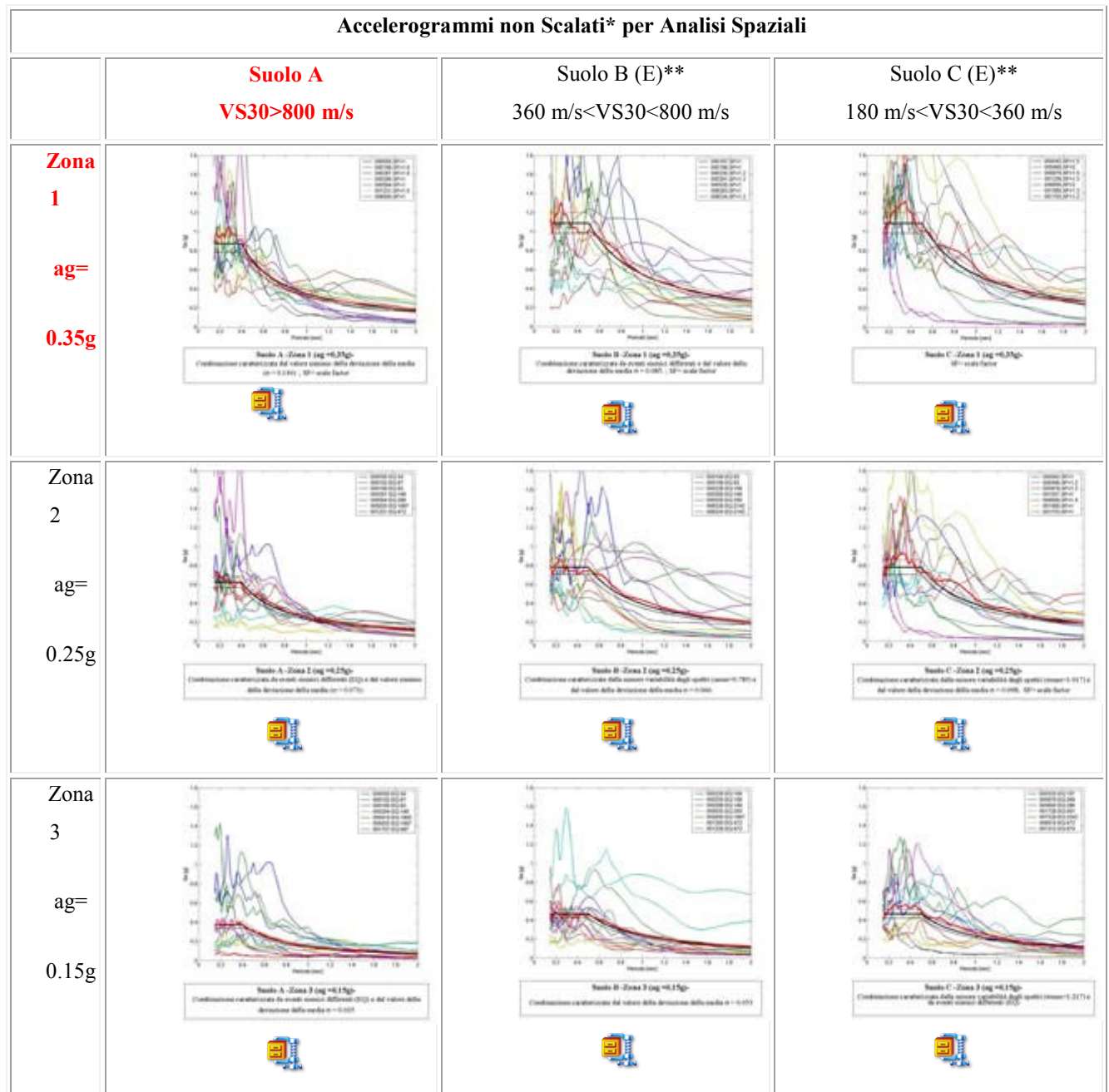
Il livello di pericolosità, invece, è definito attraverso il valore del parametro  $a_g$  che rappresenta l'accelerazione orizzontale massima

sul suolo di categoria A. I valori per l'Italia (non dissimili da altri paesi europei) sono riportati in Tabella 3.1.

Zona	Valori di $a_g$
1	0,35g
2	0,25g
3	0,15g

**Tabella 3.1.** Valori delle accelerazioni al suolo secondo l'OPCM 3431

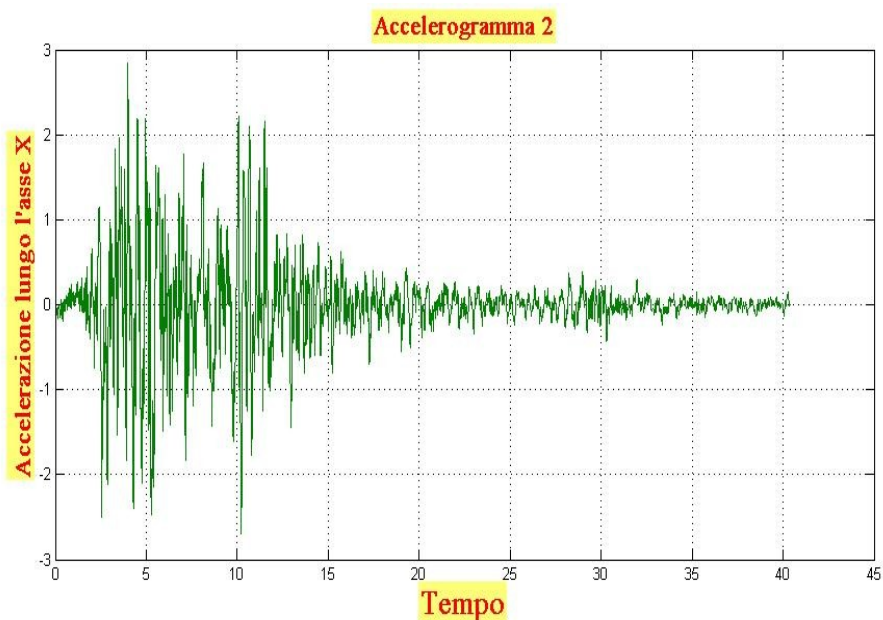
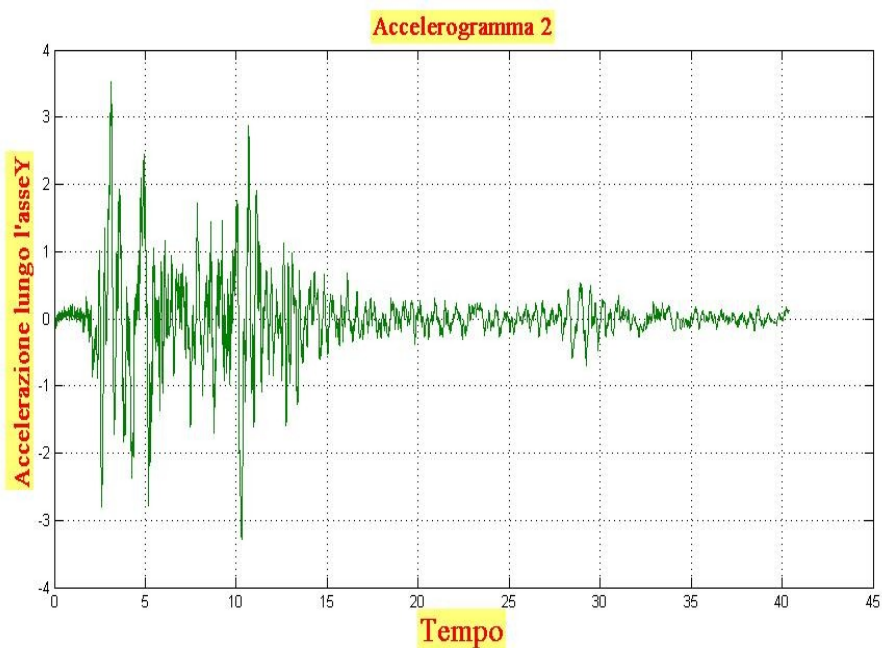
### 3.3 La scelta del set di accelerogrammi



**Figura 3.14**

Dal sito <http://www.reluis.unina.it>, fig. 3.14 abbiamo considerato il caso del suolo A con  $V_s > 800$  m/s e zona 1 con  $a_g = 0.35g$ . E si è scelto secondo quanto previsto dall'opcm 3431 un set di 3 accelerogrammi naturali denominati accelerogramma 2, 4, 6 come si possono vedere dalla fig. 3.15 alla fig. 3.20. L'implementazione degli accelerogrammi in Fluent è avvenuta attraverso delle subroutine apposite. Il valore di accelerazione tratto dagli accelerogrammi costituisce termine sorgente nelle

equazioni della quantità di moto  $x$  e  $y$ . Le subroutine realizzate, sono state compilate e “agganciate” a Fluent. La compilazione ha permesso di ridurre drasticamente i tempi di calcolo.

**Figura 3.15****Figura 3.16**



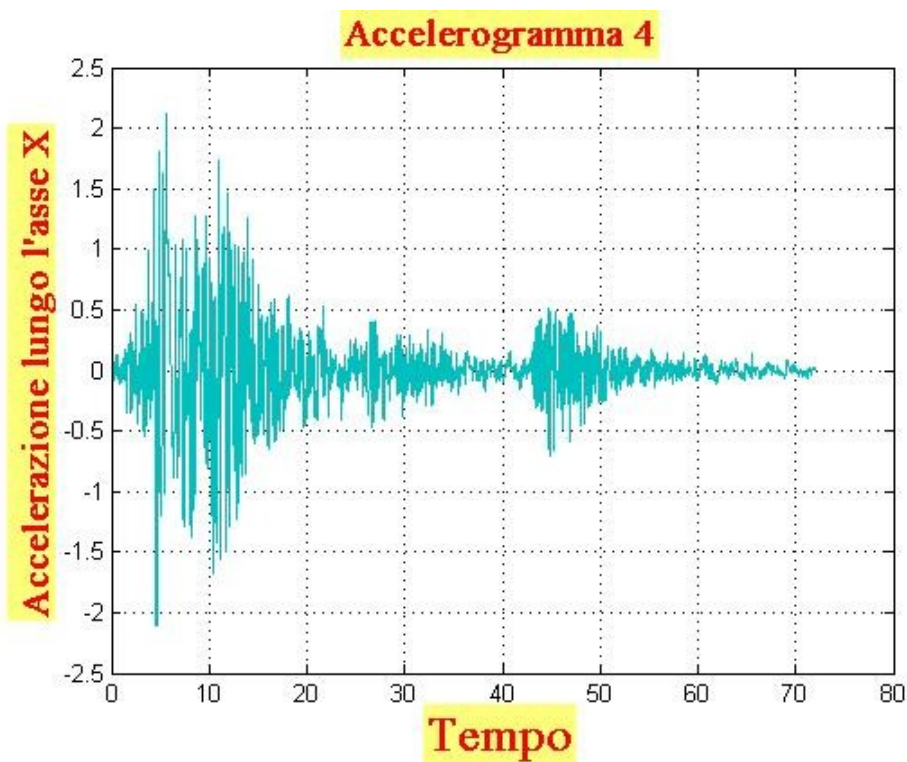


Figura 3.17

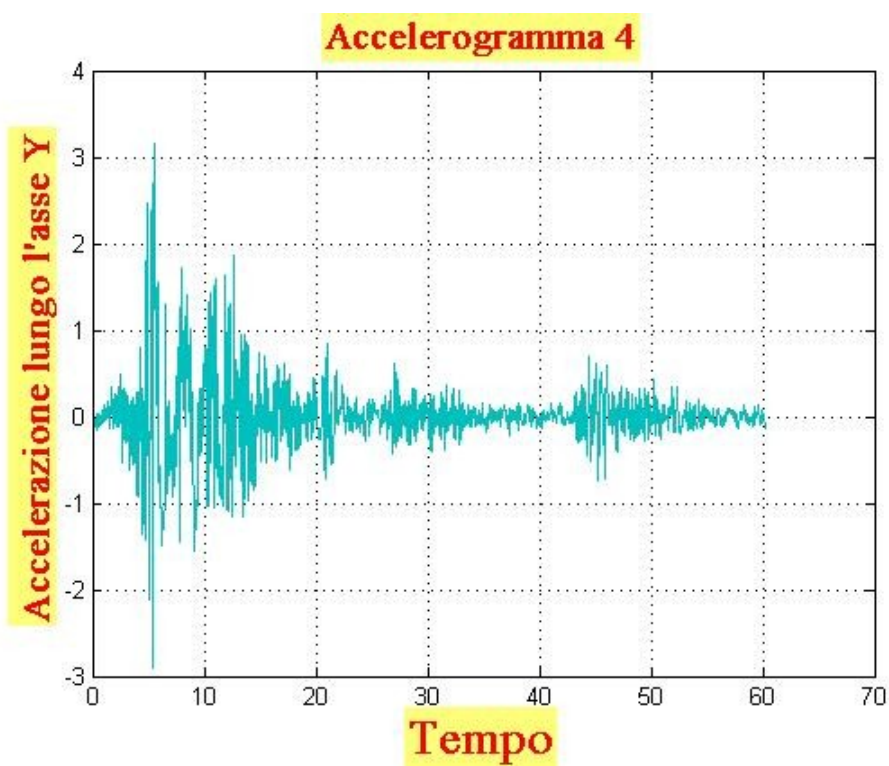


Figura 3.18

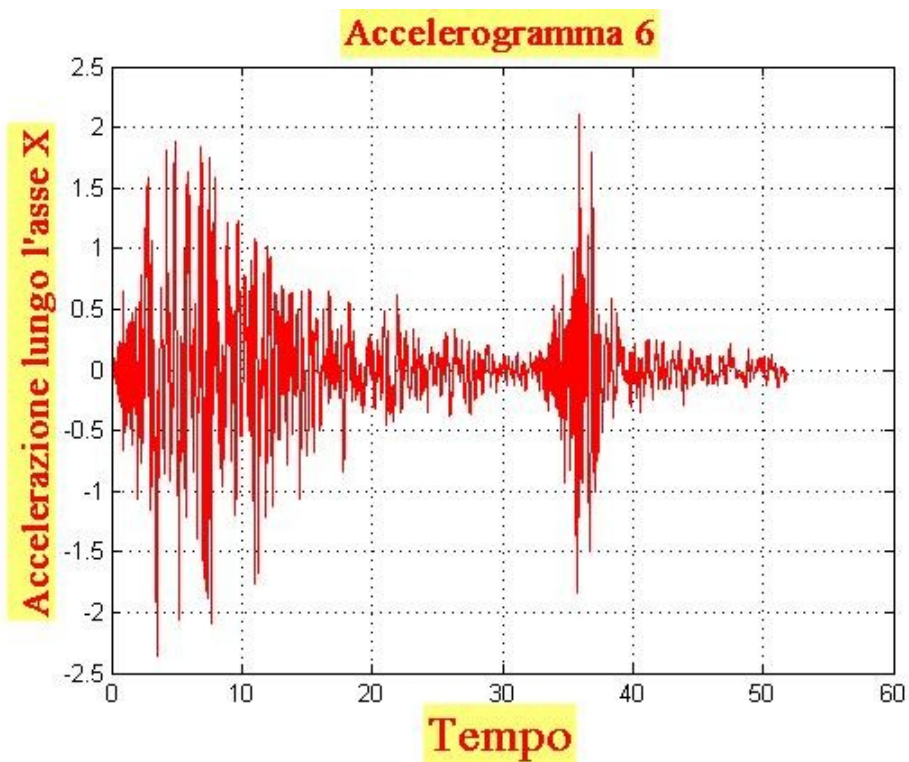


Figura 3.19

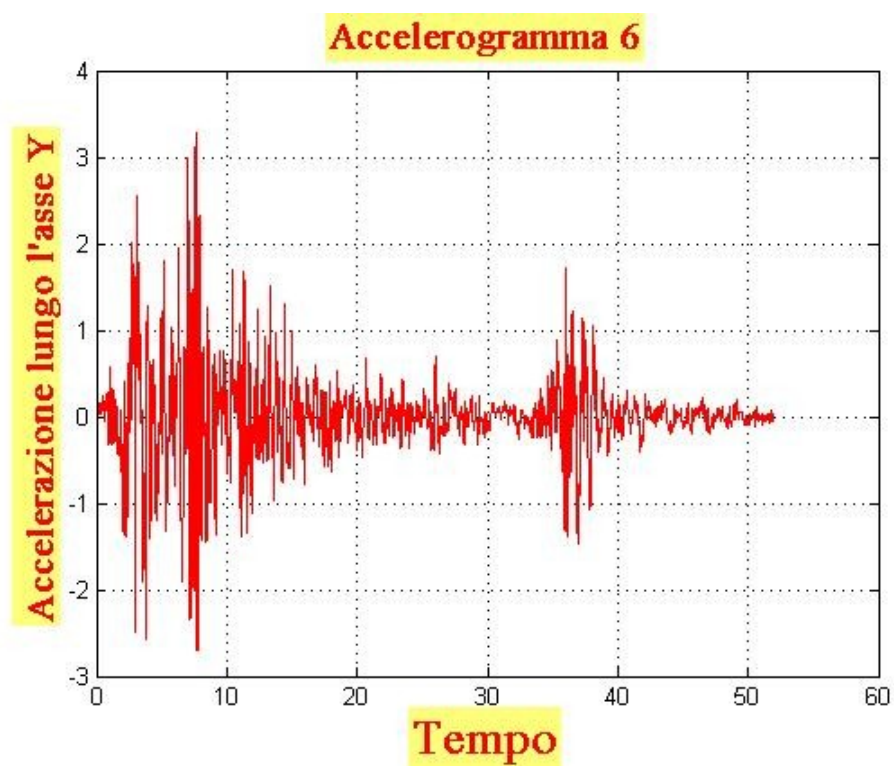


Figura 3.20

## Bibliografia

[01] Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3431, Ulteriori modifiche ed integrazioni all'ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274, 2005.

[02] Bommer, J.J., Acevedo, A.B. The use of real earthquake accelerograms as input to dynamic analysis”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol.8, Special Issue, 1, pp. 43-91, 2004.

[03] Carballo, J.E., Cornell. C.A. Probabilistic seismic demand analysis: spectrum matching and design, Report No. RMS-41, Reliability of Marine Structures Program, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, 2000.

[04] Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274, Norme tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici, 2003.

[05] Baker, J.W., Cornell, C.A. Spectral shape, epsilon and record selection *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35: 1077-1095, 2006.

# Capitolo 4

## Rilievi sperimentali, analisi dell'immagine e simulazione numerica

In questo capitolo si è presentata la progettazione e la realizzazione dell'apparato sperimentale, la descrizione del banco di prova e le attività sperimentali svolte. Si esporrà inoltre la metodologia approntata per l'analisi delle immagini.

Infine si descriveranno i modelli costruiti con il modellatore geometrico Gambit e le successive simulazioni numeriche eseguite con il software Fluent.

### 4.1 Progettazione del sistema di movimentazione

Dopo un'attenta analisi bibliografica si è deciso di replicare in laboratorio il fenomeno dello sloshing. Questo per poter validare con dati sperimentali il modello numerico ottenuto con un software commerciale CFD, la cui applicazione a casi reali saranno discusse successivamente.

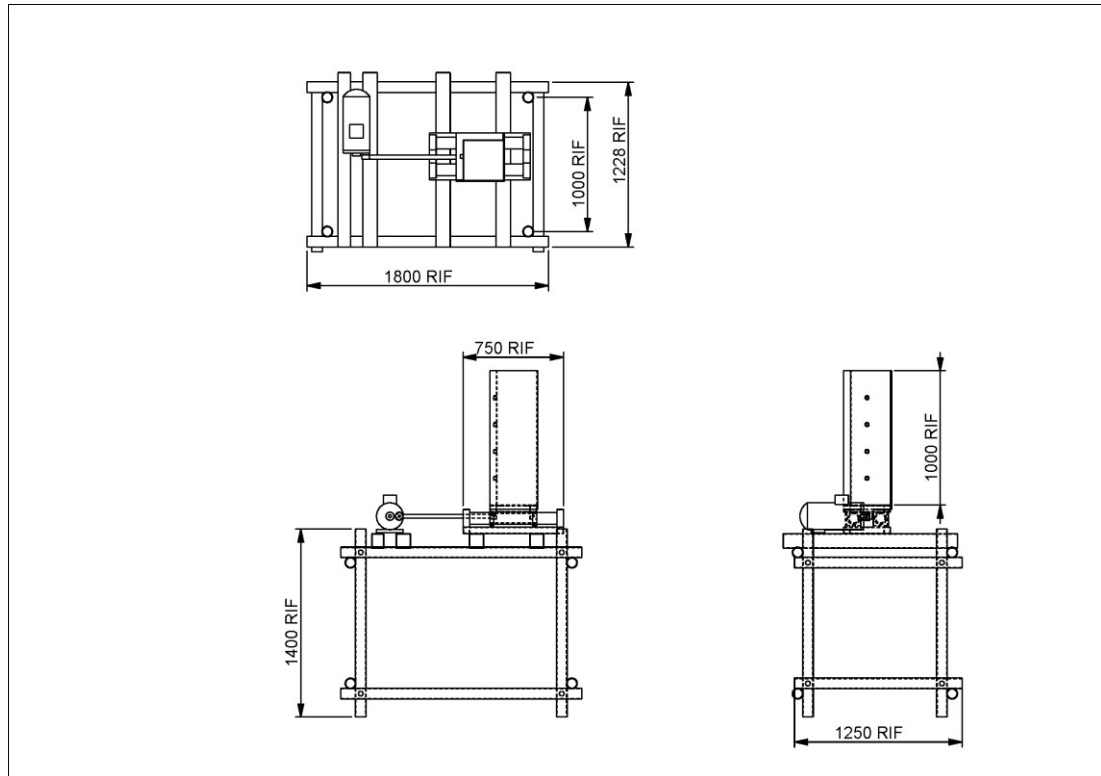
L'idea è stata quella di considerare un semplice sistema di movimentazione monoassiale, azionato da un motore elettrico di una potenza pari a 3 kW e che, con sistema biella manovella per la trasmissione, potesse imprimere al serbatoio un moto sinusoidale.

La legge di moto sinusoidale così ottenuta inoltre potrà essere modulata attraverso un inverter, che facendo variare i giri del motore elettrico, farà variare la frequenza della legge di moto e attraverso l'utilizzo di diverse manovelle si potrà avere anche una variazione dell'ampiezza del moto sinusoidale.

Tale idea di movimentazione è stata sviluppata prima con un software di progettazione meccanica 3d. Nello specifico si è fatto uso di Cad Pro/engineer 4.0. L'utilizzo di questo software ha permesso di avere dei disegni esecutivi per la

realizzazione del sistema di movimentazione nei laboratori del Dipartimento di Ingegneria Meccanica e per l'Energetica.

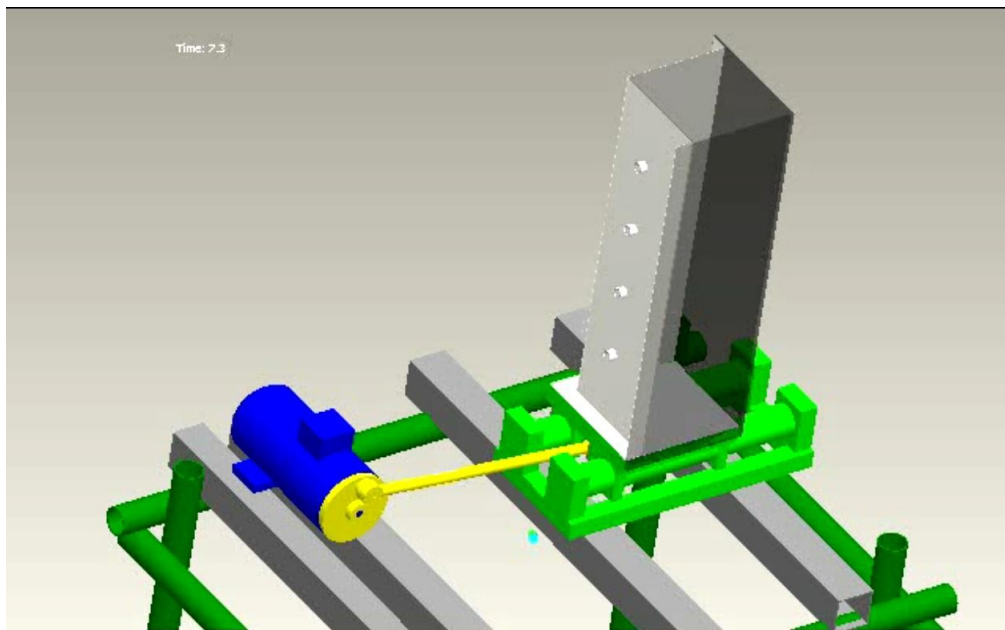
Per brevità si riporta solo il disegno dell'ingombro del sistema di movimentazione (fig. 4.1).



**Figura 4.1** Ingombro del sistema di movimentazione

Inoltre sempre grazie all'utilizzo di tale software è stato possibile analizzare il cinematismo dell'apparato sperimentale in tutti i suoi componenti. In figura 4.2 si riporta un fotogramma ottenuto con il software del cinematismo analizzato, permettendo così un'analisi preventiva delle criticità a cui si può andare incontro nel movimentare masse consistenti.

Quindi con un analisi preventiva si è cercato di limitare nel limite del possibile le vibrazioni inevitabilmente generate.



**Figura 4.2** Fotogramma filmato cinematismo dell'apparato sperimentale.

## 4.2 Prove sperimentali e banco di prova

Il sistema di movimentazione realizzato è mostrato in fig. 4.3. Esso ha permesso di svolgere delle prove sperimentali al fine di rilevare sperimentalmente le oscillazioni di livello, in un serbatoio in prova, soggetto a movimenti sinusoidali.



**Figura 4.3** Banco di prova



Su questo banco di prova è stato montato un serbatoio a base quadrata, avente due superfici vetrate. Il serbatoio è stato quindi riempito di una miscela di acqua e liquido di contrasto. Tale liquido si rende necessario per facilitare il successivo post processing delle immagini. Il serbatoio vincolato a dei binari si muove di moto rettilineo alternato, generando nel liquido degli spostamenti impulsivi registrati da una telecamera.

Il movimento del serbatoio è alimentato da un motore elettrico attraverso un manovellismo di spinta. In questa maniera, si è cercato di trasferire al liquido una certa quantità di moto in un'unica direzione, al fine di osservare fenomeni oscillatori prevalentemente bidimensionali. I movimenti effettuati dal pelo libero sono stati ripresi con una telecamera, attraverso una delle superfici vetrate del serbatoio.

#### 4.1.1 Basamento

Il basamento è formato da tubi innocenti aventi diametro di circa 50mm, tenuti insieme da appositi giunti serrati attraverso bullonatura (Fig 4.4).



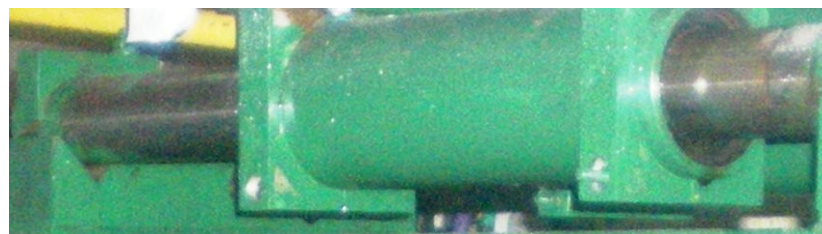
**Figura 4.4** Giunto di serraggio

Il basamento presenta un supporto per il motore elettrico e sostiene dei binari cilindrici rettificati che costituiscono le guide lineari sulle quali scorrerà il supporto del serbatoio.

Binari cilindrici

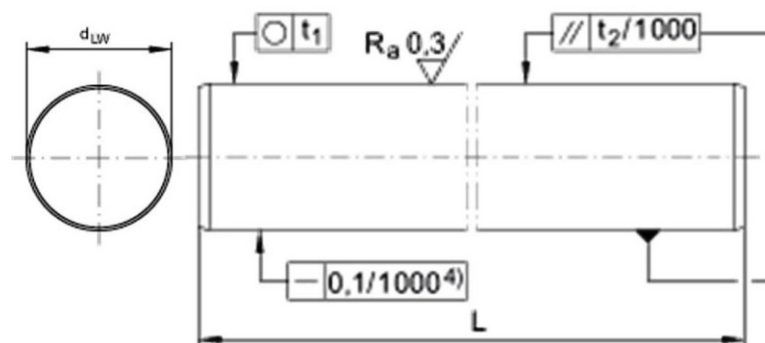
Le guide lineari sono delle barre piene in acciaio rettificato di circa 50mm di diametro per una lunghezza di 1,5 m.

Tali alberi sono piste di rotolamento di precisione per cuscinetti lineari a sfere, Sono prodotti in acciaio bonificato con tempra superficiale di 670 +170 HV (59 +6 HRC). La profondità uniforme dello strato temprato garantisce un passaggio uniforme tra lo strato superficiale temprato ed il nucleo. Essi sono prodotti, come standard, nella classe di tolleranza h6 (Fig. 4.5).



**Figura4.5** Binari cilindrici con cuscinetti lineari

Di seguito si riporta la scheda tecnica (Tab. 4.1, Fig. 4.6) dei binari utilizzati:



**Figura 4.6** Binari pieni

$d_{LW}$	50 mm	
L	6000 mm	
	0 / -16 $\mu\text{m}$	tolleranza h6

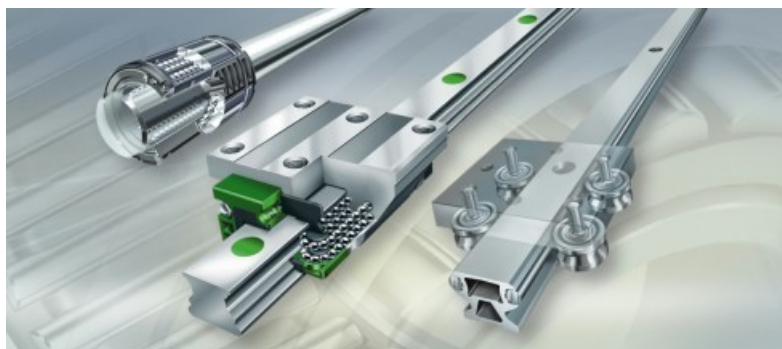


4)	+6 / -5 $\mu\text{m}$	Tolleranza speciale j5: Solo per alberi in acciaio bonificato.
		Per lunghezza alberi < 400 mm max. tolleranza di rettilineità di 0,04 mm.
Rht <sub>min</sub>	1,5 mm	Profondità di tempra superficiale: Secondo DIN ISO 13012
t <sub>1</sub>	7 $\mu\text{m}$	Circolarità
t <sub>2</sub>	11 $\mu\text{m}$	Parallelismo: Misurazione della differenza del diametro.
m <sub>w</sub>	15,41 kg/m	Peso dell'albero

**Tabella 4-1** Scheda tecnica alberi del banco di prova

### Cuscinetti lineari

I cuscinetti lineari (Fig. 4.7) sono supporti per movimenti di traslazione. Come per i cuscinetti rotativi le forze possono essere trasmesse da elementi volventi o a strisciamento.

**Figura 4.7** Cuscinetti lineari

Le esigenze dei componenti lineari sono svariate quanto le applicazioni nelle quali possono essere impiegati. Per i sistemi di trasporto e di alimentazione vi sono

prevalentemente esigenze di velocità e di precisione, mentre ad esempio per le macchine di misurazione, precisione e rigidità. Ogni tipo costruttivo lineare ha determinate caratteristiche che lo rende particolarmente adatto per determinate applicazioni. Regole valide in generale per la scelta del tipo di guida esistono solo limitatamente, dato che vanno considerati e ponderati diversi fattori. Oltre al carico, all'accelerazione, alla velocità ed alla corsa spesso bisogna tenere conto anche di fattori come la temperatura, la lubrificazione, la vibrazione, il montaggio, la manutenzione ecc.

I cuscinetti volventi per movimenti lineari esistono come guide profilate, guide a rotelle, guide ad albero con cuscinetti lineari a sfere, guide con gabbie piane, guide con pattini a ricircolazione di rulli e di sfere e unità lineari comandate (moduli e tavole).

Le guide ad albero con cuscinetti a sfere per movimenti lineari sono idonei per i carichi provenienti da due direzioni e compensano errori statici di disallineamento dell'albero.

Per l'elevata rigidità e la precisione spesso necessaria durante il funzionamento, la maggior parte delle unità vengono fornite dallo stabilimento precaricate oppure possono essere precaricate durante il montaggio.

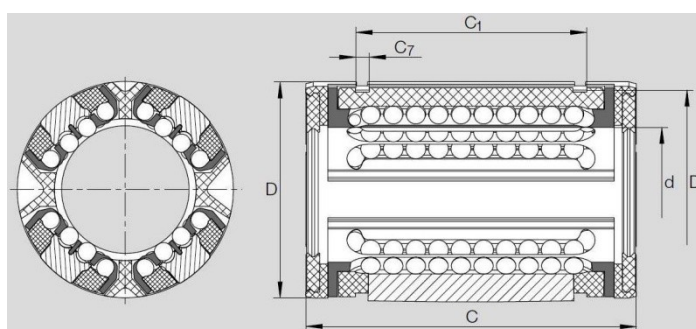
Per la determinazione della taglia delle guide si considerano in primo luogo l'entità ed il tipo di carico e le esigenze di durata e di sicurezza d'esercizio. In generale vale che, a parità di ingombro esterno, i cuscinetti a rulli possono supportare maggiori carichi rispetto a guide a ricircolazione di sfere. Per carichi di piccola e media dimensione e movimenti altamente dinamici vengono spesso utilizzate guide a sfere, per esigenze di elevato carico vengono utilizzate guide a rulli.

Nel caso in esame si sono adottati quindi, cuscinetti lineari a ricircolazione di sfere del tipo mostrato nella figura 4.8.



**Figura 4.8** Cuscinetto lineare a ricircolazione di sfere

Riportiamo in seguito i dettagli tecnici (fig. 4.9 e tab.4.2) del cuscinetto scelto:



**Figura 4.9** Schema tecnico di un cuscinetto lineare a rotolamento di sfere

Diametro albero	Serie costruttiva	Peso [kg]	Dimensioni			Quote dei raccordi
40	KS40	0.38	d	D	C	$C_1$
			40	62	80	60.3

**Tabella 4-2** Caratteristiche tecniche del cuscinetto a rotolamento di sfere

Tali cuscinetti offrono una compensazione al disallineamento di  $\pm 40^\circ$ .



**Figura 4.10** Cuscinetti a ricircolazione di sfere montati sulle guide lineari cilindriche

#### 4.1.2 *Manovellismo di spinta*

Per alimentare il moto della vaschetta viene adoperato un manovellismo di spinta.

Il manovellismo (fig. 4.11) è mosso da un motore elettrico. Dall'analisi cinematica del manovellismo si ottiene la legge di accelerazione della vaschetta. Tale legge verrà implementata in un file UDF nelle simulazioni numeriche.



**Figura 4.11** Manovellismo del banco di prova

Il manovellismo adoperato nel banco di prova ha per manovella un disco forato, dotato di un eccentrico, grazie al quale è possibile variare il raggio di manovella. La biella è formata da un'asta collegata alla manovella attraverso un cinematismo cilindrico fissato tramite una vite a testa esagonale e al supporto della vasca attraverso un giunto sferico. Il supporto su cui verrà fissata il serbatoio di prova fa la parte del pistone.

Il raggio di manovella utilizzato è 4,5cm mentre la biella è lunga 67,2cm (fig. 4.12).



**Figura 4.12** Nella figura di sinistra è possibile vedere la manovella, mentre in quella di destra, il giunto di attacco della biella, alla base mobile del serbatoio

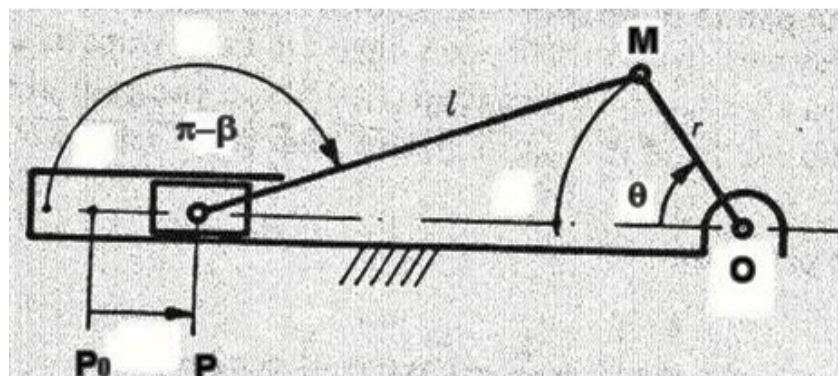
#### 4.1.2.1 Analisi cinematica del manovellismo di spinta

Con riferimento alla figura 4.11 possiamo scrivere:

$$s = OP - OP = r + l - r \cos \theta - l \cos \beta \quad (4.1)$$

Facendo alcune osservazioni geometriche possiamo dire:

$$\begin{cases} l \sin \theta = r \sin \theta \\ \frac{r}{l} = \lambda \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \beta = \lambda \sin \theta \\ \cos \beta = (1 - \sin^2 \beta)^{1/2} = (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \end{cases} \quad (4.2)$$



**Figura 4.13** Manovellismo di spinta

Sostituendo nella 4-1 quanto risulta dal sistema 4-2 otteniamo la legge del moto del pistone:

$$s = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \beta) = r(1 - \cos \theta) + l \left[ 1 - (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \right] \quad (4.3)$$

Derivando tale equazione otteniamo la velocità:

$$\begin{aligned} v = \frac{ds}{dt} &= r\omega \sin \theta + \frac{\omega l}{2} \frac{2\lambda^2 \sin \theta \cos \theta}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} = \\ &= r\omega \left( \sin \theta + \frac{\lambda \sin 2\theta}{2(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right) \approx r\omega \left( \sin \theta + \frac{\lambda \sin 2\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Derivando 4-4 otteniamo la legge di accelerazione:

$$a = \frac{dv}{dt} \approx r\omega^2 (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta) + r\omega^2 \left( \sin \theta + \frac{\lambda}{2} \sin 2\theta \right) \quad (4.5)$$

Quest'ultima equazione è quella di nostro interesse.

#### 4.1.2.2 Motore elettrico

Il motore elettrico utilizzato (Fig. 4.14) per alimentare il manovellismo è di tipo asincrono. Il motore asincrono è un tipo di [motore elettrico](#) in [corrente alternata](#) in cui la velocità di rotazione dell'albero è minore della velocità di rotazione del campo magnetico generato dagli avvolgimenti di statore, ovvero non c'è sincronismo tra le due velocità.

Il legame tra velocità di sincronismo, frequenza  $f$  di alimentazione ed il numero di coppie polari  $p$  è espresso dalla relazione:



$$n_s = 60 \frac{f}{p} \quad (4.6)$$

Dove  $n_s$  è espressa in rpm (rotazioni per minuto) ed  $f$  è espressa in Hertz.



**Figura 4.14** Motore elettrico del banco di prova

La velocità del rotore in condizioni nominali è sempre minore di un 3-6%; è il fenomeno dello *scorrimento* (*slip*) che consente la produzione della coppia. Dalla formula che definisce lo *scorrimento* è possibile esprimere la velocità di rotazione effettiva del rotore ( $n_r$ ):

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (4.7)$$

Il valore effettivo dello scorrimento dipende dal carico effettivo sul rotore. Il carico non è mai nullo perché sono sempre presenti i fenomeni di attrito tra le parti mobili e con l'aria che impediscono al motore di ruotare alla velocità di sincronismo, vincendo questa [coppia](#) meccanica.

Il motore utilizzato, per il banco di prova, è a 2 coppie polari e presenta le seguenti caratteristiche (Tab. 4.3):

50Hz	4kW	220V	16/9 A	$\cos\varphi=0.8$	1425giri/min
50Hz	4kW	240V	16.5/9 A	$\cos\varphi=0.8$	1440giri/min
50Hz	4kW	250V	16/9 A	$\cos\varphi=0.8$	1710giri/min

**Tabella 4-3** Targa tecnica del motore elettrico

La velocità di rotazione del motore viene variata attraverso un inverter dell'ABB (fig. 4.15) in grado di regolare la frequenza in un range di 0-250Hz. Un inverter è un [apparato elettronico](#) in grado di convertire una corrente alternata in un'altra di differente [frequenza](#). Variando la frequenza del sistema otteniamo una qual si voglia velocità di rotazione secondo la legge 4-6.



**Figura 4.15** Inverter dell'ABB utilizzato per la regolazione del motore

#### 4.1.3 Serbatoio di prova

Il serbatoio in prova utilizzato durante questa esperienza (Fig. 4.16) è un parallelepipedo di base quadrata avente dimensione 0.30mx0.30mx1.00m, aperto superiormente. La base inferiore del serbatoio così come due pareti contigue sono



costituite da un lamierino in acciaio di 2mm. Le rimanenti pareti sono realizzate con due lastre di vetro di circa 5mm. Sugli spigoli che rendono contigue le pareti metalliche con quelle di vetro, la tenuta è garantita da due strati di guaina, posti su facce opposte della lastra di vetro e pressati con una striscia metallica bullonata. Lo spigolo formato dalla parete metallica è ottenuto tramite saldatura ad elettrodo. La tenuta dello spigolo fra le pareti vetrate è garantita da uno strato di silicone.



**Figura 4.16** Serbatoio di prova. I fogli di carta sulla seconda superficie vetrata occorrono per ottenere condizioni di illuminazione ottimali

Il serbatoio è collegato ad una base mobile tramite bullonatura. La base mobile presenta appositi vani atti ad accogliere i cuscinetti lineari descritti in un paragrafo precedente.

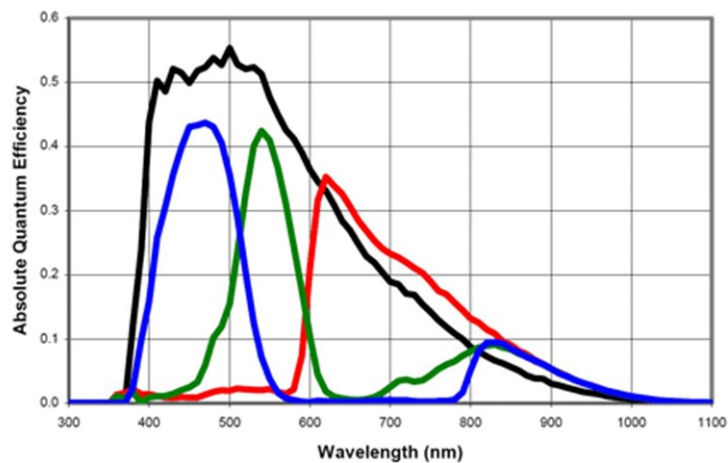
#### 4.1.4 *Telecamera AVT Pike*

L'acquisizione dei filmati è eseguita mediante una telecamera modello AVT Pike F032C della ALLIED Vision Technologies (fig. 4.17).

La telecamera è posizionata su un cavalletto regolabile a circa 2m dal banco di prova e collegata ad un computer, nel quale vengono immagazzinate le immagini riprese in un filmato in formato AVI.

La fotocamera AVT Pike è dotata dell'interfaccia standard IEEE 1394b (S800), come pure di sensori di alta qualità CCD. La Pike offre una selezione di sei diversi tipi di sensori di alta qualità (b/w e colore), con elevata sensibilità nella riproduzione dei colori.

La casa costruttrice fornisce la caratteristica del sensore della telecamera rispetto un input a colori (blue, red, green) e BW (black and white).



**Figura 4.17** Il specifiche del sensore (escluse lenti e filtri) tipici di questo modello di fotocamera

Di seguito (tab. 4.4) vengono riportati i dati tecnici tratti dal manuale fornito con la telecamere:

Image device	Type 1/3 (diag. 5.92 mm) type progressive scan KODAK IT CCD KAI340
Effective picture elements	648 (H) x 488 (V)
Lens mount	Adjustable C-Mount: 17.526 mm (in air); Ø 25.4 mm (32 tpi) Mechanical Flange Back to filter distance: 12.5 mm
Picture sizes	320 x 240 pixels (Format_0 Mode_1) 640 x 480 pixels (Format_0 Mode_2 to Mode-5) 640 x 480 pixels (Format_7 Mode_0)

	320 x 480 pixels (Format_7 Mode_4, 2 out of 4 H-sub-sampling) 640 x 240 pixels (Format_7 Mode_5, 2 out of 4 V-sub-sampling) 320 x 240 pixels (Format_7 Mode_6, 2 out of 4 full sub-sampling)
Cell size	7.4 $\mu\text{m}$ x 7.4 $\mu\text{m}$
ADC	14 bit
Color modes	Raw8, Raw16, Mono8, YUV4:2:2, YUV4:1:1, RGB8
Frame rates	1.875 fps; 3.75 fps; 7.5 fps; 15 fps; 30 fps; 60 fps; 120 fps up to 202 fps in Format_7 (Mono8, Raw8) up to 139 fps (YUV 4:1:1) up to 105 fps (YUV 4:2:2, Raw 16) up to 70 fps (RGB8)
Gain control	Manual: 0-20 dB (0.0353 dB/step); auto gain (select. AOI)
Shutter speed	26 ... 67.108.864 $\mu\text{s}$ (~67s); auto shutter (select. AOI)
External trigger shutter	Programmable, trigger level control, single trigger, bulk trigger, programmable trigger delay
Internal FIFO memory	Up to 105 frames
# look-up tables	4 user programmable (14 bit $\square$ 14 bit); gamma (0.45 and 0.7)
Smart functions	AGC (auto gain control), AEC (auto exposure control), AWB (autowhite balance), color correction, hue, saturation, real-time shading correction, LUT, 64 MByte image memory, mirror, sub-sampling, High SNR, storable user sets Two configurable inputs, four configurable outputs RS-232 port (serial port, IIDC V1.31)
Transfer rate	100 Mbit/s, 200 Mbit/s, 400 Mbit/s, 800 Mbit/s
Digital interface	IEEE 1394b (IIDC V1.31), 2 x copper connectors (bilingual daisy) chain
Power requirements	DC 8 V - 36 V via IEEE 1394 cable or 12-pin HIROSE
Power consumption	Typical 5 watt (@ 12 V DC); fiber: typical 5.75 watt (@ 12 V DC) (full resolution and maximal frame rates)
Dimensions	96.8 mm x 44 mm x 44 mm (L x W x H); incl. connectors, w/o tripod and lens
Mass	250 g (without lens)
Operating temperature	+ 5 $^{\circ}\text{C}$ ... + 50 $^{\circ}\text{C}$ housing temperature (without condensation)
Storage temperature	- 10 $^{\circ}\text{C}$ ... + 60 $^{\circ}\text{C}$ ambient temperature (without condensation)

Regulations	EN 55022, EN 61000, EN 55024, FCC Class B, DIN ISO 9022, RoHS (2002/95/EC)
Options	Protection glass, host adapter card, angled head, power out (HIROSE), API (FirePackage, Direct FirePackage, Fire4Linux)

**Tabella 4-4** Specifiche pike F-032C**Figura 4.18** Telecamera AVT Pike F032C

Il software di acquisizione utilizzato è AVTfirepackage fornito dalla casa costruttrice AVT, attraverso il quale sono stati acquisiti filmati in formato mono8 a 25fps.

Sulla telecamera è montato un obiettivo con montatura di tipo C avente una lunghezza focale di 16mm prodotta dalla Cosmicar Television in Giappone.

Sono state effettuate prove anche con la telecamera solidale al serbatoio, utilizzando obbiettivi grandangolo. Tale soluzione è stata però abbandonata a causa della bombatura delle immagini causate dai fisheye per riprese ravvicinate.

## 4.2 Analisi delle immagini

Scopo di tale analisi è ottenere dati caratterizzanti il fenomeno dello sloshing, in maniera da poter confrontare i dati delle simulazioni numeriche con i dati sperimentali.

A tal fine sono stati elaborati dei programmi di analisi delle immagini ottenute dai filmati acquisiti tramite la telecamera. In maniera analoga si sono processate le immagini ottenute dalle simulazioni numeriche.

Quindi una volta registrati i filmati, questi sono stati processati attraverso dei programmi compilati in ambiente MATLAB, secondo la logica mostrata nel seguente flow chart (fig. 4.19):



**Figura 4.19** Flow chart del processo di analisi del filmato AVI

#### 4.2.1 Programmi di analisi immagini

Il programma di analisi delle immagini è stato suddiviso in quattro sottoprogrammi:

- Acquisizione filmati;
- Taglio immagini;
- Estrazione pelo libero e baricentro;
- Elaborazione dati.

Tali programmi mandati in esecuzione nell'ordine segnato, permettono la generazione di file contenenti dei dati utili all'analisi preposta.

##### 4.2.1.1 Acquisizione filmati

Il file AVI generato dalla telecamera è in formato mono8, ovvero in bianco nero, con una velocità di campionamento di 25fps. Dal filmato vengono estratti i singoli frame e resi immagini. Le immagini non sono altro che delle matrici contenenti dei valori di intensità di luminosità.

Elaborando le figure si ottengono delle immagini binarie, ovvero delle matrici 0/1 nelle quali un pixel nero è 0 mentre un pixel bianco è 1.

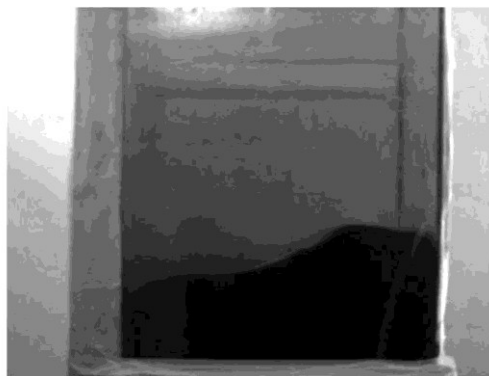
In tale operazione è essenziale definire la soglia di intensità luminosa al di sotto della quale l'elemento della matrice viene posto pari a 0 (nero). Nel caso in esame si è fatto in maniera che i pixel neri siano quelli contenenti la miscela acqua liquido di contrasto.

Le immagini binarie, così ottenute, vengono registrate in celle. Le celle sono strutture di MATLAB organizzate come delle matrici multidimensionali, ma in grado di contenere oggetti informatici di vario tipo.

Di seguito (Figg. 4.20, 4.21, 4.22) si riporta degli esempi di acquisizione dell'immagine effettuata con il programma in questione:



**Figura 4.20** Esempio eseguito su un frame estratto al secondo 34 dall'inizio dell'acquisizione del filmato



**Figura 4.21** Esempio eseguito su un frame estratto al secondo 30 dall'inizio dell'acquisizione del filmato



**Figura 4.22** Esempio eseguito su un frame estratto al secondo 44 dall'inizio dell'acquisizione del filmato

#### 4.2.1.2 Taglio immagini

Essendo la telecamera non solidale al serbatoio di prova, le immagini binarie presentano i pixel neri posizionati sempre su colonne diverse. Tale asserzione risulta evidente osservando attentamente le figure presentate nel paragrafo precedente. Per procedere con l'analisi delle immagini si è reso quindi necessario “bloccare” le colonne di pixel neri fra due ascisse fisse. In pratica si sono “tagliate” la colonne bianche delle figure a destra e a sinistra delle colonne contenenti pixel neri.

Tale programma come risultato darà il seguente dato di output (Fig. 4.23):



**Figura 4.23** Esempio di elaborazione del programma di taglio delle figure

#### 4.2.1.3 Estrazione del pelo libero e del baricentro

Con il terzo programma si è proceduto ad estrarre dalle immagini binarie, i vettori contenenti l'altezza del pelo libero. Tali vettori sono stati ordinati in una matrice, secondo colonne. La matrice, così generata, avrà numero di colonne pari al numero di frame campionati e numero di righe pari al numero di pixel che formano la base dell'immagine.

Ponendo l'origine degli assi  $x$  e  $y$  nello spigolo in basso a destra, se diagrammassimo con MATLAB una colonna della matrice dei peli liberi, otterremo la curva che descrive l'andamento del pelo libero sulla lunghezza del serbatoio. Se invece diagrammassimo con MATLAB una riga, otterremo il grafico del moto verticale del punto del pelo libero alla relativa ascissa.

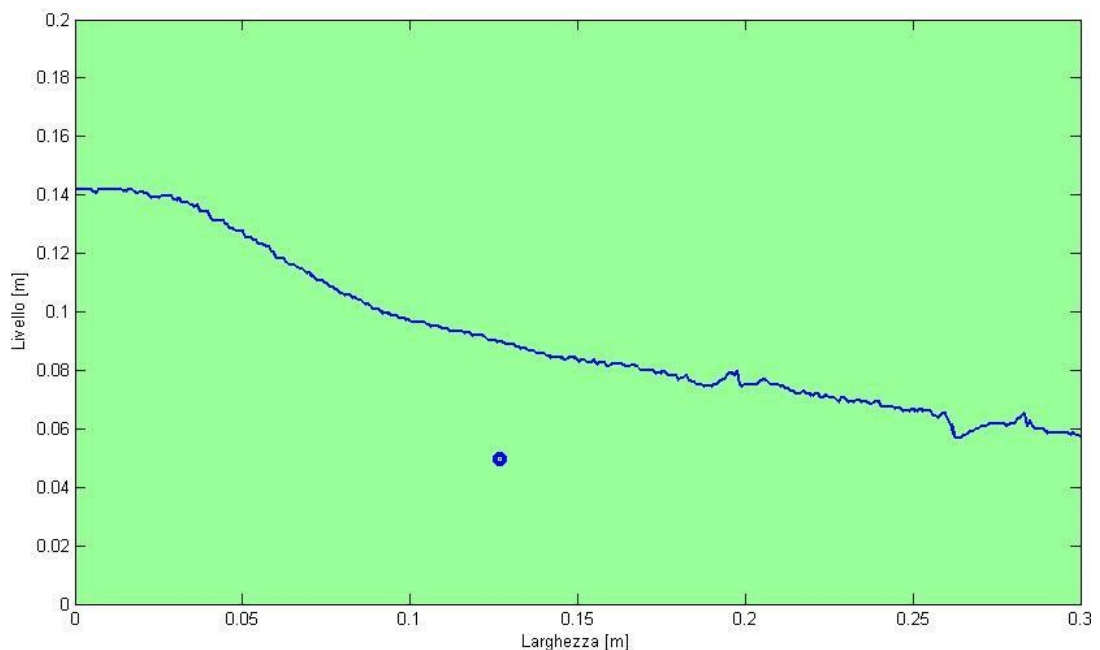


Per ogni immagine, si è proceduto, utilizzando relazioni 4-8 e 4-9, per calcolare le coordinate del baricentro dell'insieme dei pixel neri:

$$X_g = \frac{1}{A_{tot}} \sum X_i A_i \quad (4.8)$$

$$Y_g = \frac{1}{A_{tot}} \sum Y_i A_i \quad (4.9)$$

Dove  $X_i$  e  $Y_i$  sono le coordinate del generico pixel nero,  $A_i$  è l'area di un pixel e  $A_{tot}$  è la somma delle aree di tutti i pixel neri. Nella figura 4.24 è riportato un esempio di output del programma.



**Figura 4.24** Esempio di pelo libero estratto con relativa posizione del baricentro

#### 4.2.1.4 Elaborazione dati

Con l'ultimo dei quattro programmi si sono elaborate le trasformate di Fourier , dei segnali generati dai movimenti oscillatori del pelo libero e del baricentro.

La trasformata di Fourier (abbreviata come F-trasformata) è una [trasformata integrale](#) fra le più importanti della [matematica](#), con innumerevoli applicazioni nelle scienze, in particolare la [fisica](#) ([acustica](#), [ottica](#), [cristallografia](#)), e in matematica

stessa ([analisi](#), [teoria della probabilità](#), [statistica](#), [teoria dei numeri](#), [geometria](#)). Nella [teoria dei segnali](#), la trasformata di Fourier è lo strumento che permette di scomporre un segnale generico in una somma di sinusoidi con [frequenze](#), [ampiezze](#) e fasi diverse. Se il segnale in oggetto è un segnale periodico, la sua trasformata di Fourier è un insieme discreto di valori (spettro discreto, o a pettine): la frequenza più bassa è detta fondamentale ed è pari a quella del segnale stesso mentre tutte le altre frequenze sono multipli della fondamentale e prendono il nome di armoniche. Se il segnale ha un valor medio diverso da zero la serie restituisce anche una componente costante che lo rappresenta.

È da notare che la [trasformata](#) di Fourier richiede un numero infinito di operazioni, al contrario della Trasformata discreta di Fourier (DTF). In effetti però il calcolo della DFT non viene mai implementata direttamente, ma si preferisce utilizzare [algoritmi](#) ottimizzati che richiedono uno sforzo computazionale minore. Il tempo di calcolo necessario per la DFT con la definizione qui data è direttamente proporzionale ad  $N^2$ , per gli algoritmi ottimizzati (denominati [trasformata di Fourier veloce](#), o in inglese FFT da Fast Fourier Transform) è proporzionale a  $N \ln(N)$ , e quindi il vantaggio nell'utilizzarli è tanto maggiore quanto più grande è  $N$ .

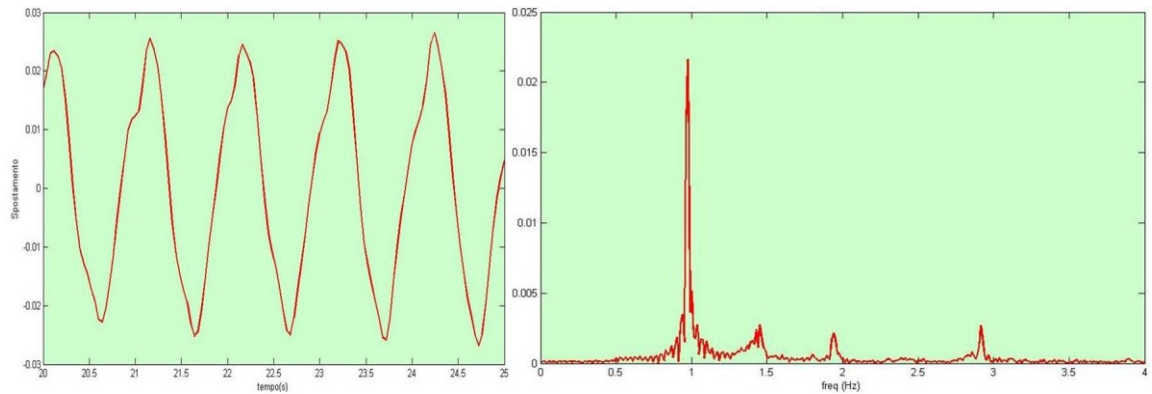
La trasformata di Fourier veloce (spesso indicata come FFT, dall'inglese Fast Fourier Transform) è un [algoritmo](#) ottimizzato per calcolare la [trasformata di Fourier discreta](#) (detta DFT) e la sua inversa. La FFT è di grande importanza per una grande varietà di applicazioni, dall'elaborazione di segnali digitali alla soluzione di equazioni differenziali, alle derivate parziali, agli algoritmi per moltiplicare numeri interi di grandi dimensioni.

Sia  $x_0, \dots, x_{N-1}$  una n-pla di [numeri complessi](#). La DFT è definita dalla formula:

$$X_q = \sum_{K=0}^{N-1} x_k e^{-j \frac{2\pi}{N} kq} \quad (4.10)$$

Calcolare direttamente questa somma richiede una quantità di operazioni aritmetiche  $O(N^2)$ . Un algoritmo FFT ottiene lo stesso risultato con un numero di operazioni  $O(n \log(n))$ . In generale questi algoritmi si basano sulla [fattorizzazione](#) di  $N$ , ma esistono algoritmi FFT per qualunque  $N$ , anche per [numeri primi](#).

Con MATLAB utilizzando la funzione FFT è possibile ottenere la trasformata discreta di Fourier. Un esempio dell'output dell'DTF effettuata con MATLAB è la seguente (Fig. 4.25):



**Figura 4.25** Esempio di trasformata di Fourier

### 4.3 Il problema della frequenza di campionamento delle immagini

La frequenza di campionamento è la misura espressa in [Hertz](#) del numero di volte al secondo in cui un [segnale analogico](#) viene misurato e memorizzato in forma [digitale](#).

In [teoria dei segnali](#), il teorema del campionamento mette in relazione il contenuto di un [segnale campionato](#) con la [frequenza di campionamento](#) e le componenti minime e massime di [frequenza](#) del [segnale](#) originale, definendo così la minima frequenza necessaria per campionare un segnale senza [perdere informazioni](#), detta frequenza o cadenza di Nyquist.

Il teorema afferma che, sotto le opportune ipotesi, la minima frequenza di campionamento necessaria per evitare ambiguità nella ricostruzione del segnale è pari al doppio della banda (ovvero pari ad almeno il doppio della frequenza della componente armonica a frequenza più alta).

Dato un segnale, con [larghezza di banda](#) finita e nota, la [frequenza](#) minima di campionamento di tale segnale deve essere almeno il doppio della sua massima frequenza.

Il campionamento è un passo del processo di [conversione analogico-digitale](#) di un segnale. Consiste nel prelievo di campioni (*samples*) da un segnale analogico e

continuo nel tempo ogni  $\Delta t$  secondi.  $\Delta t$  è l'intervallo di campionamento, mentre  $F_s = (\Delta t)^{-1}$  è la frequenza di campionamento. Il risultato è un segnale analogico in tempo discreto. Tale segnale sarà in seguito quantizzato, codificato e quindi reso accessibile a qualsiasi elaboratore digitale.

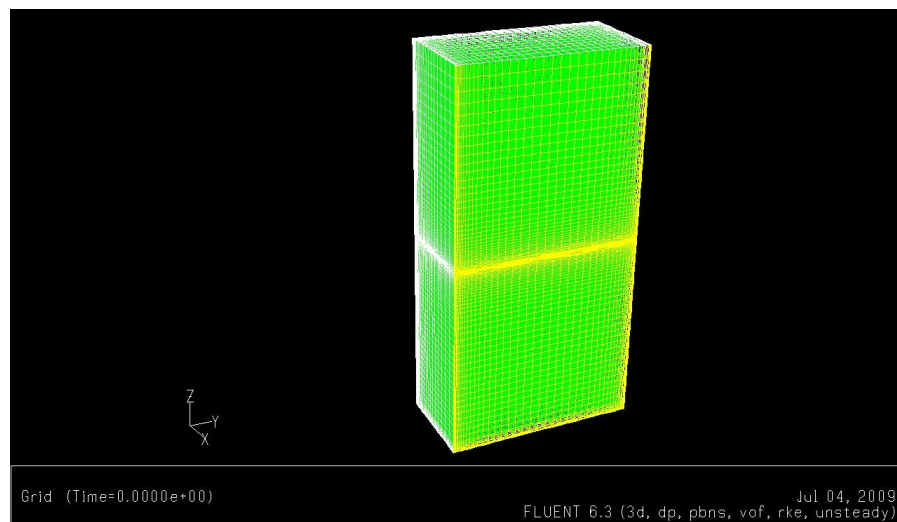
In pratica il teorema del campionamento pone un vincolo per la progettazione di apparati di conversione analogico-digitale: se si ha a disposizione un campionatore che lavora a frequenza  $F_s$ , è necessario mandargli in ingresso un segnale a banda limitata da  $F_s/2$ .

Per evitare problemi di aliasing, nel caso in esame, il campionamento delle immagini è stato eseguito a 25fps (25Hz), quando la legge di moto data al serbatoio, come sarà chiarito in seguito, ha frequenze comprese fra 1-2Hz.

## 4.4 La simulazione numerica

### 4.4.1 Analisi a priori

Con tali analisi numeriche si sono volute simulare le condizioni di lavoro del serbatoio di prova sottoposto a sloshing. Volendo schematizzare il fenomeno come bidimensionale, sono state effettuate diverse simulazioni preventive per accertare l'assenza di fenomeni tridimensionali inaspettati (Fig. 4.26).



**Figura 4.26** Modello del tridimensionale serbatoio

Dall'osservazione delle simulazioni 3D si è ritenuto di poter approssimare i fenomeni osservati come bidimensionali. Si è proceduto quindi con la creazione di modelli 2D.

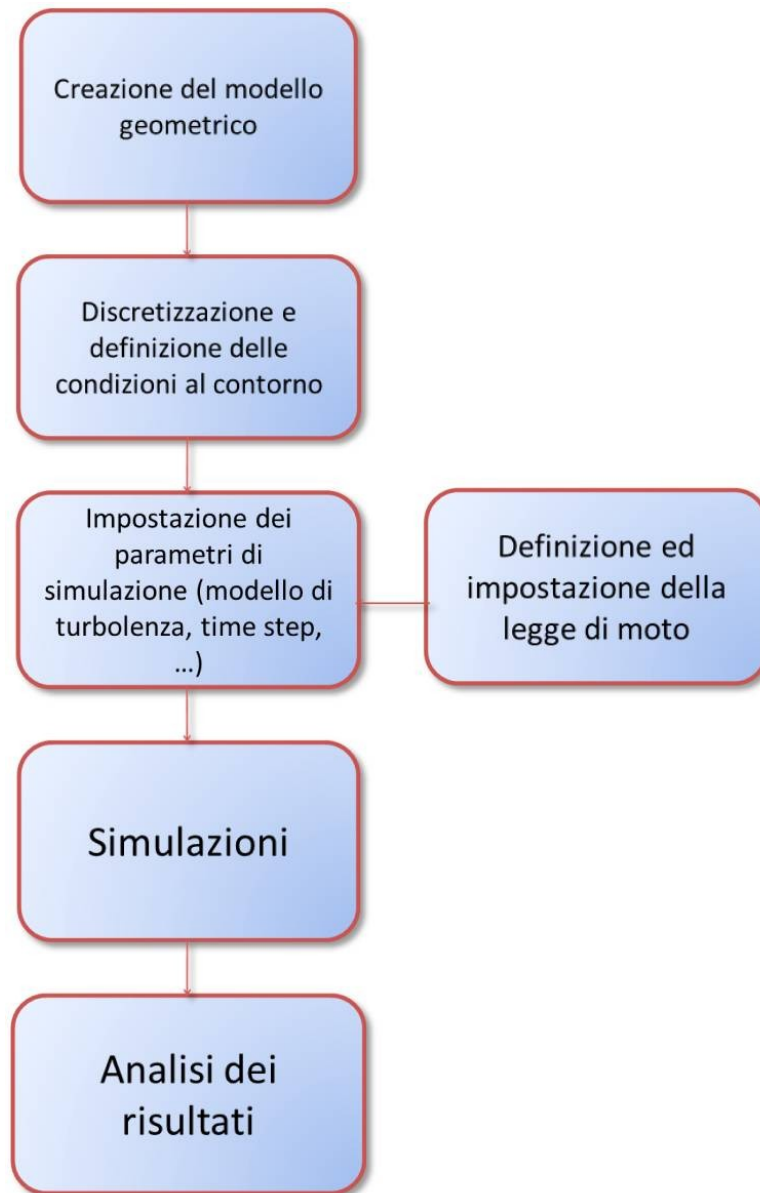
#### 4.4.2 Costruzione dell'analisi numerica

L'analisi numerica è stata effettuata su un computer avente come sistema operativo windows server 2003R2 standard, la CPU è formata da 8 processori XEON E5435 da 2,33GHz con 3,25GB di RAM (Fig. 4.27).



**Figura 4.27** Workstation utilizzata per le simulazioni

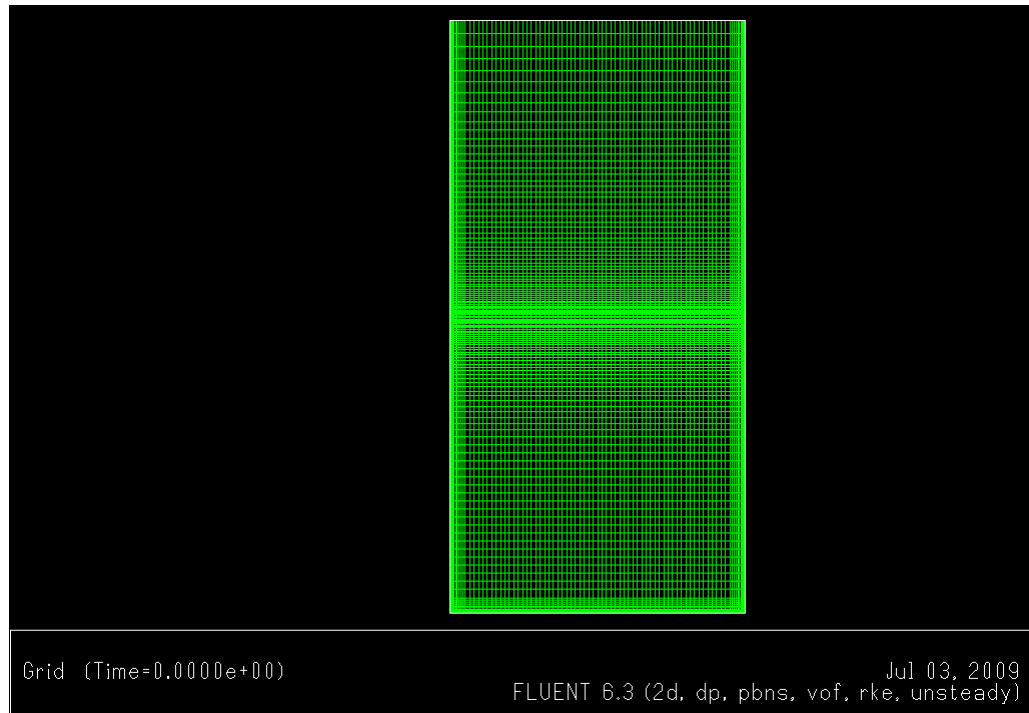
La costruzione dell'analisi numerica si è svolta secondo diversi step mostrati nel seguente flow chart (Fig 4.28):



**Figura 4.28** Flow chart dell'analisi numerica

#### *4.4.2.1 Costruzione del modello geometrico*

I modelli utilizzati per le simulazioni sono stati costruiti tramite il software Gambit, modellatore geometrico della Fluent. Il modello rappresenta il serbatoio di prova (Fig. 4.29).



**Figura 4.29** Mesh di un modello bidimensionale utilizzato per le simulazioni

I modelli implementati si compongono di 10400 celle rettangolari, le quali si infittiscono nelle zone dello strato limite e all'altezza del pelo libero in quiete.

Le boundary conditions delle 4 pareti sono di tipo wall mentre per gli elementi interni sono di tipo interior mixture. Impostati tali parametri con il software Gambit si è salvato un file MSH da passare a FLUENT.

#### *4.4.2.2 Impostazione dei parametri di simulazione*

All'interno del software FLUENT sono stati effettuati dei settaggi per garantire il giusto svolgimento della simulazione.

Essendo il fenomeno dello sloshing intrinsecamente non stazionario il solver delle equazioni è utilizzato è stato settato su una formulazione implicita non stazionaria 2D. Come schema di risoluzione di sistema multifase è stato utilizzato il VOF, descritto nel capitolo 2.

Il modello di turbolenza utilizzato è il k- $\epsilon$  realizable. La discretizzazione delle derivate delle equazioni differenziali è del secondo ordine ed è stata effettuata con le seguenti tecniche (tab. 4.5):

Equazione	Modello di Discretizzazione
Pressione	PRESTO!
Quantità di moto	QUICK
Frazione volumetrica	Geo_Reconstruct
K	QUICK
$\varepsilon$	QUICK

**Tabella 4-5** Metodi di discretizzazione delle derivate

In generale sono state imposti time step di  $10^{-3}$ s o  $10^{-4}$ s con 20 iterazioni per time step e residui accettati di  $10^{-5}$ .

Tramite un file UDF è stata impostata la legge di moto da passare al fluido, calcolata tramite lo studio cinematico del manovellismo di spinta, vista nel capitolo 3. Sono state inoltre calcolate le coordinate del baricentro e l'altezza massima raggiunta dal livello del liquido. L'UDF è un file programmato in C++, che FLUENT può gestire o tramite interpretazione interna, o tramite un compilatore esterno. Nel caso in esame è stato utilizzato il compilatore esterno VISUAL C++ della Microsoft.

Le simulazioni impostate con un time step di  $10^{-3}$ s risultano avere un tempo di running di circa 5 giorni per ottenere la ricostruzione di 60 di funzionamento del serbatoio.

Il software FLUENT fornisce la possibilità di registrare dei monitor con dati utili all'analisi dei risultati. Nel caso in esame sono state monitorate la pressione statica nell'angolo a destra, nell'angolo sinistra e al centro del pelo libero, ed in oltre è stata registrata la velocità del fluido in 5 punti al centro del serbatoio al variare della profondità.

Grazie alla funzione journal di FLUENT è stato possibile registrare delle immagini che mostrano ciò che accade al liquido nel serbatoi. Tali immagini sono state rilevate ogni 10 time step ovvero ogni  $10^{-2}$ s.

#### 4.4.2.2.1 *Modello di turbolenza k- $\varepsilon$*

Il k- $\varepsilon$  è un modello semiempirico basato sul modello dell'equazione del trasporto per l'energia cinetica della turbolenza (k), e sull'andamento della dissipazione di



questa ( $\epsilon$ ). Il modello dell'equazione del trasporto, per  $k$ , è derivato da equazioni esatte, mentre per  $\epsilon$  è ricavato da espressioni matematiche, calcolate attraverso ragionamenti di natura fisica.

Nel modello  $k$ - $\epsilon$  si assume come ipotesi che il flusso sia totalmente turbolento e che la viscosità molecolare sia trascurabile.

Prima di continuare dobbiamo definire la viscosità dei vortici (eddy viscosity)

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.11)$$

Dove  $C_\mu$  è una variabile calcolata come segue:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\epsilon}} \quad (4.12)$$

Dove

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (4.13)$$

e

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{ij} &= \Omega_{ij} - 2\epsilon_{ijk}\omega_k \\ \Omega_{ij} &= \overline{\Omega_{ij}} - \epsilon_{ijk}\omega_k \end{aligned} \quad (4.14)$$

In cui  $\overline{\Omega_{ij}}$  è il tensore della velocità di rotazione media, vista in un sistema di riferimento rotante con velocità  $\omega_k$ .  $A_0$  e  $A_s$  sono costanti del modello e valgono rispettivamente:

$$A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \phi \quad (4.15)$$

In cui  $\Phi$  vale.

$$\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4.16)$$

In particolare, diversamente dagli altri modelli  $k$ - $\epsilon$ , il realizzabile soddisfa alcune relazioni particolari sulla turbolenza. Considerando la legge di spinta idrostatica e la

definizione di viscosità di un vortice, si ottiene la seguente espressione sullo stress normale di Reynolds in un flusso incompressibile:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (4.17)$$

Con  $\nu_t \equiv \mu_t / \rho$ , si ottiene che lo stress normale  $\overline{u^2}$  è, come da definizione, una quantità positiva, che diventa negativa, cioè “non realizable”, quando la tensione supera un valore che soddisfa la seguente relazione:

$$\frac{k}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial x} > \frac{1}{3C_\mu} \approx 3.7 \quad (4.18)$$

L'equazione del trasporto per k del modello k-ε realizable è la seguente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (4.19)$$

Mentre per ε:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \epsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \epsilon - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b + S_\epsilon \quad (4.20)$$

In cui:

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\epsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (4.21)$$

Dove  $G_k$  rappresenta la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta ai gradienti di velocità media,  $G_b$  è la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta alla spinta idrostatica e  $Y_M$  rappresenta il contributo delle fluttuazioni della dilatazione della turbolenza comprimibile, alla dissipazione globale.  $C_2$  e  $C_{1\epsilon}$  sono

costanti,  $\sigma_\epsilon$  e  $\sigma_k$  sono i numeri di Prandtl rispettivamente per  $k$  ed  $\epsilon$ , mentre  $S_k$  e  $S_\epsilon$  sono contributi derivanti da campi termici.

Nel nostro modello le costanti  $C_2$ ,  $C_{1\epsilon}$ ,  $\sigma_\epsilon$ , e  $\sigma_k$  sono quelle di default:  
 $C_{1\epsilon} = 1.44$ ,  $C_2 = 1.9$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.2$

#### 4.5 Analisi dei risultati

Anche le immagini registrate da FLUENT sono state elaborate in maniera simile a quelle ottenute in via sperimentale. Lo schema di analisi utilizzato in questo caso è il seguente (Fig. 4.30):



**Figura 4.30** Flow chart del processo di analisi delle immagini della simulazione numerica

#### 4.5.1 Programmi di analisi immagini

Il programma di analisi delle immagini derivanti dalla simulazione numerica è suddiviso in tre parti:

- Acquisizione filmati e taglio immagini;
- Estrazione pelo libero e baricentro;
- Elaborazione dati.

Tali programmi mandati in esecuzione nell'ordine segnato, permettono la generazione di file contenenti dei dati utili all'analisi preposta.

##### 4.5.1.1 Acquisizione filmati e taglio delle immagini

Le immagini generate dal FLUENT sono in bianco e nero in formato tiff. Impostando opportunamente, FLUENT, questo genererà direttamente delle immagini binarie per le quali allo 0 corrisponde il bianco e al 255 il nero.

Le figure così elaborate presentano al contorno le legende che di default FLUENT associa ad ogni sua immagine. Per effettuare un'analisi corretta delle immagini, le figure vengono "tagliate" in maniera da mettere in evidenza la sola zona con il serbatoio.

Di seguito viene riportato un esempio (Fig.4.31):

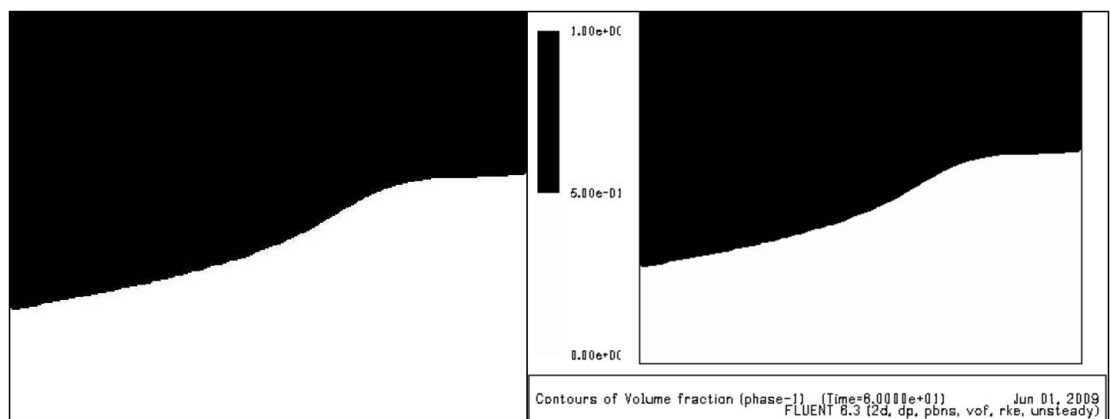


Figura 4.31 Esempio di taglio immagine

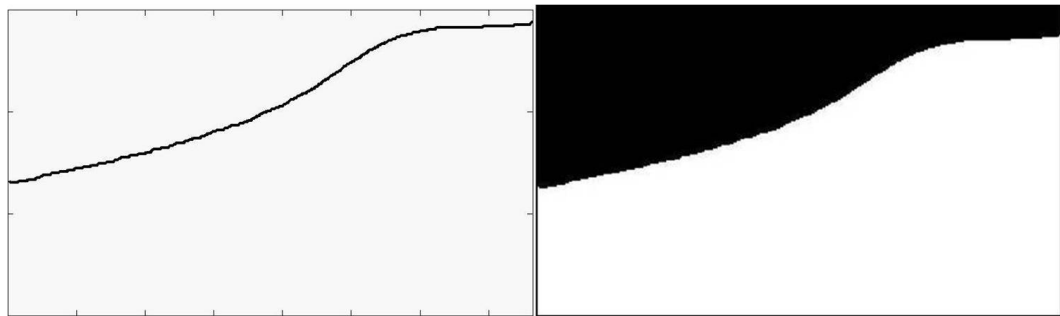
##### 4.5.1.2 Estrazione del pelo libero

Con questa parte del programma si è proceduto ad estrarre dalle immagini, i vettori contenenti l'altezza del pelo libero. Tali vettori sono stati ordinati in una

matrice, secondo colonne. La matrice così generata avrà numero di colonne pari al numero di frame campionati e numero di righe pari al numero di pixel che formano la base dell'immagine.

Il baricentro della parte liquida delle immagini è stata calcolata a priori dal file UDF inserito in FLUENT.

Si riporta di seguito un esempio (Fig.4.32):



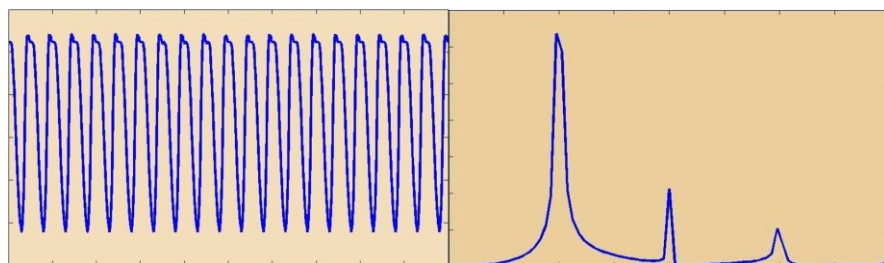
**Figura 4.32** Estrazione del pelo libero

#### 4.5.1.3 Elaborazione dati

Con l'ultima parte del programma si sono elaborate le trasformate di Fourier, dei segnali generati dai movimenti oscillatori del pelo libero e del baricentro calcolato da FLUENT.

La metodologia utilizzata è analoga a quella per l'analisi delle immagini di derivazione sperimentale.

Di seguito viene riportato un esempio di output di quest'ultima parte di programma (Fig. 4.33):



**Figura 4.33** Esempio di trasformata di Fourier

# Capitolo 5

## Confronto tra risultati sperimentali e numerici

In questo capitolo analizzeremo i risultati delle analisi sperimentali e numeriche implementate con le tecniche descritte precedentemente. Infine si procederà ad un confronto fra dati numerici e sperimentali così ottenuti.

### 5.1 Analisi sperimentale

La tecnica di analisi sperimentale è stata approntata e raffinata attraverso una serie di prove successive, utilizzando diversi livelli di liquido a diverse frequenze di oscillazione.

Le prime difficoltà incontrate sono state quelle relative al funzionamento della telecamera e al suo posizionamento. Scartata la possibilità di utilizzare un supporto solidale al serbatoio per i problemi dati dai fisheye relativi alla bombatura delle immagini, si è provveduto a sistemare la telecamera su un apposito cavalletto. Il cavalletto quindi è stato posizionato ad una distanza tale, dal banco di prova, da poter riprendere tutta la corsa del serbatoio sui binari.

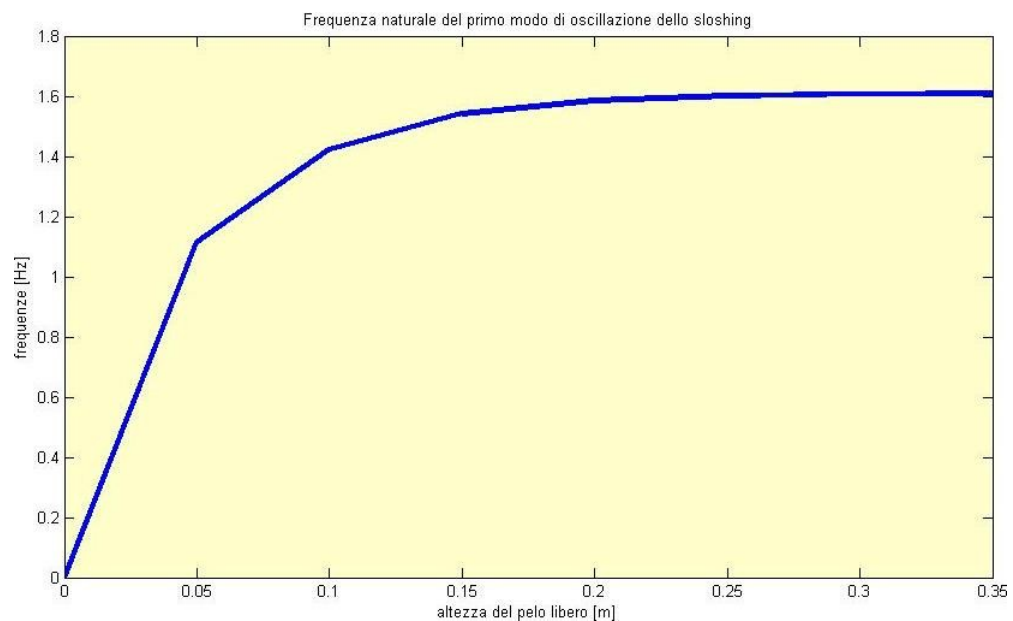
I primi tentativi sono stati effettuati utilizzando un livello di 30cm con frequenze di lavoro del serbatoio di 0.25Hz, 0.5Hz. I valori di oscillazione di livello però risultavano troppo bassi, come poi confermato anche dalle simulazioni numeriche.

Si è pensato quindi di utilizzare livelli di liquido inferiori con frequenze di lavoro più elevate. Le motivazioni di tale scelta risiedono sia nel fatto di voler accentuare le oscillazioni di livello (frequenze più elevate), sia voler diminuire i cimenti meccanici a cui il serbatoio è sottoposto (minor livello del liquido).

Si noti che la frequenza di lavoro è limitata superiormente dall'insorgere di effetti tridimensionali, i quali rendono inefficace l'analisi proposta, essendo essa basata su immagini 2D, mentre è limitata inferiormente dal prevalere di effetti ondosi secondari, provocati dalle vibrazioni dei sistemi meccanici.

Per valutare opportunamente la scelta delle frequenze di lavoro ottimali sono state calcolate le frequenze di oscillazione naturale del liquido all'interno del serbatoio, in funzione dell'altezza del pelo libero in quiete. Il calcolo delle frequenze naturali è stato effettuato utilizzando la teoria lineare dello sloshing, brevemente descritta in seguito.

Si riporta il diagramma della frequenza naturale del primo modo di oscillazione dello sloshing in funzione dell'altezza del pelo libero indisturbato calcolato tramite MATLAB (Fig.5.1):



**Figura 5.1** Andamento delle frequenze naturali del primo modo di oscillare dello sloshing in funzione dell'altezza di pelo libero in quiete.

Dall'analisi di tali frequenze si è deciso di utilizzare un livello di liquido pari a 109mm per una frequenza di oscillazione di 1Hz. In tal modo le oscillazioni di livello risultano essere abbastanza rilevanti, ma si scongiura l'insorgere di effetti d'instabilità dovuti ad effetti di risonanza.

#### *5.1.1 Derivazioni delle frequenze naturali del sistema dal modello analitico di sloshing*

Consideriamo un serbatoio rettangolare di larghezza  $a$  e con livello di pelo libero quiescente  $h$ , così come mostrato nella figura successiva. Il serbatoio è soggetto a vibrazioni orizzontali  $X(t)$ . Il sistema di coordinate cartesiane  $(x, 0, z)$  è posto sulla

parete sinistra del serbatoio con  $z=0$  posto sul pelo libero indisturbato. Il moto del liquido è assunto bidimensionale e la superficie libera di sloshing è definita dalla funzione  $Z=\eta(x,t)$ .

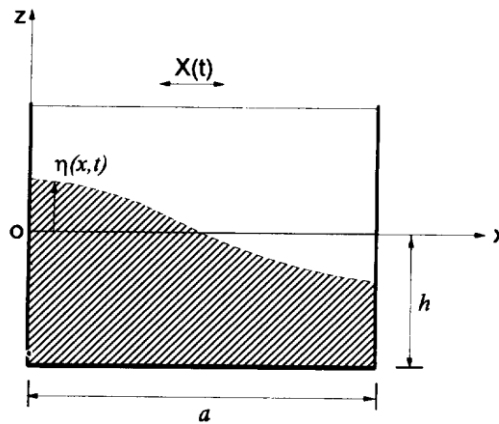
Si assuma quali ipotesi: il fluido inviscido e incompressibile, il flusso irrotazionale, la tensione superficiale trascurabile e le pareti del serbatoio rigide. Ora la velocità delle particelle rispetto il serbatoio, può essere rappresentato da un gradiente di potenziale di velocità  $\phi(x,z,t)$ . Per flussi incompressibili è richiesta la condizione di continuità cinematica:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (5.1)$$

In questo caso le condizioni al contorno sulle superfici rigide saranno:

$$\begin{aligned} u(x, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0 \leftarrow (x=0)(x=a) \\ w(x, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= 0 \leftarrow (z=-h) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Dove  $u$  e  $w$  sono rispettivamente le componenti lungo  $x$  e lungo  $z$  della velocità relativa del liquido rispetto il serbatoio.



**Figura 5.2** Esempio di serbatoio rettangolare con sloshing di liquido



La soluzione dell'equazione 6-1 con le condizioni al contorno 6-2 si ottiene in forma generale come somma di infiniti modi di sloshing:

$$\Phi(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t) \frac{\cosh\left(\frac{n\pi(z+h)}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)}{\left(\frac{n\pi}{a}\right) \sinh\left(\frac{n\pi h}{a}\right)} \quad (5.3)$$

Dove  $q_n(t)$  è una funzione arbitraria del tempo a cui è associata una funzione spaziale che rappresenta la funzione potenziale della velocità dell'ennesimo modo di sloshing.

L'ampiezza dell'oscillazione dello sloshing è assunto sufficientemente piccolo per poter essere linearizzato se è rispettata la condizione:

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (5.4)$$

Introducendo tale condizione nell'equazione 5-3 si ottiene:

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (5.5)$$

Quindi,  $q_n(t)$  descrive fisicamente l'ampiezza di oscillazione del'ennesimo modo dello sloshing del pelo libero a  $x=0$ . Inoltre, fin quando la cinematica dello sloshing può essere descritta completamente da  $q_n(t)$  dove  $n=1,2,3,\dots$  queste possono essere utilizzate come coordinate generalizzate.

Basandoci su questa formulazione, il potenziale gravitazionale  $V$  e cinetico  $T$  dello sloshing dei liquidi è dato da:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{2} \rho b g \int_0^a \eta^2(x, t) dx \\
 T &= \frac{1}{2} \rho b \int_{-h}^0 \int_0^a \left[ \left( \dot{X} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Dove  $\rho$  è la densità del liquido,  $b$  è la profondità del serbatoio e  $g$  è l'accelerazione di gravità.

Sostituendo l'equazione 3 e 5 nelle 6 possiamo ottenere  $T$  e  $v$  in termini di coordinate generalizzate e loro derivate spaziali. Quindi applicando l'equazioni di Lagrange si ottiene:

$$m_n \ddot{q}_n(t) + m_n \omega_n^2 q_n(t) = \gamma_n \ddot{X}(t) \tag{5.7}$$

Con  $n=1,2,3\dots$  e dove:

$$m_n = \frac{1}{2} \frac{p b a^2}{n \pi \tanh\left(\frac{n \pi h}{a}\right)} \tag{5.8}$$

$$\omega_n^2 = \frac{n \pi g}{a} \tanh\left(\frac{n \pi h}{a}\right) \tag{5.9}$$

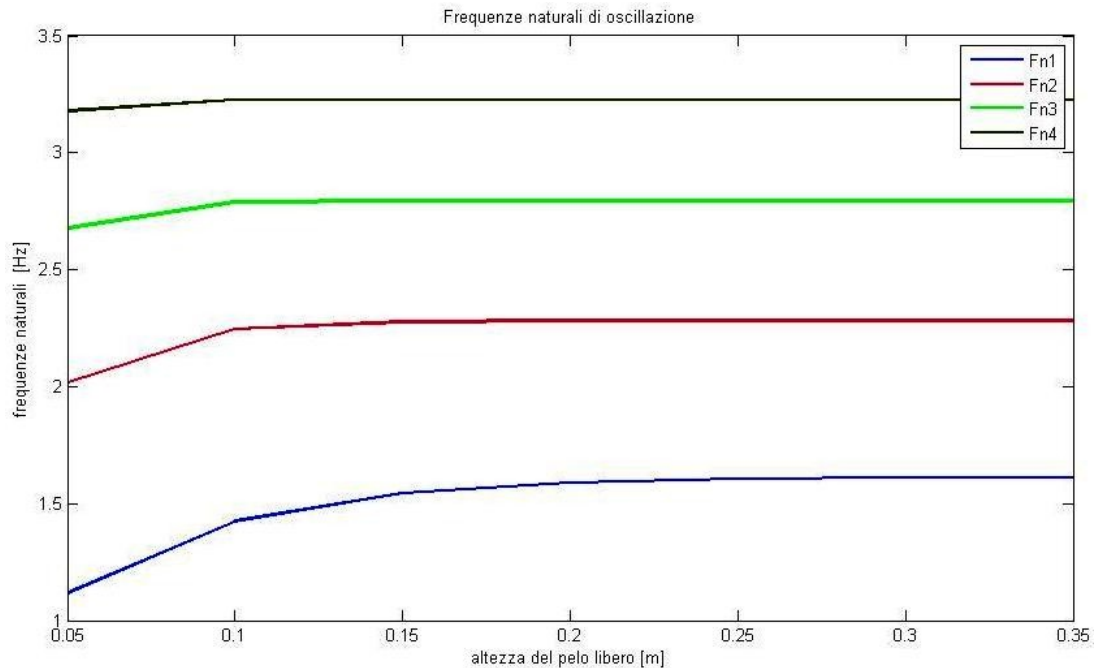
$$\gamma_n = \frac{p b a^2 (1 - \cos(n \pi))}{(n \pi)^2} \tag{5.10}$$

L'equazione 6-7 è il sistema di equazioni in termini di coordinate generalizzate che governano il fenomeno dello sloshing. Tali equazioni sono state derivate nelle ipotesi di fluido ideale e onde di piccola ampiezza.

L'equazione 6-9 è proprio la pulsazione naturale del sistema dell'ennesimo modo di vibrare possiamo ottenere la frequenza di oscillazione naturale del sistema:

$$\omega_n = 2\pi f_n \rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{ng}{2a} \tanh\left(\frac{n\pi h}{a}\right)$$

Si riportano di seguito gli andamenti della frequenza naturale in funzione dell'altezza del pelo libero (Fig. 5.3):



**Figura 5.3** Andamento delle frequenze naturali di oscillazione dello sloshing in funzione dell'altezza di pelo libero in quiete.

Si noti come gli andamenti delle frequenze siano asintotici all'aumentare dell'altezza del livello del pelo libero. Tale andamento è probabilmente giustificato dalla decrescente influenza che il fondo del serbatoio ha sui fenomeni oscillatori.

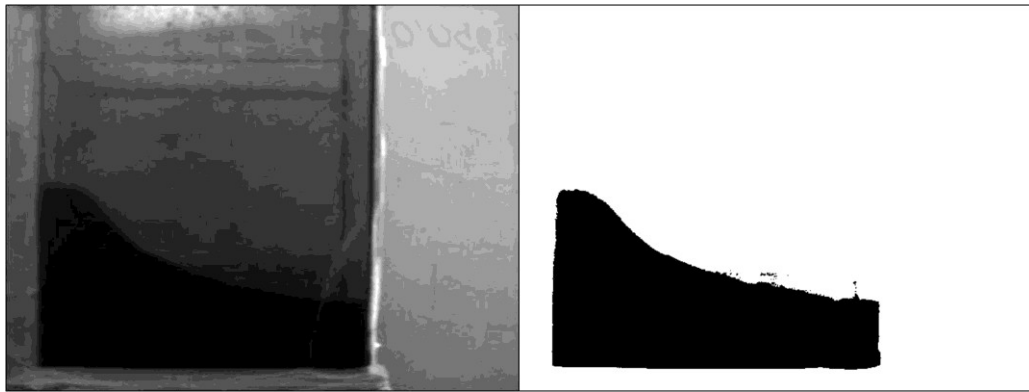
### 5.1.2 Prova con altezza di pelo libero 109mm e frequenza di oscillazione di 1Hz

In tale esperienza si è posta l'altezza del pelo libero pari a 109mm e la velocità di rotazione del motore a 60giri/min ovvero con frequenza di lavoro del serbatoio di 1Hz. Per ottenere la velocità del motore pari a 60giri/min bisogna impostare la frequenza di uscita all'inverter pari a 2, poiché:

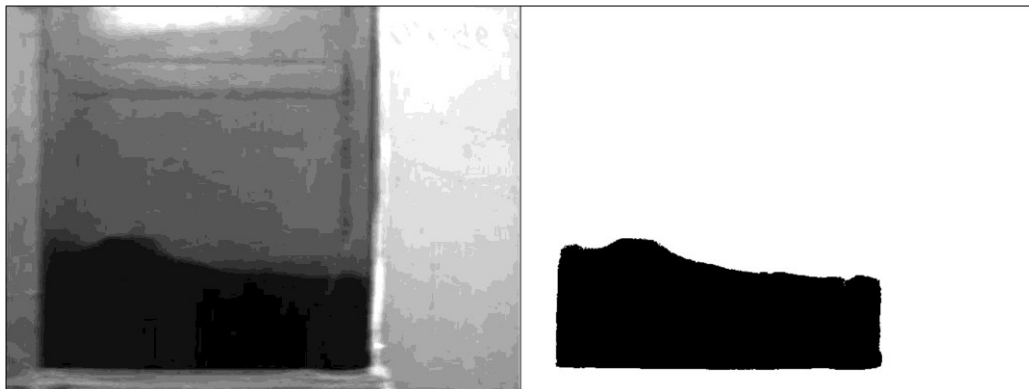
$$n = 60 \frac{f}{p} \Rightarrow f = \frac{np}{60} = \frac{60 \times 2}{60} = 2$$

Registrato il filmato tramite la telecamera, si sono utilizzati i software appositamente sviluppati per l'analisi delle immagini, illustrati precedentemente.

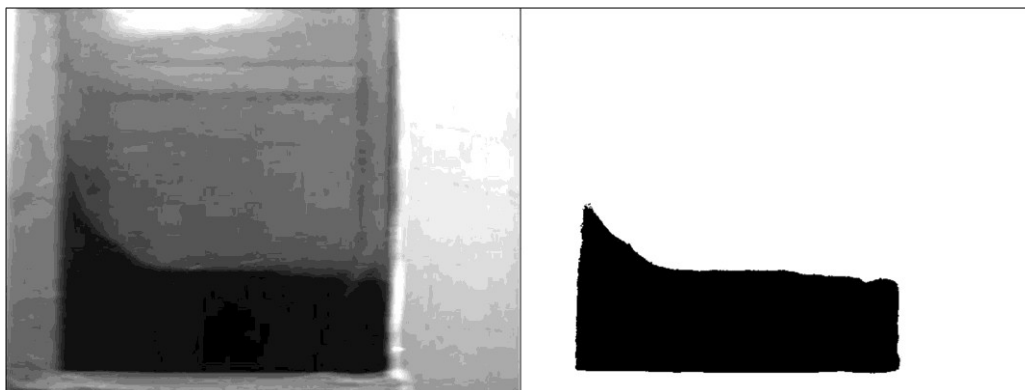
Applicando il programma di acquisizione immagini si ottengono i seguenti output (Da Fig.5.4 a Fig. 5.9):



**Figura 5.4** Immagine binaria ottenuta dal frame 202 (8,08s)



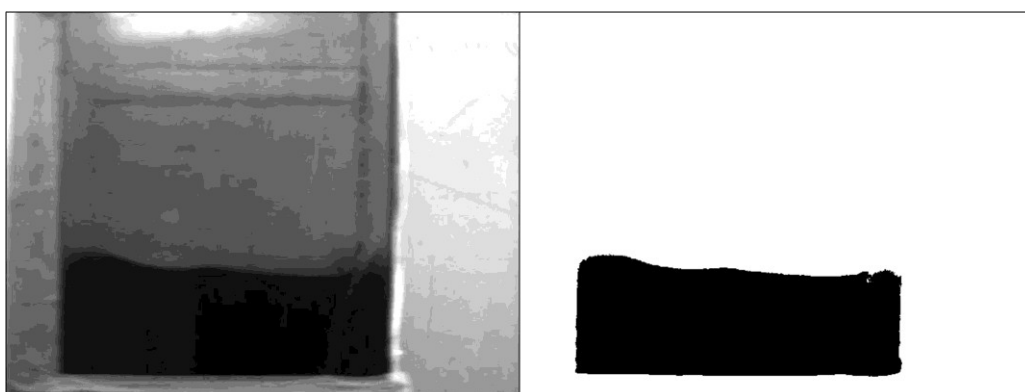
**Figura 5.5** Immagine binaria ottenuta dal frame 300 (12,00s)



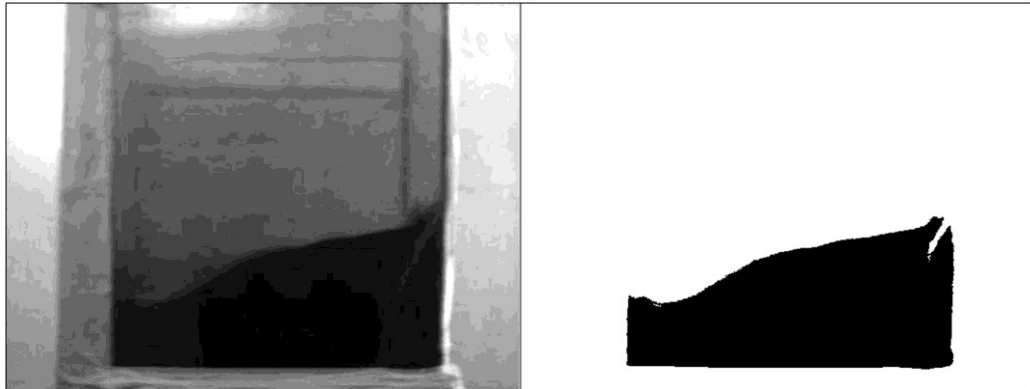
**Figura 5.6** Immagine binaria ottenuta dal frame 401 (16,04s)



**Figura 5.7** Immagine binaria ottenuta dal frame 699 (27,96)



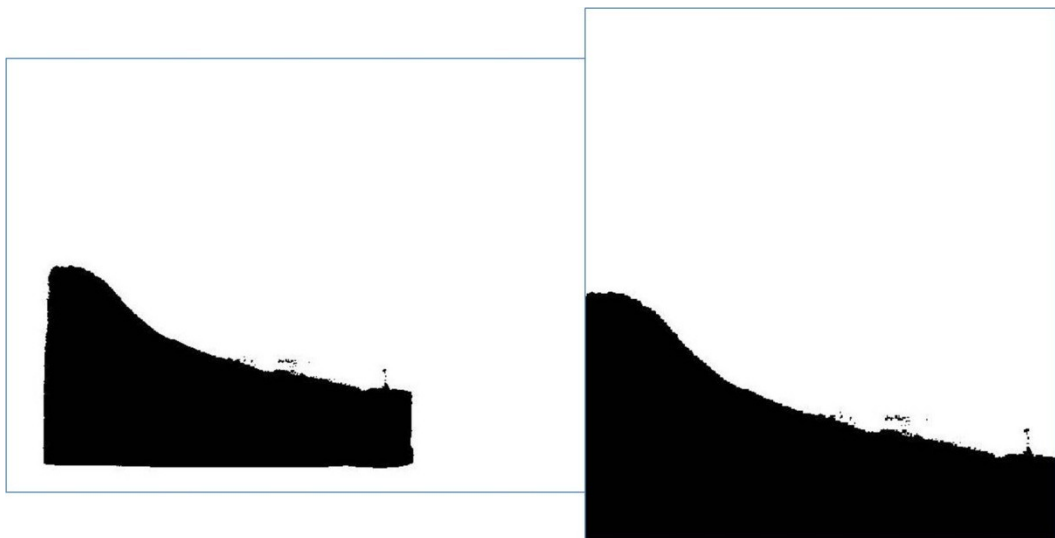
**Figura 5.8** Immagine binaria ottenuta dal frame 797 (31,88s)



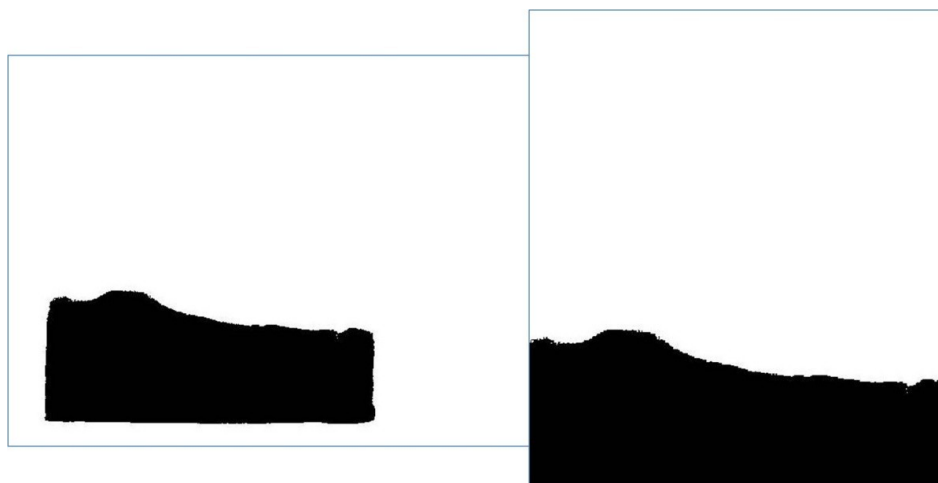
**Figura 5.9** Immagine binaria ottenuta dal frame 961 (38,44s)

Si noti che nelle immagini elaborate vi sono dei difetti. Il primo errore si nota nelle immagini in cui il liquido risale la parete destra del serbatoio, ed è dovuto a una frattura che si è venuta a creare sul vetro. Altro problema è dovuto all'eventuale sporcizia che presentano alcune immagini (es. figura 5.4). Tali problemi non hanno comunque inficiato l'analisi effettuata.

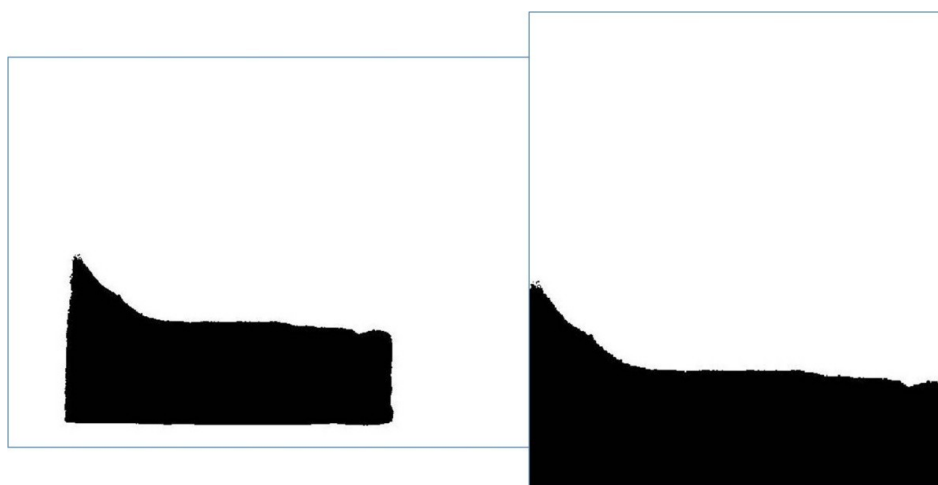
Utilizzando il programma di taglio delle immagini si otterrà (da Fig. 5.10 a 5.15):



**Figura 5.10** Immagine binaria ottenuta dal frame 202 (8,08s)



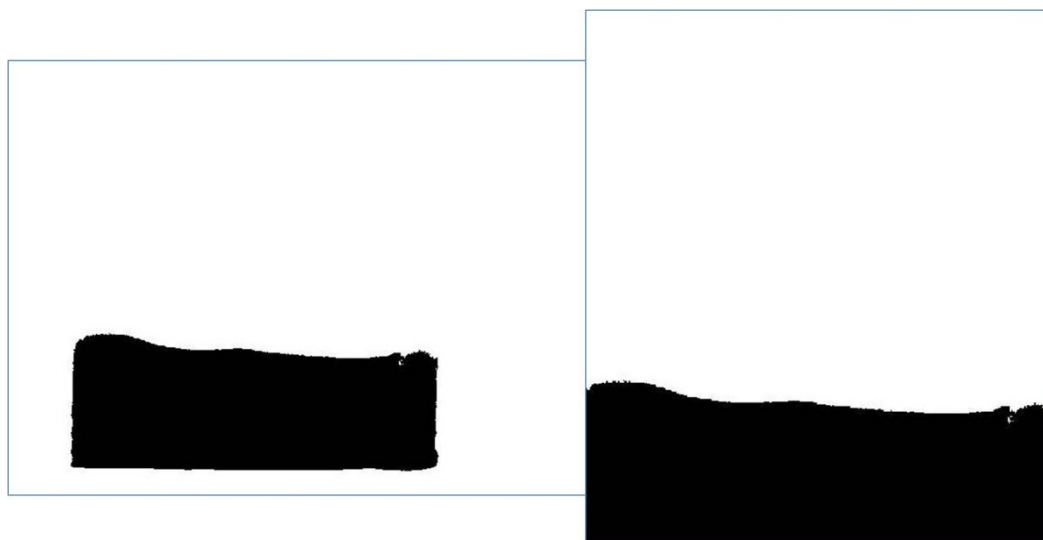
**Figura 5.11** Immagine binaria ottenuta dal frame 300 (12,00s)



**Figura 5.12** Immagine binaria ottenuta dal frame 401 (16,04s)



**Figura 5.13** Immagine binaria ottenuta dal frame 699 (27,96)



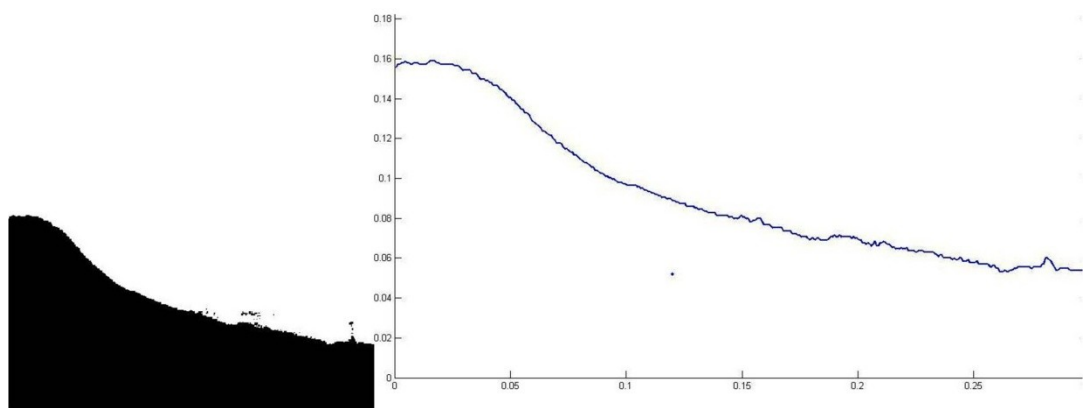
**Figura 5.14** Immagine binaria ottenuta dal frame 797 (31,88)



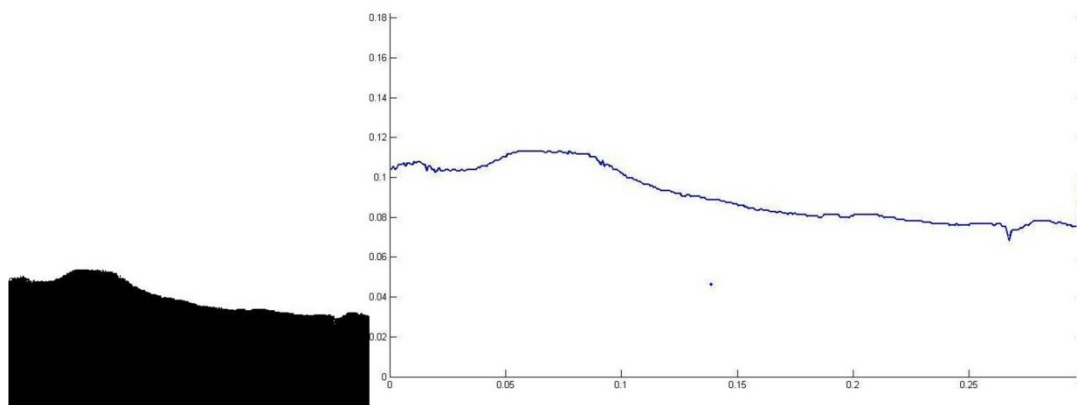
**Figura 5.15** Taglio immagine ottenuta dal frame 961 (38,44s)

Applicando il programma di estrapolazione del pelo libero e calcolo del baricentro otteniamo le seguenti immagini (da Fig. 5.16 a 5.21):

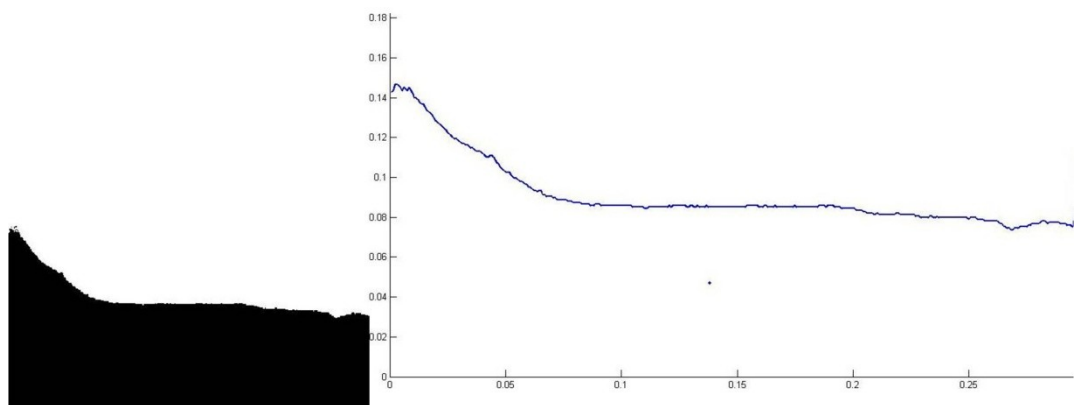




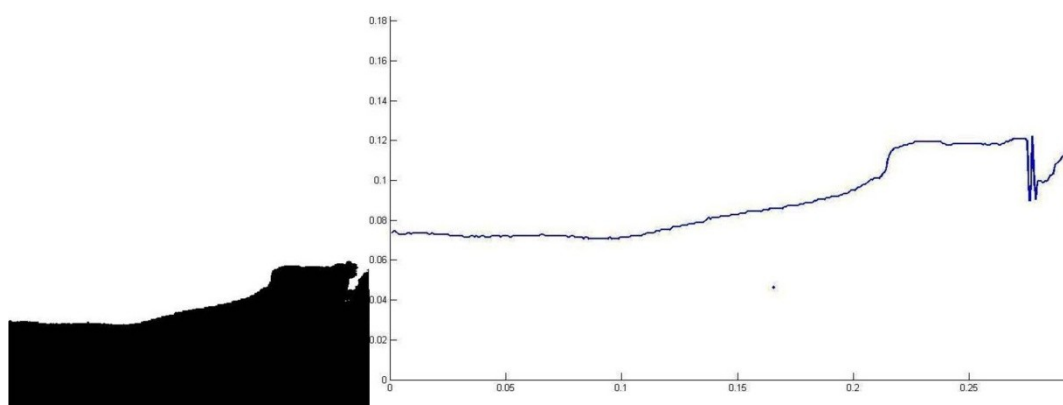
**Figura 5.16** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 202 (8,08s)



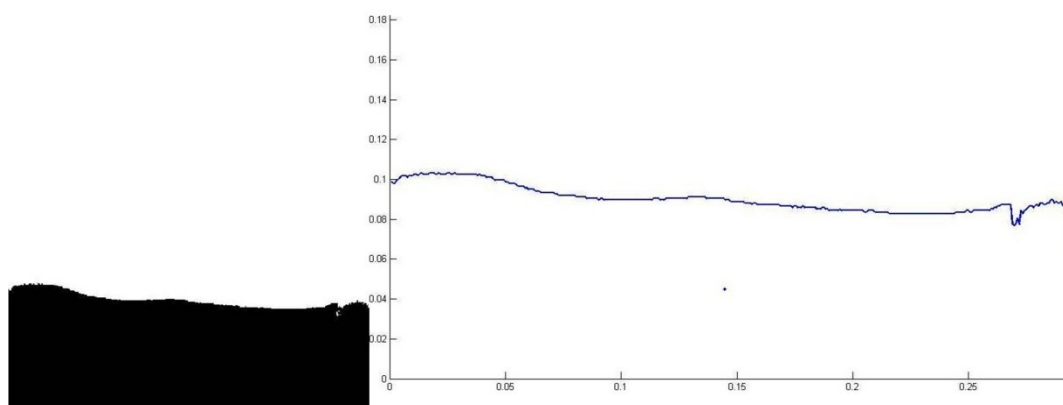
**Figura 5.17** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 300 (12,00s)



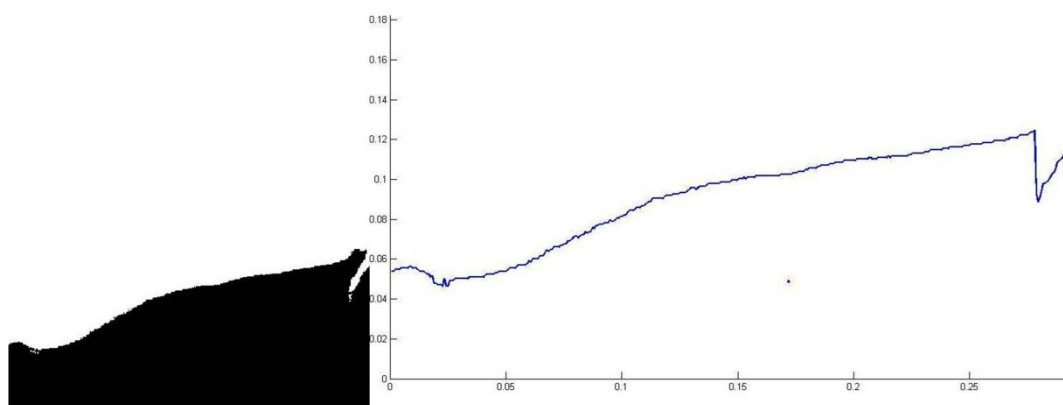
**Figura 5.18** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 401 (16,04s)



**Figura 5.19** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 699 (27,96)



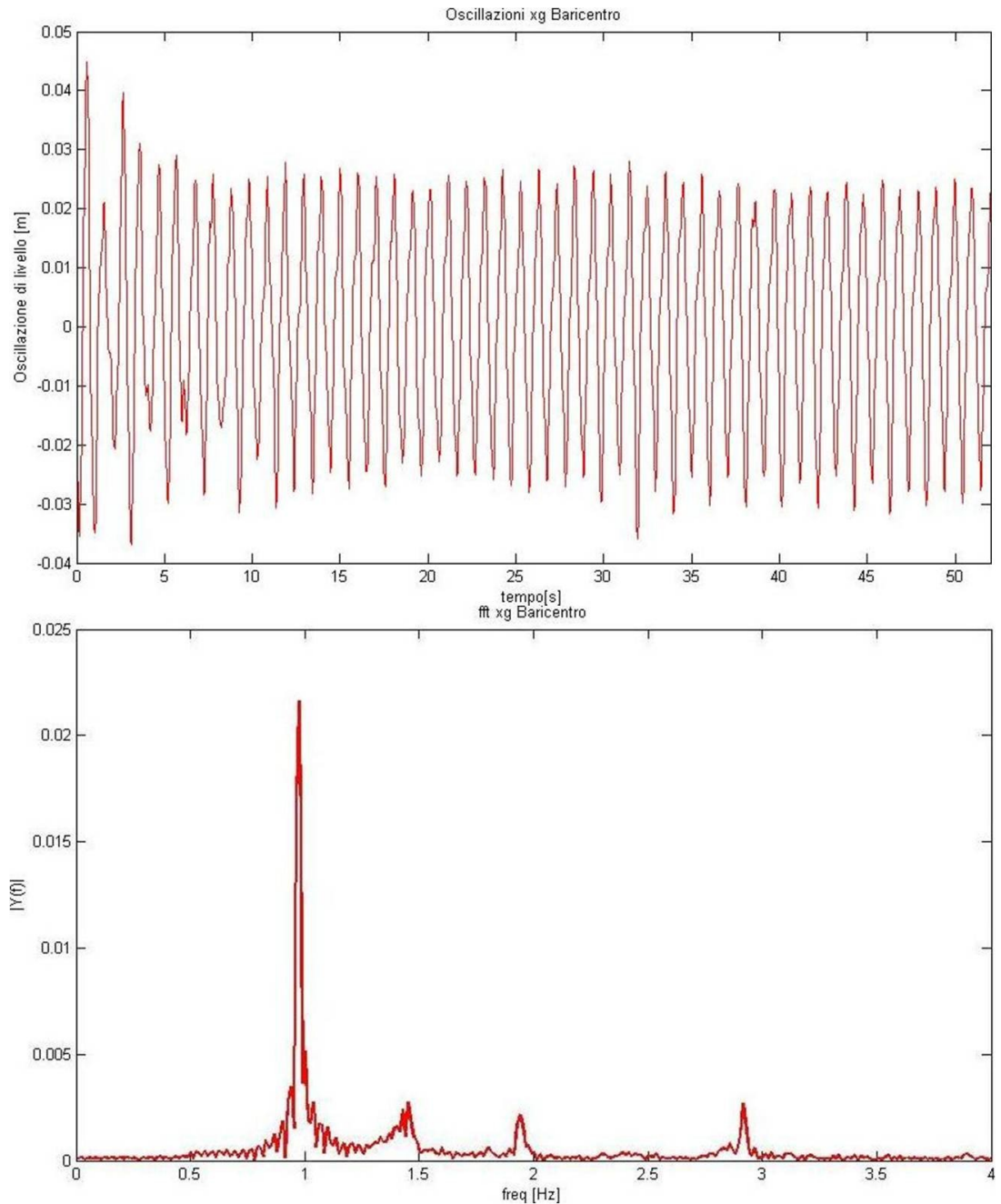
**Figura 5.20** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 797 (31,88)



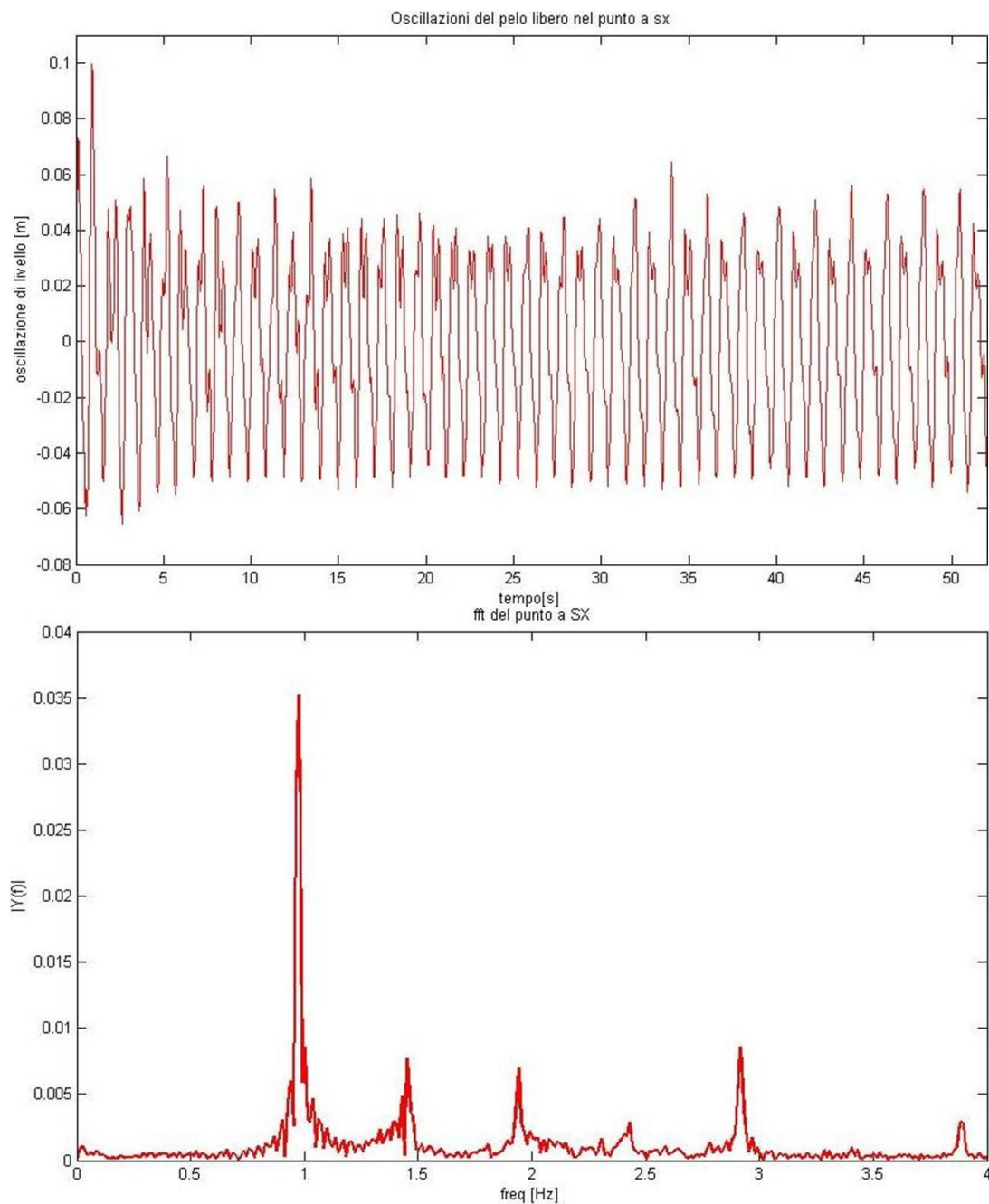
**Figura 5.21** Estrapolazione del pelo libero ottenuta dal frame 961 (38,44s)

Si noti come la “sporcizia” della immagine 5.4 sia scomparsa nell'estrazione del pelo libero in figura 5.16.

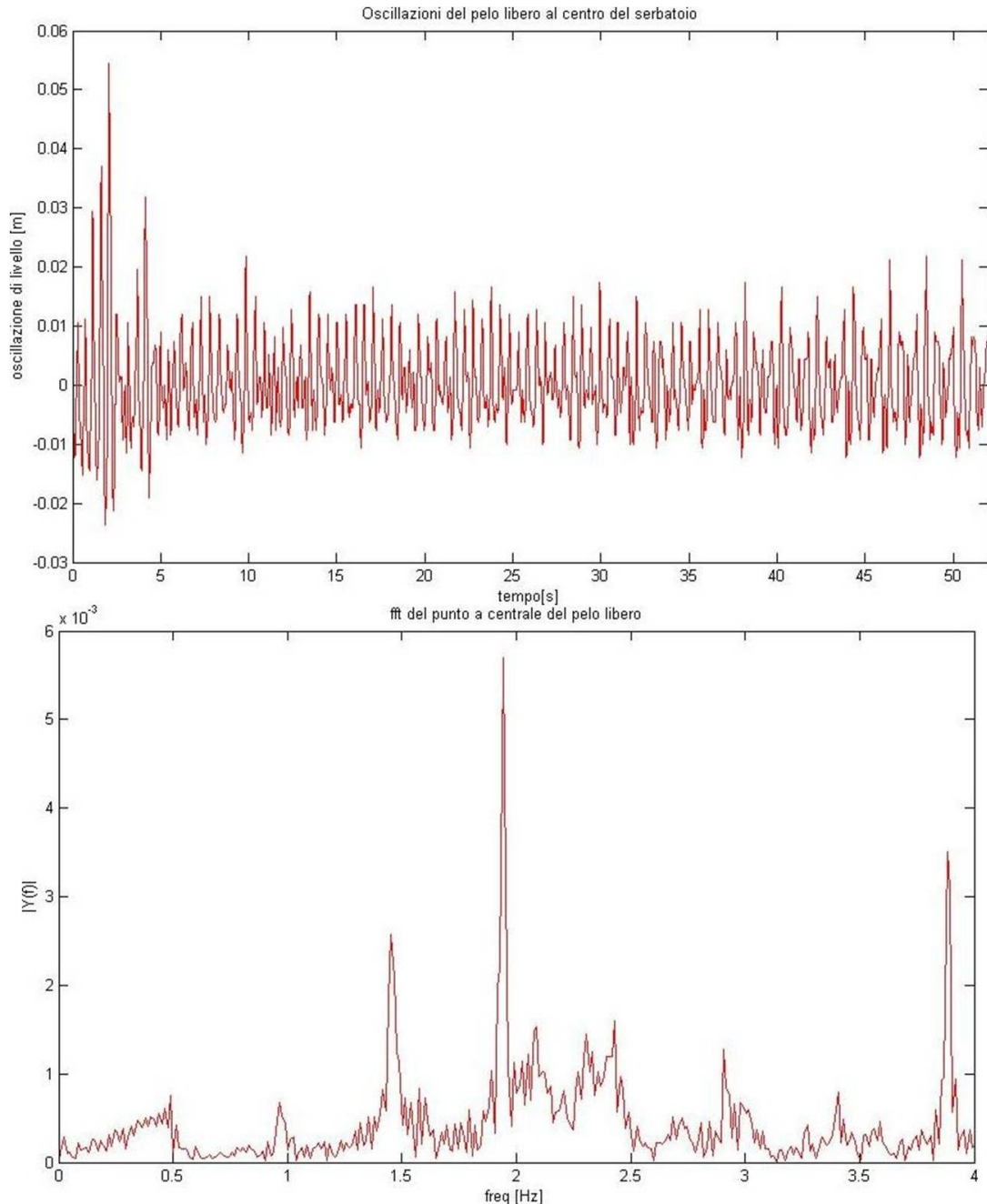
Utilizzando l'ultimo programma si ottengono le oscillazioni nel tempo di  $x_g$  (coordinata del baricentro del liquido parallela al moto del serbatoio), le oscillazioni dei vari punti del pelo libero e le relative trasformate di Fourier (da Fig. 5.22 a 5.24):



**Figura 5.22** Oscillazione e fft della coordinata  $x_g$  del baricentro del liquido



**Figura 5.23** Oscillazione e fft del punto del pelo libero a contatto con la parete di sinistra del serbatoio



**Figura 5.24** Oscillazione e fft del punto del pelo libero al centro del serbatoio

Dall'analisi effettuata risulta che oscillazione verticale del baricentro  $y_g$  risulta essere trascurabile rispetto l'oscillazione orizzontale  $x_g$ . D'ora in poi confonderemo il moto del baricentro con la sola  $x_g$ .

Come ci si aspetta la frequenza principale nel moto del baricentro risulta essere circa 1Hz, ovvero il baricentro del liquido segue il moto dato dal manovellismo. La semiampiezza di oscillazione di  $x_g$  risulta essere compresa fra 2-3cm.

## 5.2 Analisi numerica

L'analisi numeriche sono state effettuate a diverse altezze e frequenze (tab. 5.1):

		Frequenza di oscillazione		
		1Hz	1.45Hz	2Hz
Altezza del pelo libero	109mm	X	X	X
	250mm	X	X	
	400mm	X		

**Tabella 6-1** Simulazione numeriche effettuate

Le simulazioni con livello del pelo libero a 250mm e frequenza a 2Hz, con livello del pelo libero a 400mm e frequenza a 1.45Hz, con livello del pelo libero a 400mm e frequenza a 2Hz hanno presentato problemi di divergenza anche abbassando il valore del time step a  $10^{-4}$ s.

### 5.2.1 Simulazioni numerica con frequenza di oscillazione di 1Hz

Le simulazioni con frequenza di oscillazione di 1Hz sono state effettuate con altezza del pelo libero di 109mm, 250mm e 400mm. A causa dell'onero computazionale delle ultime due prove (time step  $10^{-4}$  s) il tempo simulato di questi due casi è stato limitato a 10s. per tale motivo la simulazione con altezza di 109mm risulterà essere più accurata.

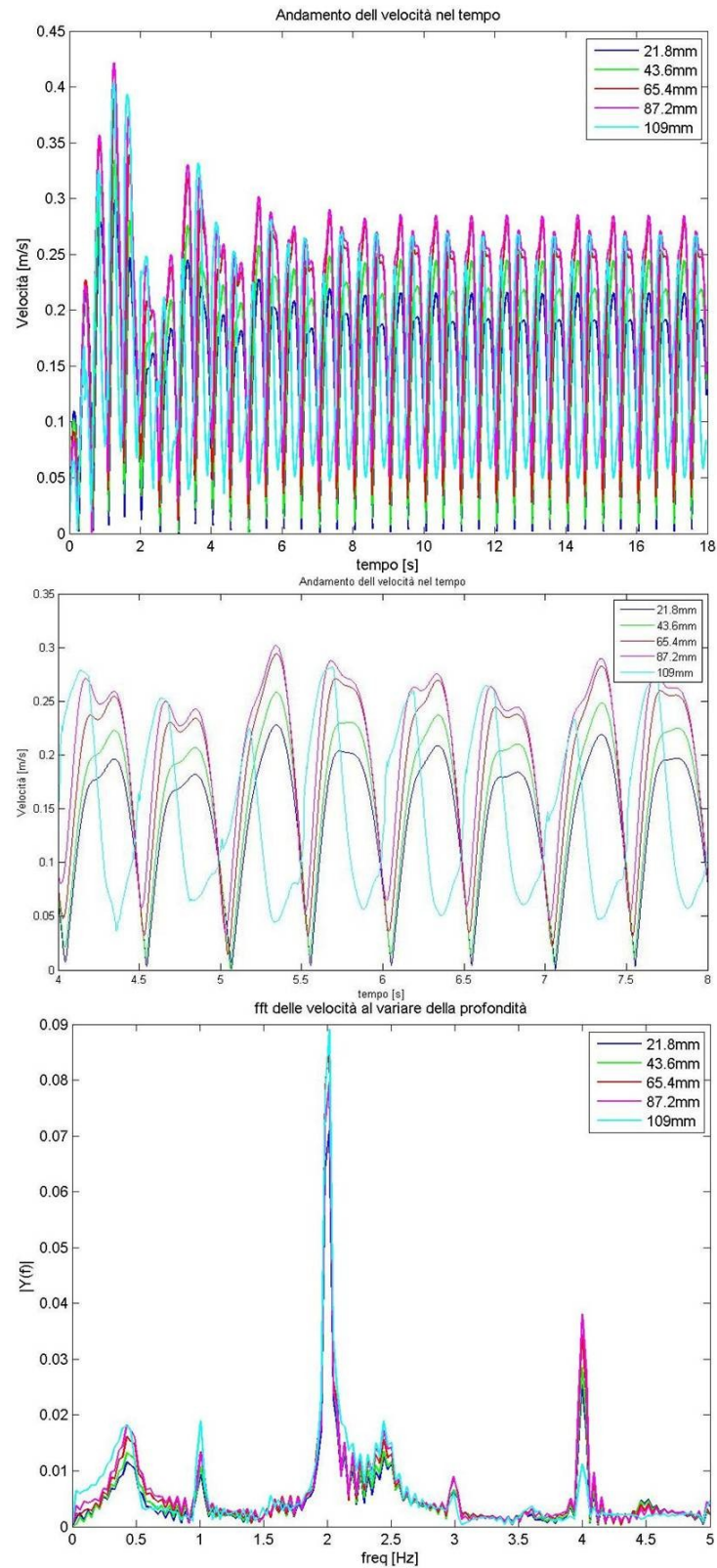
Per tali simulazioni è stata effettuata un'ulteriore analisi sull'andamento delle velocità. Sono state quindi registrati gli andamenti del modulo della velocità del

liquido nel tempo in cinque punti posti a partire dal pelo libero in quiete fino al fondo del serbatoio (tab. 5.2).

	Altezza pelo libero in quiete		
	109mm	250mm	400mm
<b>Punto 1</b>	21.8mm	50mm	80mm
<b>Punto 2</b>	43.6mm	100mm	160mm
<b>Punto 3</b>	65.4mm	150mm	240mm
<b>Punto 4</b>	87.2mm	200mm	320mm
<b>Punto 5</b>	109mm	250mm	400mm

**Tabella 6-2** Disposizione dei punti di registrazione della velocità

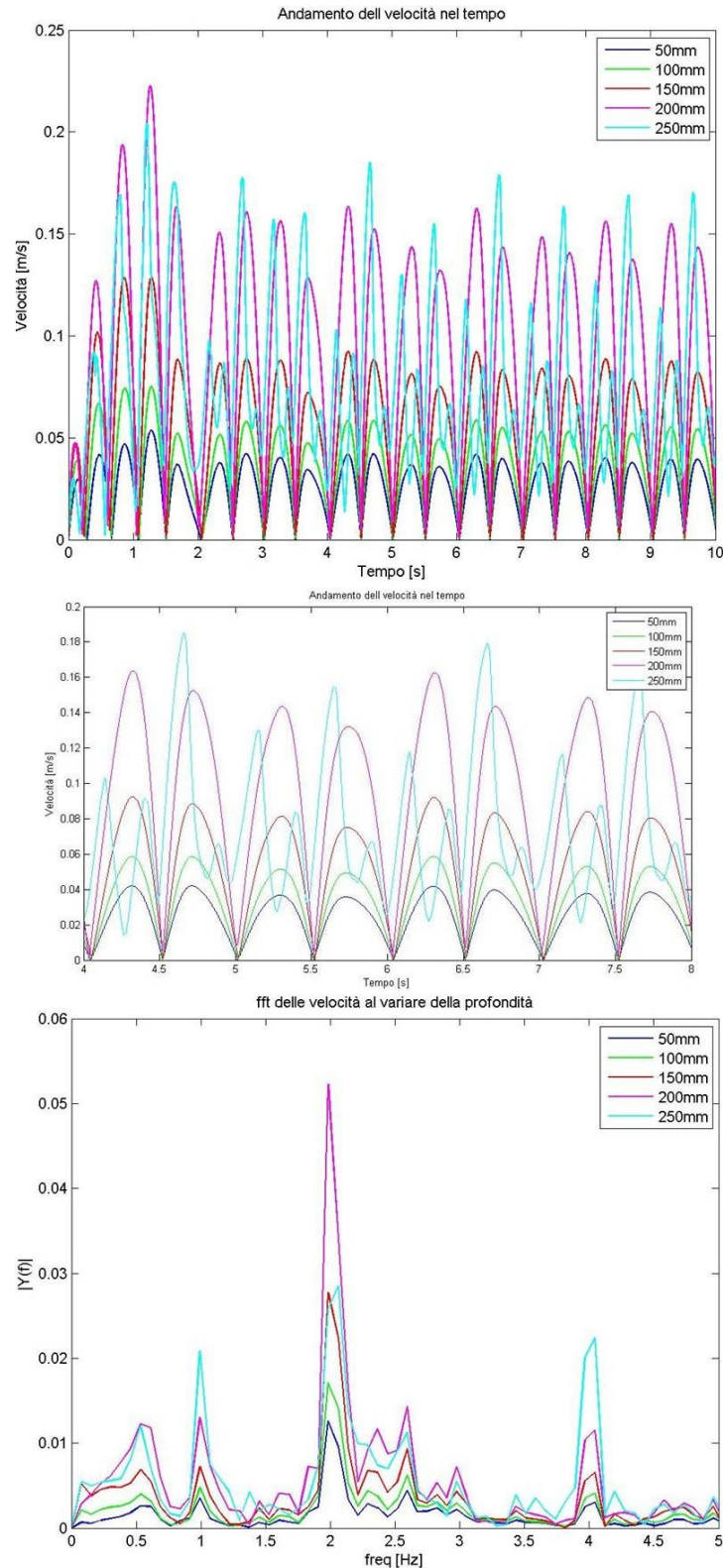
Si riportano di seguito gli andamenti della velocità per ogni punto e le relative trasformate di Fourier (da fig. 5.25 a 5.27 ):



**Figura 5.25** Andamenti per la prova con 109mm di altezza di liquido ed oscillazione 1Hz.

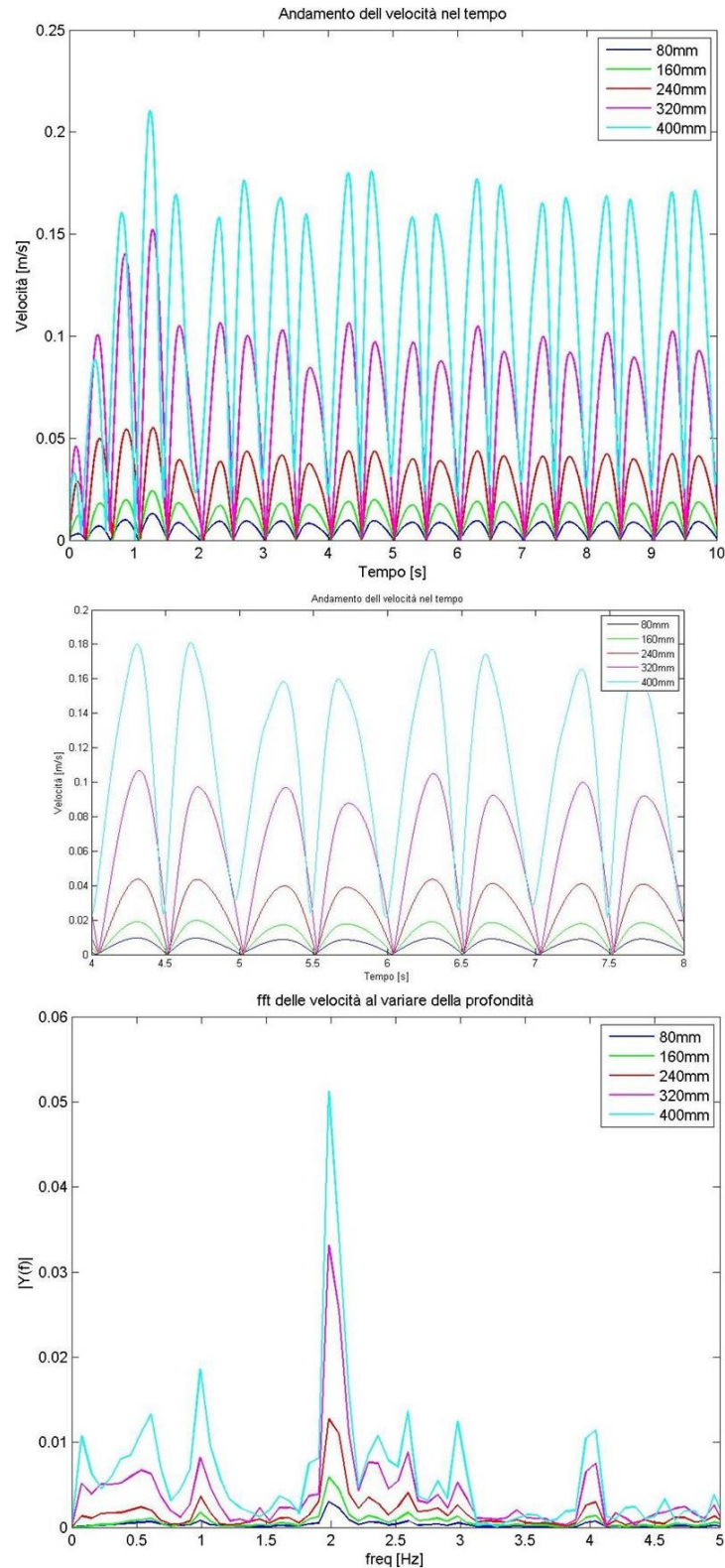
Dall'alto: andamento delle velocità nel tempo; particolare degli andamenti delle velocità fra il secondo 4 e l'8; DFT delle velocità.





**Figura 5.26** Andamenti per la prova con 250mm di altezza di liquido ed oscillazione 1Hz.

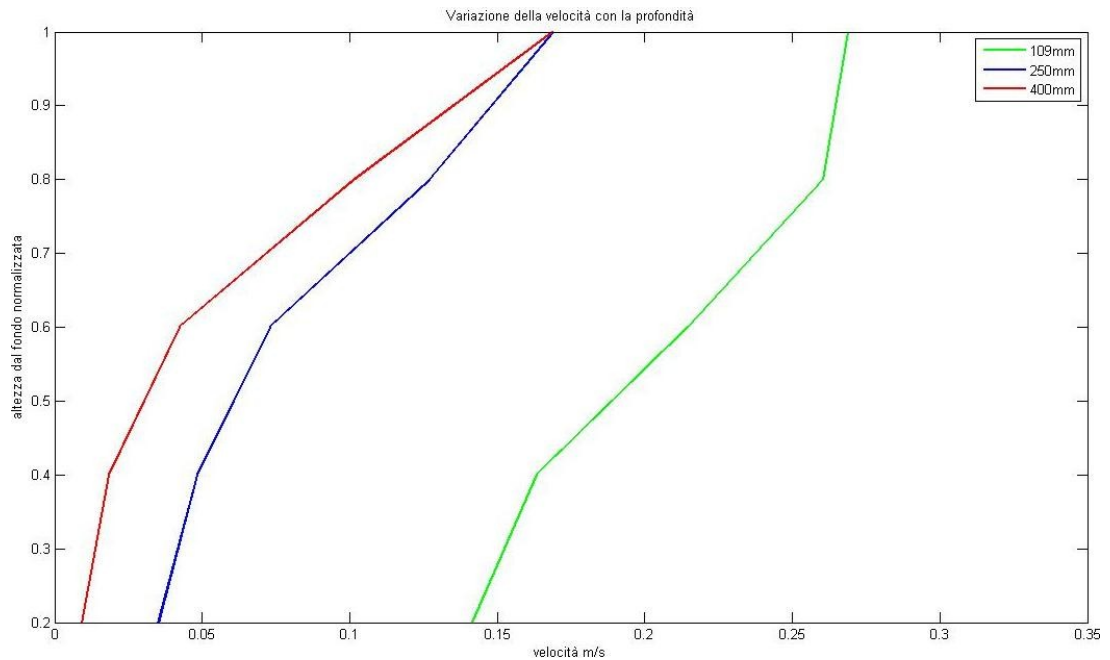
Dall'alto: andamento delle velocità nel tempo; particolare degli andamenti delle velocità fra il secondo 4 e l'8; DFT delle velocità.



**Figura 5.27** Andamenti per la prova con 400mm di altezza di liquido ed oscillazione 1Hz.  
Dall'alto: andamento delle velocità nel tempo; particolare degli andamenti delle velocità fra il secondo  
4 e l'8; DFT delle velocità.

Le oscillazioni del modulo della velocità dei punti di registrazione risultano grossomodo in fase fra loro in ognuna delle tre prove. La frequenza di variazione del modulo della velocità risulta essere doppio rispetto la frequenza della forzante.

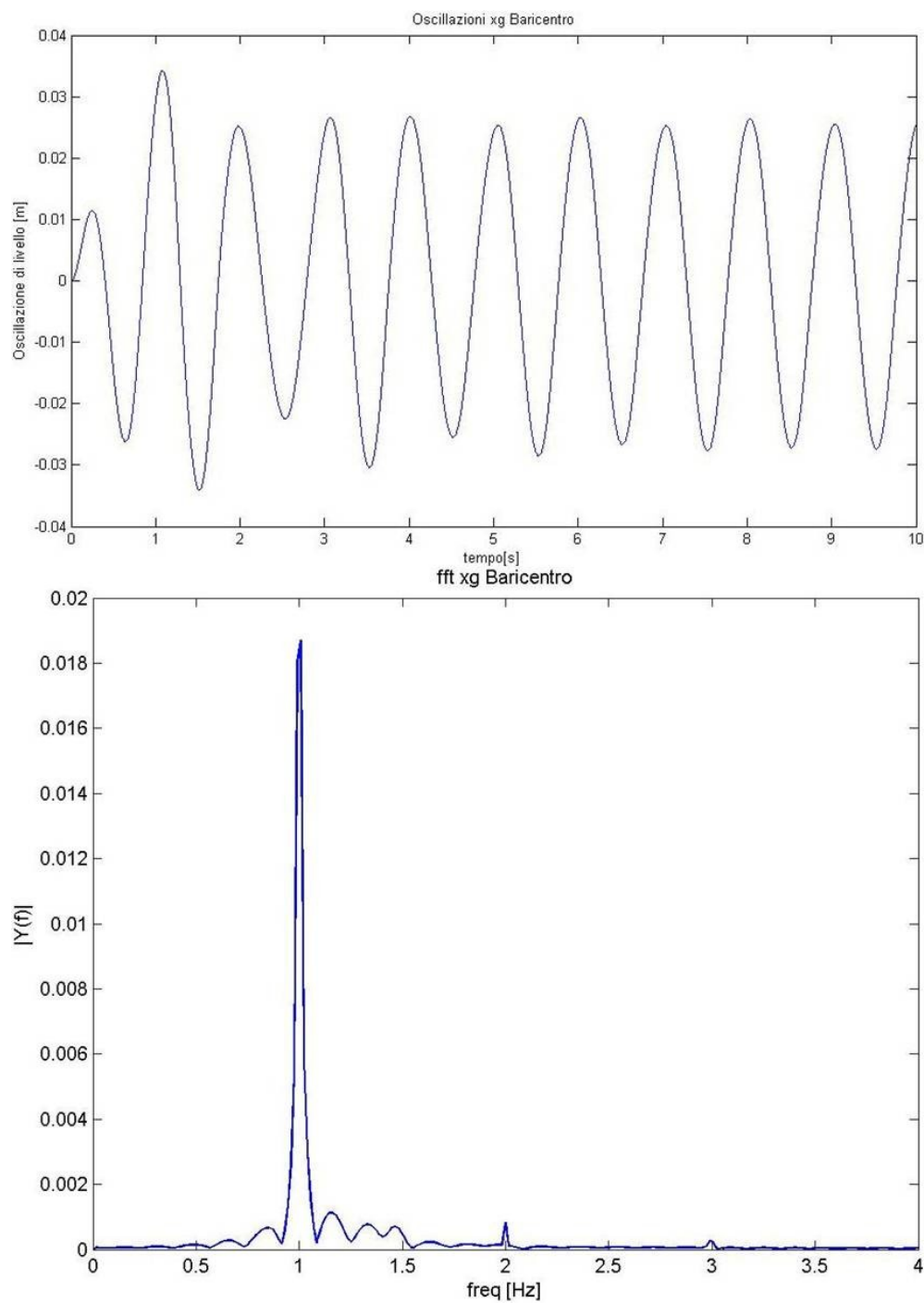
Si riporta di seguito l'andamento della velocità al variare dell'altezza dal fondo del serbatoio, a circa 8,6s dall'inizio della simulazione (Fig. 5.28):



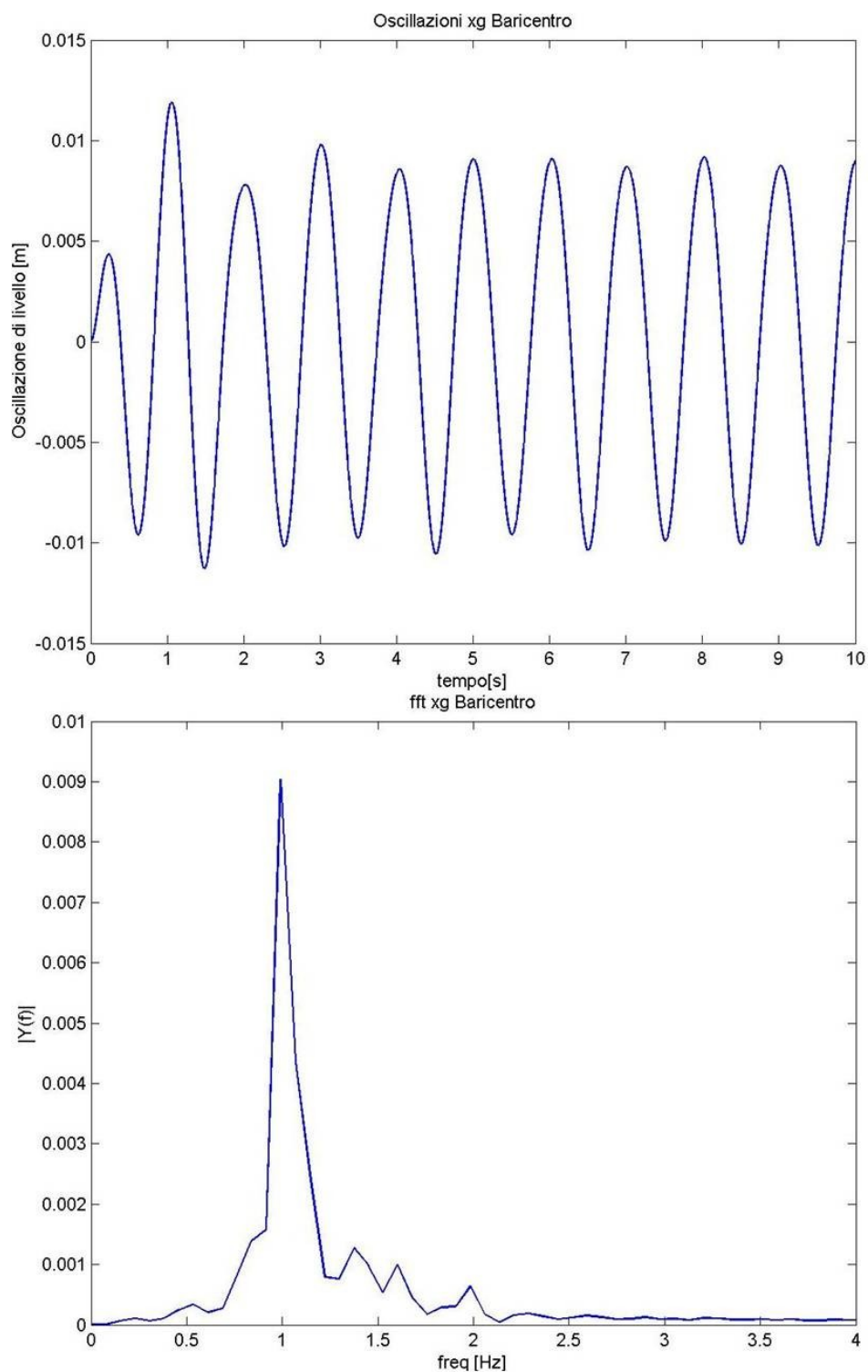
**Figura 5.28** Andamento della velocità al variare dell'altezza dal fondo del serbatoio

Man mano che cresce il pelo libero si evidenzia sempre di più la parte impulsiva della massa liquida, cioè quella più in profondità che tende a rimanere più ferma di quella sovrastante, detta convettiva.

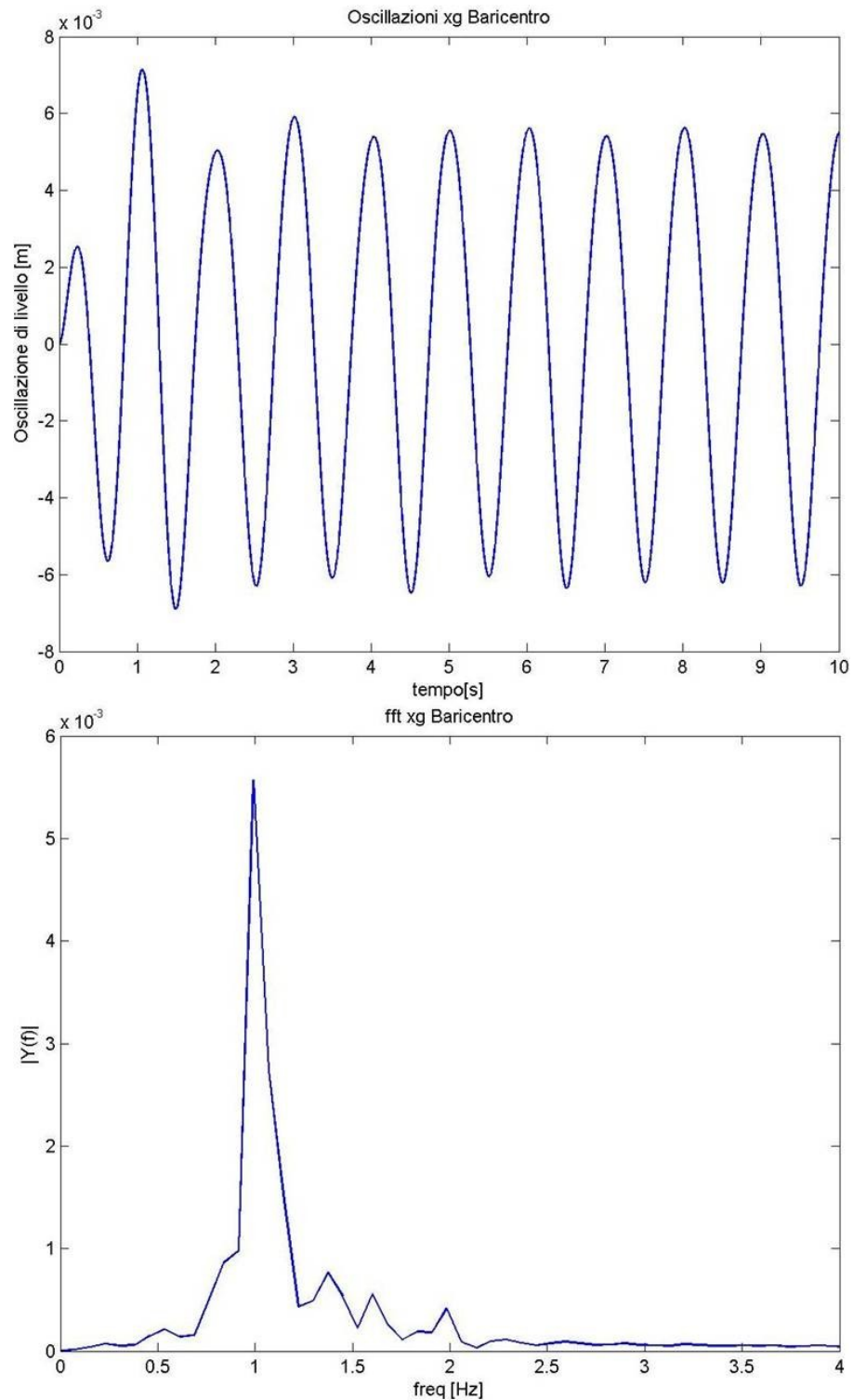
Le simulazioni numeriche in esame sono state elaborate anche tramite il programma di analisi delle immagini descritto nel capitolo 4. Si riporta di seguito l'andamento delle oscillazioni del baricentro e la relativa trasformata di Fourier (da fig. 5.29 a 5.31):



**Figura 5.29** Prova 109mm ad 1Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier



**Figura 5.30** Prova 250mm ad 1Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier



**Figura 5.31** Prova 400mm ad 1Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier

Come già risultato nell'analisi sperimentale, anche nell'analisi numerica è l'oscillazione verticale del baricentro è trascurabile rispetto l'oscillazione orizzontale.

### *5.2.2 Simulazioni numerica con frequenza di oscillazione di 1.45Hz*

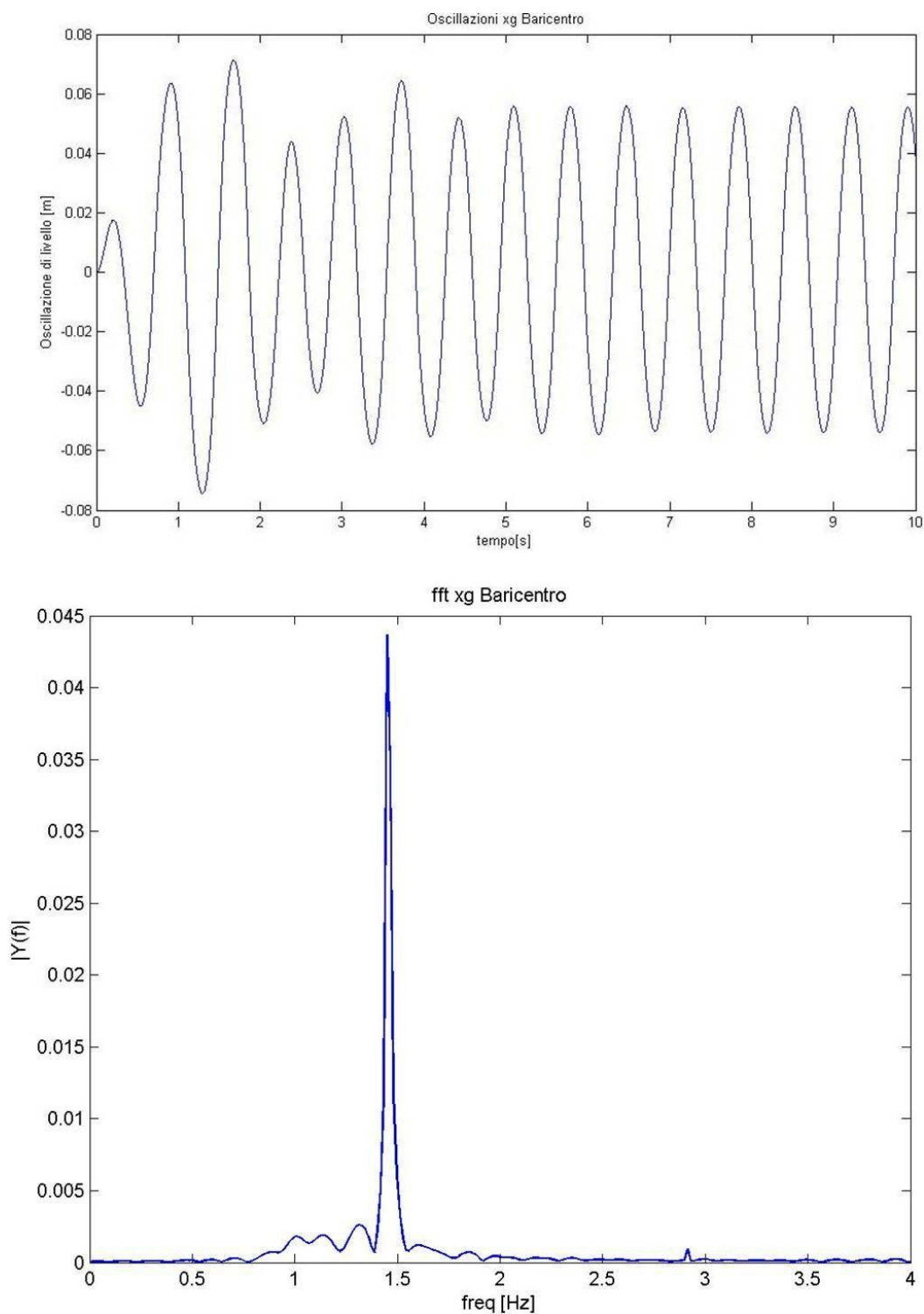
Queste simulazioni sono state effettuate con un'altezza di pelo libero di 109mm e 250mm. La frequenza di oscillazione di 1.45 Hz è molto vicina alla frequenza di risonanza.

Si noti come nella prova a 109mm le oscillazioni del baricentro in questo caso siano il doppio rispetto quelle delle prove ad 1Hz, mentre per la prova a 250mm il valore delle oscillazioni addirittura triplica.

Per la prova a 250mm è stata svolta anche l'indagine della velocità.

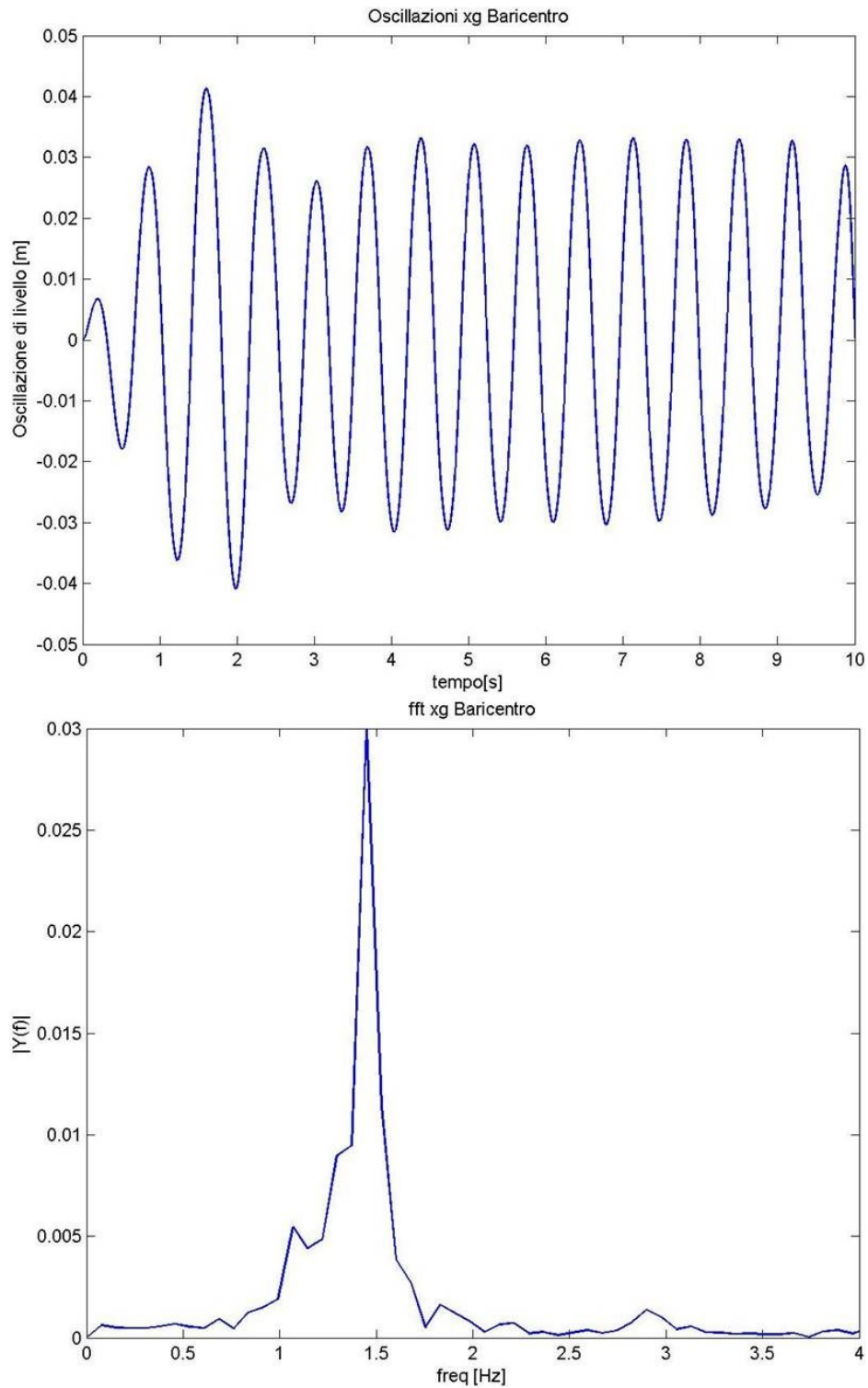
Di seguito vengono riportati i diagrammi ricavati dall'analisi (da fig. 5.32 a 5.34):



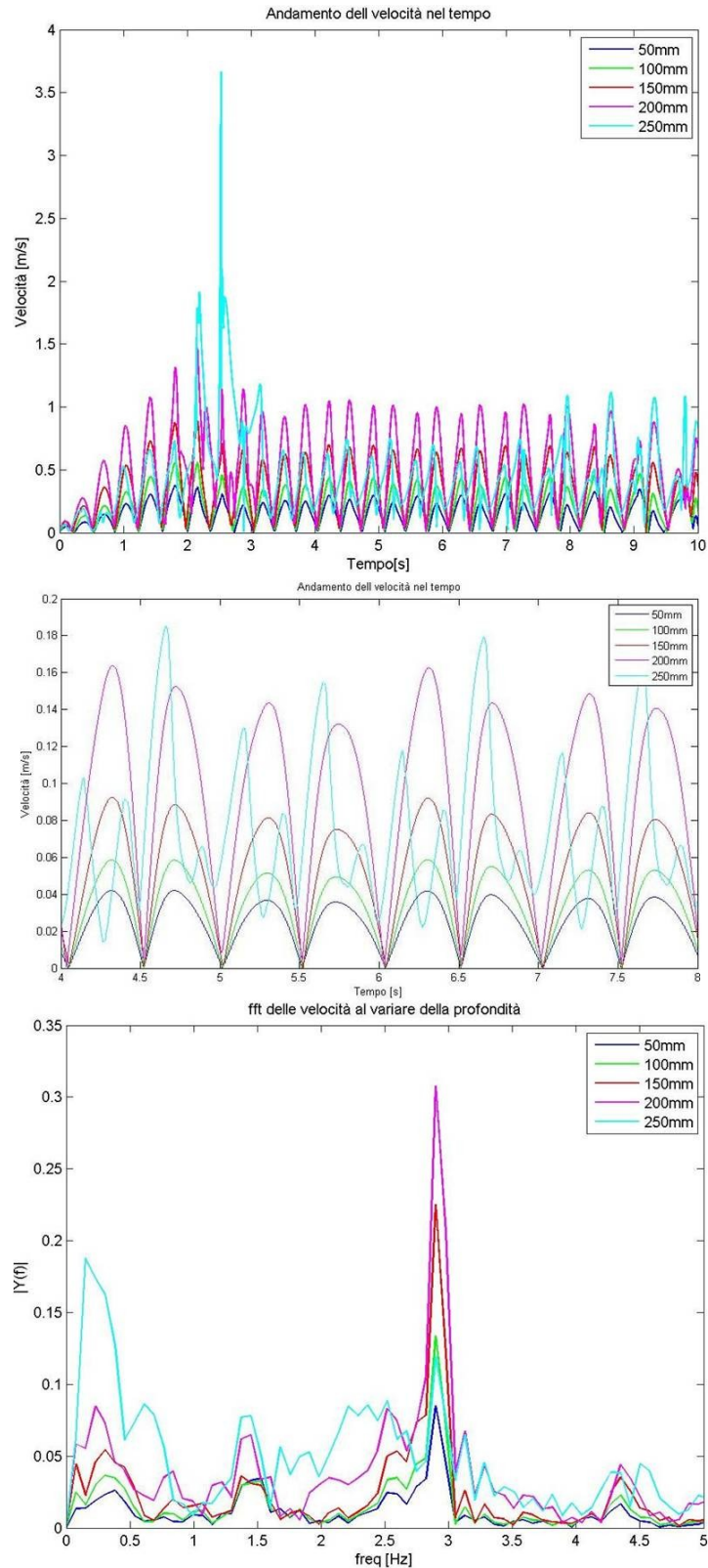


**Figura 5.32** Prova 109mm ad 1.45Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier



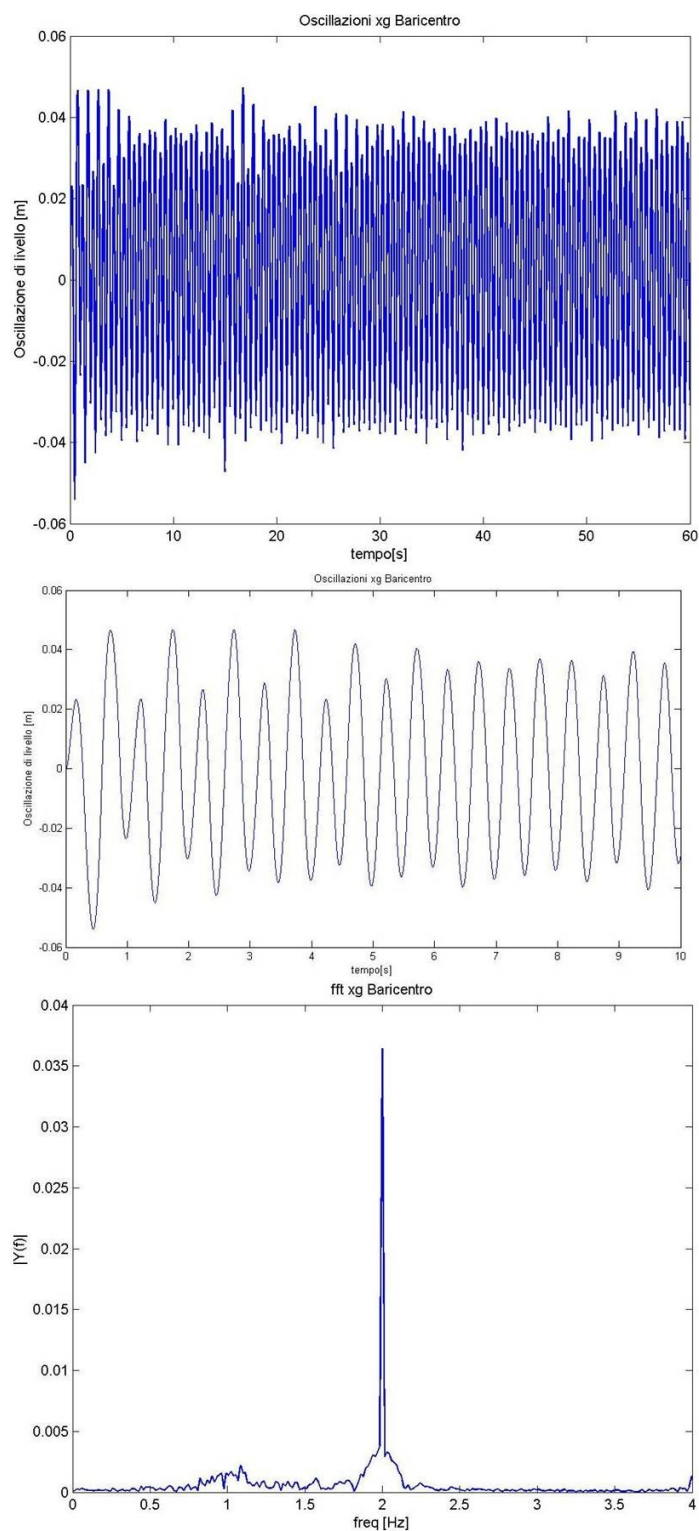


**Figura 5.33** Prova 250mm ad 1.45Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier



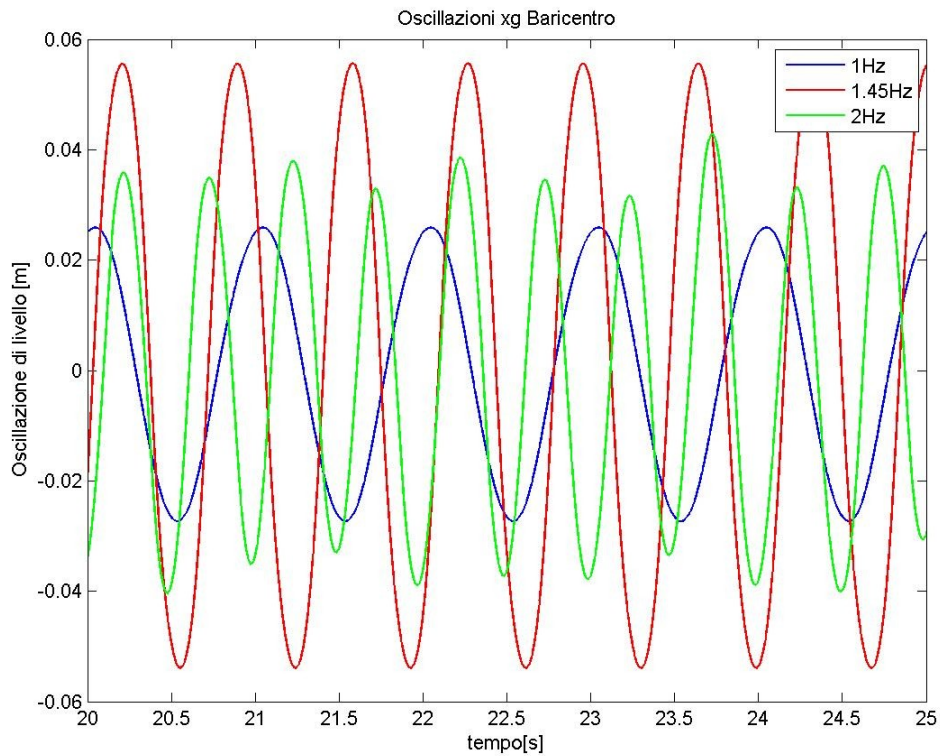
**Figura 5.34** Prova 250mm di altezza di liquido ed oscillazione 1.45Hz. Dall'alto: andamento delle velocità nel tempo; particolare degli andamenti delle velocità fra il secondo 4 e l'8; DFT delle velocità.

### 5.2.3 Simulazione numerica con frequenza di oscillazione di 2Hz



**Figura 5.35** Prova 109mm ad 2Hz. Oscillazione del baricentro e relativa trasformata di Fourier

L'unica simulazione effettuata con una frequenza di 2Hz (fig. 5.35) ha un'altezza del pelo libero di 109mm. L'oscillazione del baricentro risulta essere più piccola rispetto quella ottenuta con la simulazione a 109mm ad 1.45Hz. Tale effetto è dovuto al superamento della frequenza di risonanza della colonna di liquido (Fig.5.36).



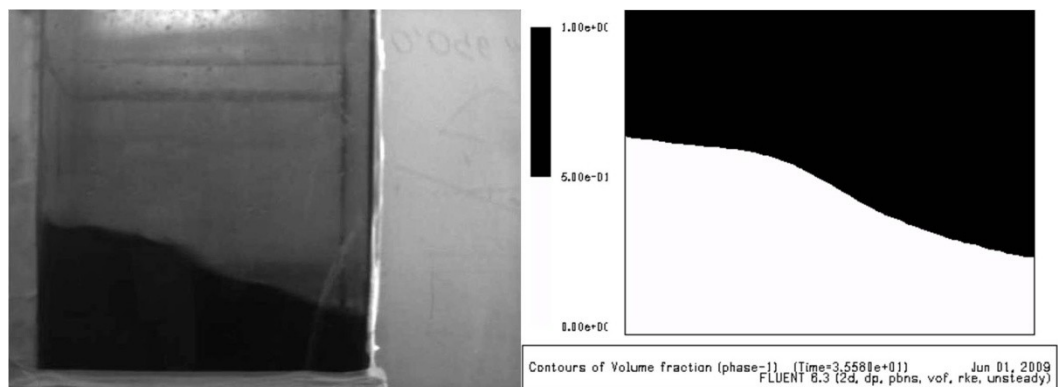
**Figura 5.36** Prova 109mm. Confronto fra le oscillazioni del baricentro al variare della frequenza

È da rilevare la forte approssimazione che in questo caso si sta effettuando trascurando fenomeni di natura tridimensionale.

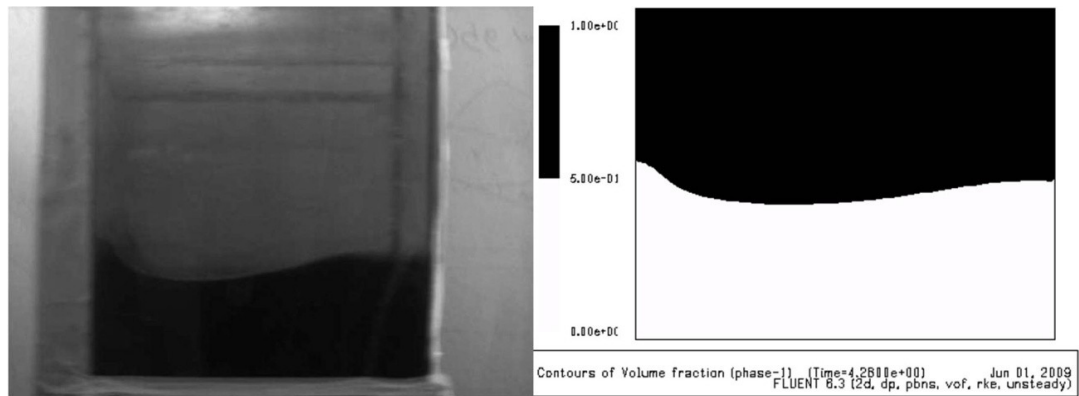
### 5.3 Confronto dei risultati analitici e sperimentali

In conclusione di questo lavoro di tesi si sono messi a confronto i dati ottenuti dalla prova sperimentale con 109mm di altezza del pelo libero e frequenza di oscillazione di 1Hz con la simulazione numerica avente i medesimi settaggi.

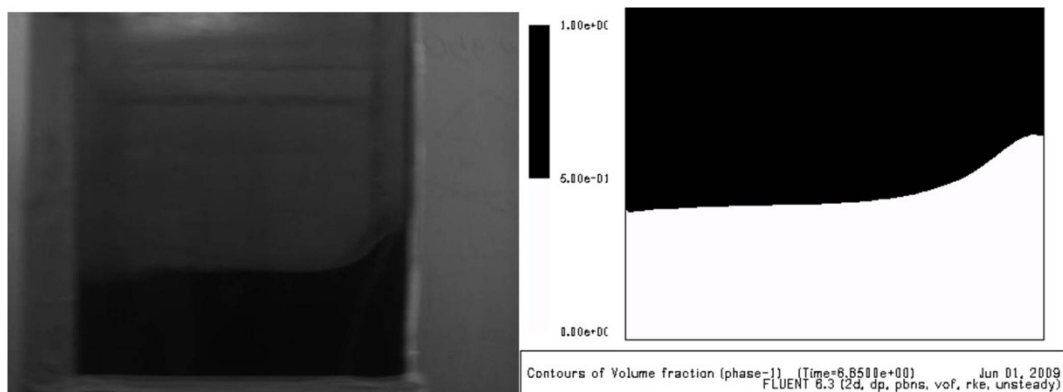
La prima indagine effettuata fra i dati ricavati dalle due prove è stata di tipo visivo, andando a confrontare le immagini sperimentali con quelle numeriche. Di seguito si riportano alcuni frame (da fig. 5.37 a 5.43):



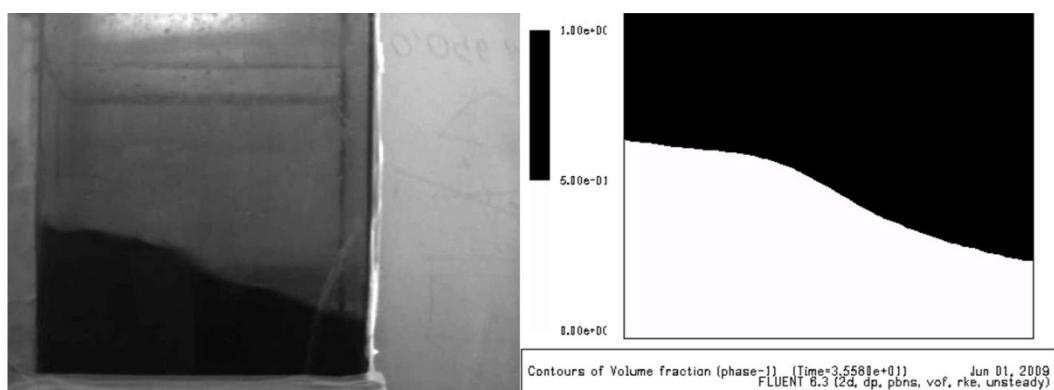
**Figura 5.37** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 3,6s di prova



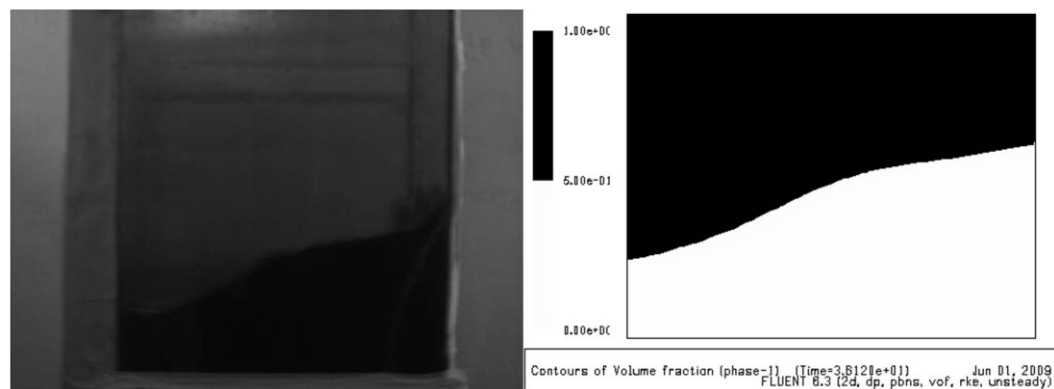
**Figura 5.38** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 4,3s di prova



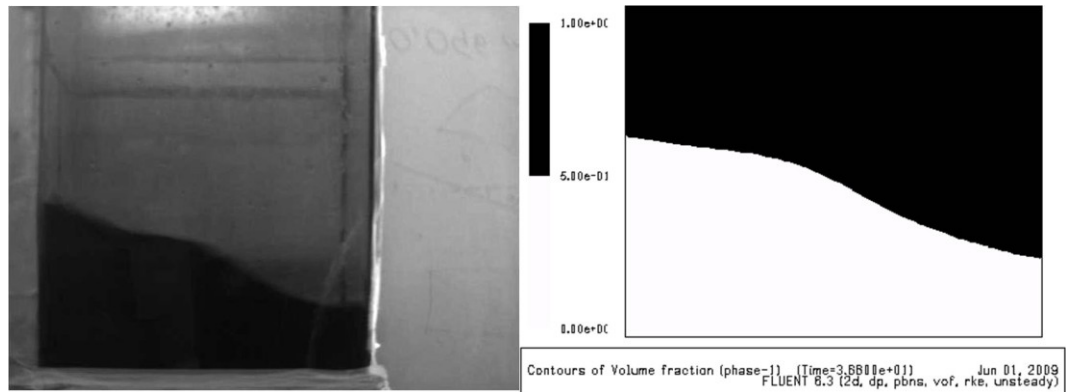
**Figura 5.39** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 6,6s di prova



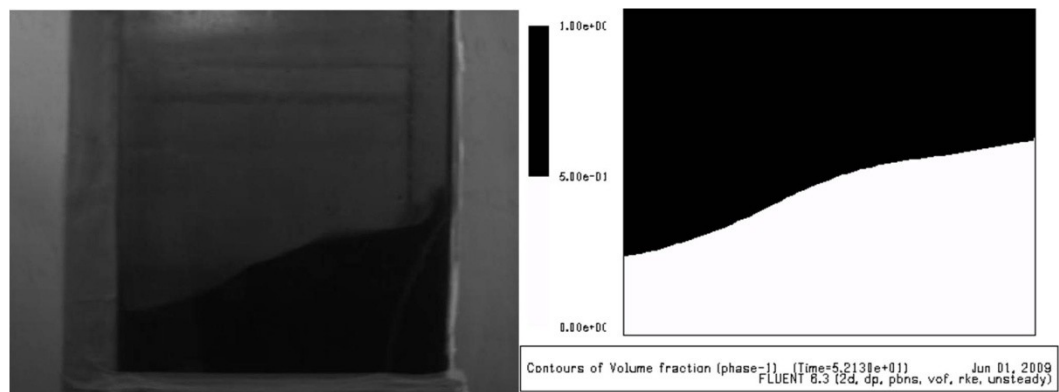
**Figura 5.40** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 35,6s di prova



**Figura 5.41** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 36,1s di prova



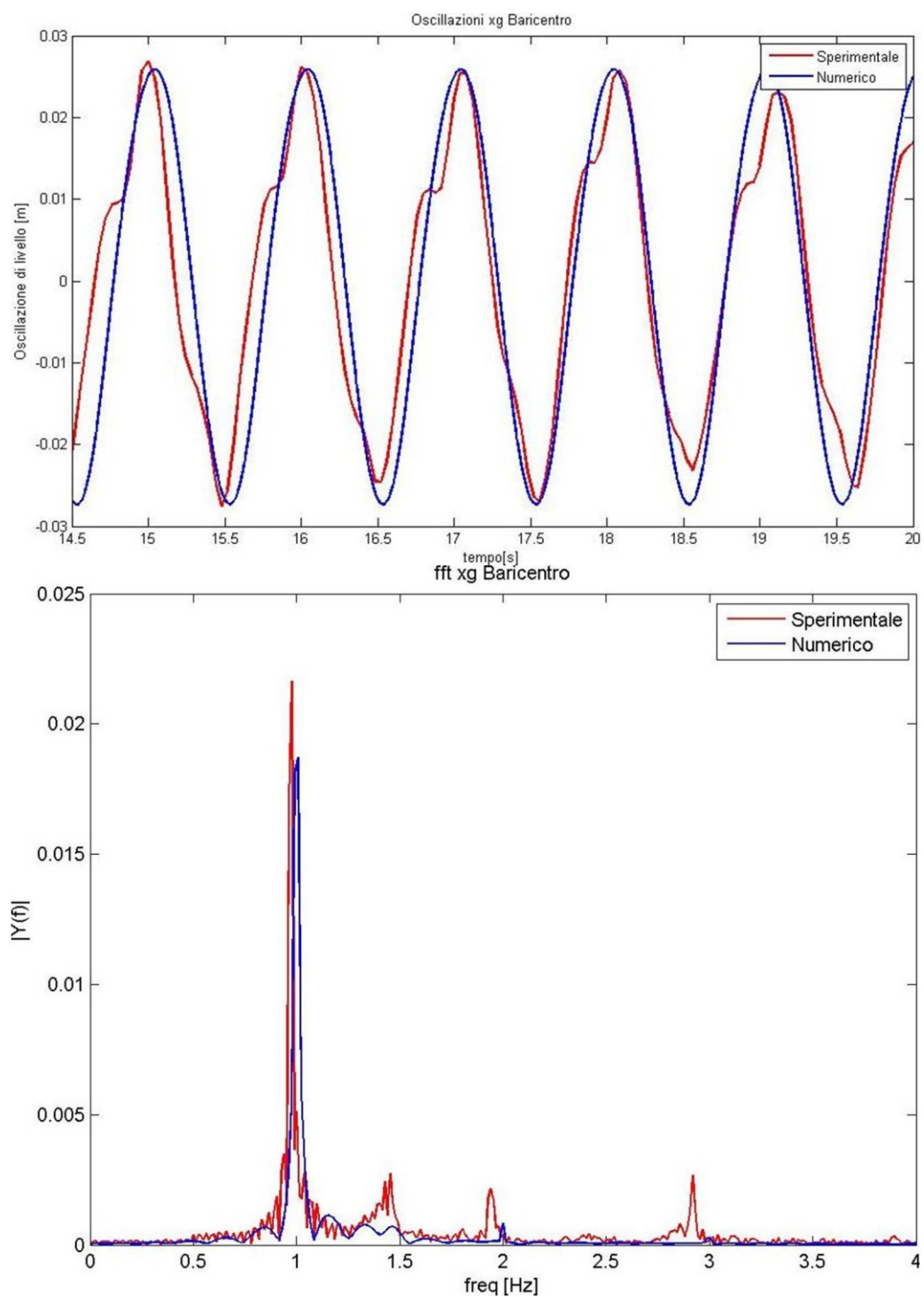
**Figura 5.42** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 36,6s di prova



**Figura 5.43** Confronto immagine sperimentale con numerico dopo 52,1s di prova

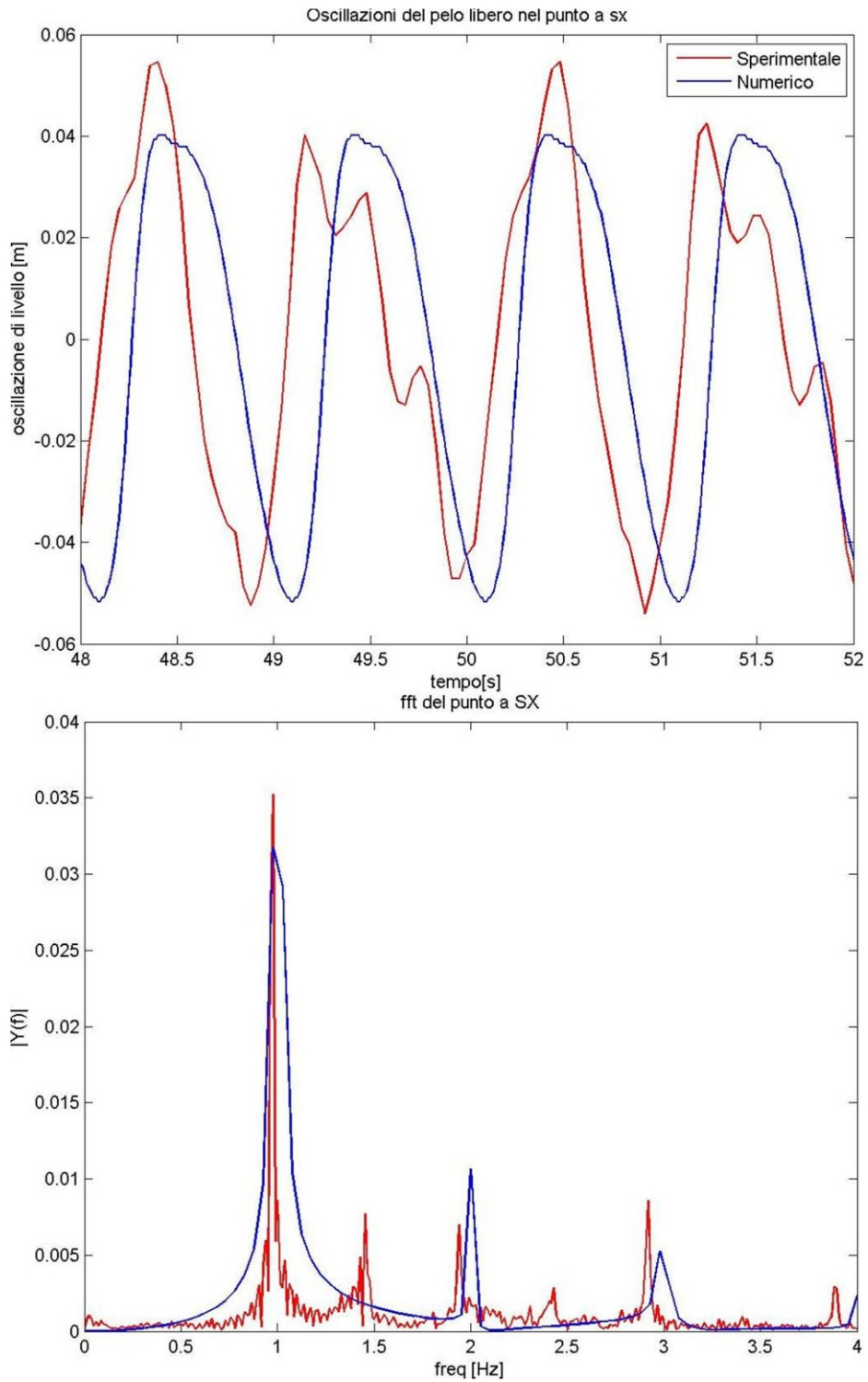
Si è proseguito con il confronto andando a sovrapporre i diagrammi delle oscillazioni del baricentro e del pelo libero e delle relative analisi in frequenza. Per fare questa analisi sono utilizzati i programmi sviluppati in ambiente MATLAB. I dati così ricavati vengono riportati di seguito (da fig. 5.44 a 5.47):



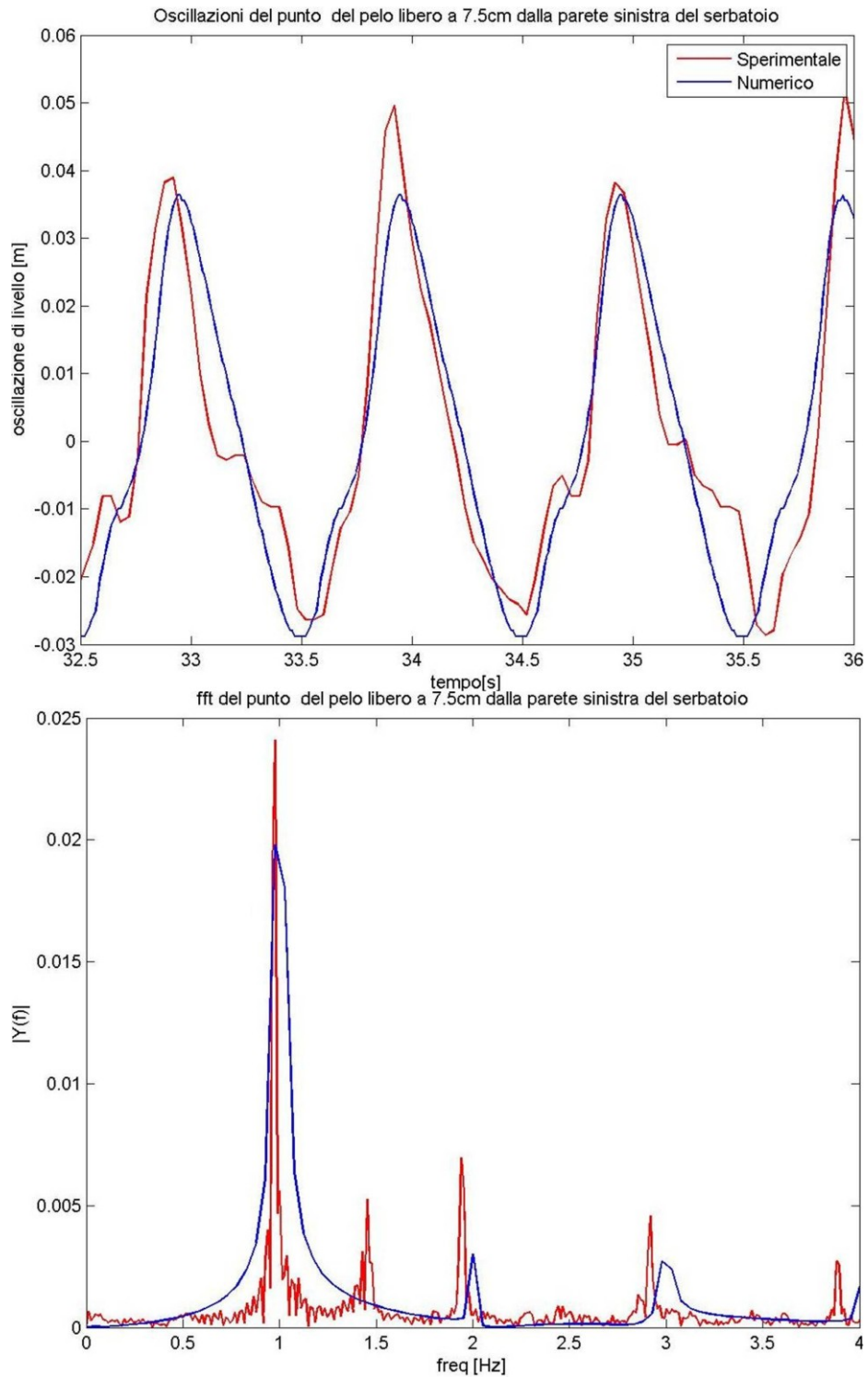


**Figura 5.44** Confronto fra l'oscillazione del baricentro calcolato numericamente e sperimentalmente e relative DFT

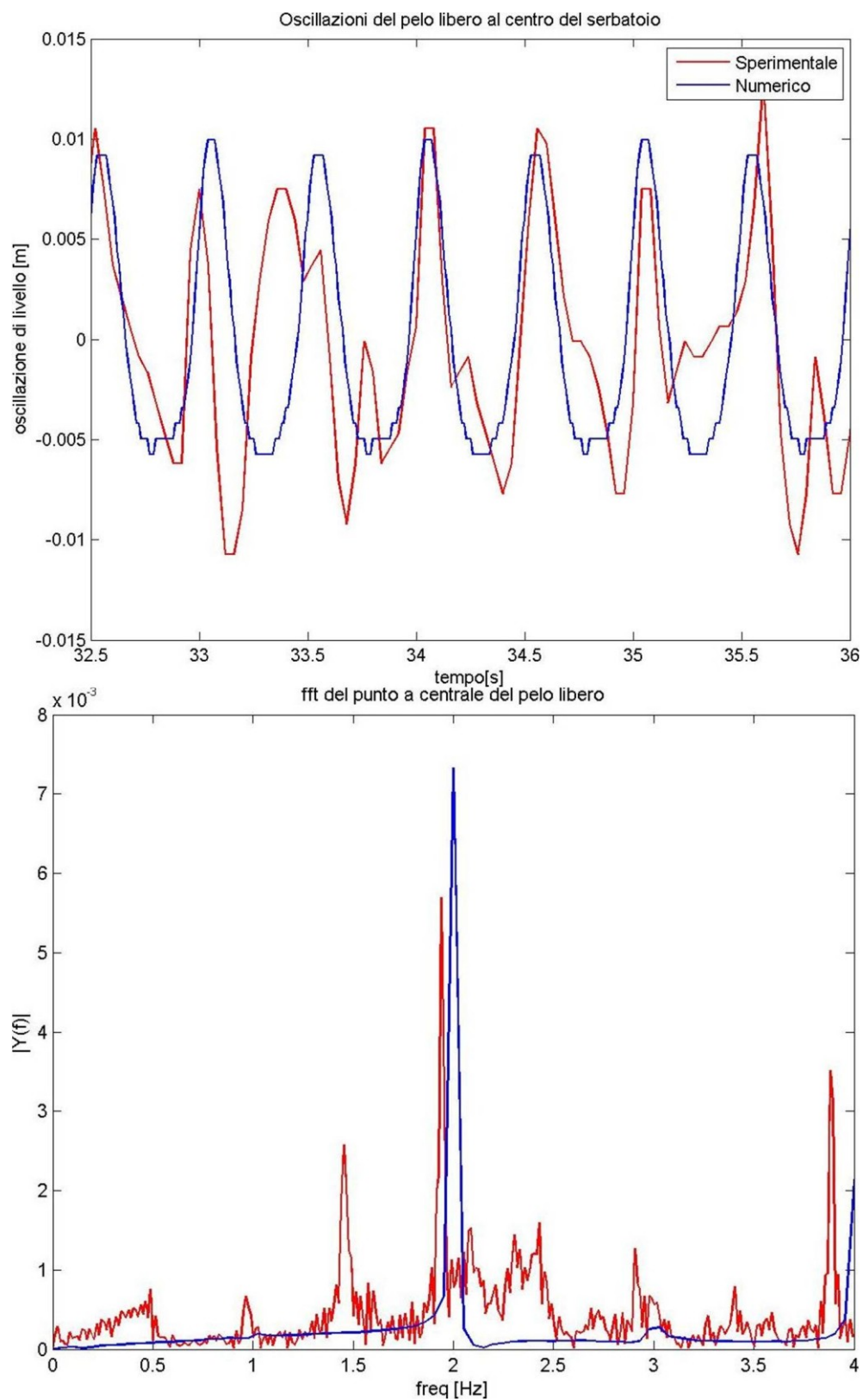




**Figura 5.45** Confronto fra l'oscillazione del punto di contatto del pelo libero con la parete di sinistra del serbatoio calcolato numericamente e sperimentalmente e relative DFT



**Figura 5.46** Confronto fra l'oscillazione del punto del pelo libero a 7,5 cm dalla parete di sinistra del serbatoio calcolato numericamente e sperimentalmente e relative DFT



**Figura 5.47** Confronto fra l'oscillazione del punto del pelo libero al centro del serbatoio calcolato numericamente e sperimentalmente e relative DFT

In questo paragrafo sono state appositamente affiancate le immagini del pelo libero sia secondo i dati sperimentali ripresi con la telecamera veloce e sia quelli del modello teorico che considera accuratamente l'interfaccia liquido sottostante e gas sovrastante. La concordanza è veramente eccezionale ed in particolare è da considerarsi molto positiva la veridicità dei risultati numerici pienamente valicati dalle immagini sperimentali. Questa concordanza è valicata non solo dal semplice esame visivo dei movimenti del pelo libero nel tempo ma anche soprattutto dall'analisi sia sperimentale che teorica delle frequenze di oscillazione sia di punti del pelo libero sia del baricentro della massa liquida.

## 5.4 Conclusioni

L'aspetto positivo del lavoro sin qui svolto è essenzialmente rappresentato dalla concordanza fra i rilievi sperimentali ed i risultati ottenuti con l'impiego del modello numerico. La validazione del modello è da considerarsi positiva e permette, viste le ipotesi poste alla base del modello, notevolmente realistiche, di poterlo utilizzare anche con dimensioni fisiche del serbatoio ben più grandi.

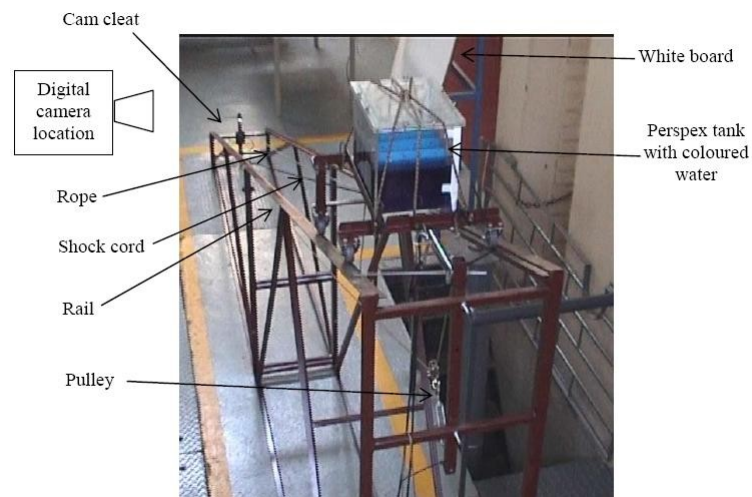
Questo risultato consente quindi di studiare serbatoi di grandi dimensioni con buona affidabilità. La positiva validazione del modello poggia non solo sulla coincidenza delle deformazioni del pelo libero durante la movimentazione, ma anche e soprattutto sugli stessi risultati ottenuti eseguendo analisi armonica sia dei dati sperimentali sia dei dati numerici.

L'esame dei movimenti del baricentro e del pelo libero ha permesso di verificare il concetto espresso nelle norme, di fluido in condizioni impulsive e di fluido in condizioni convettive, permettendo anche una quantizzazione delle due parti.

## 5.5 Ulteriore validazione del modello

Il calcolo numerico è quindi uno strumento valido ed affidabile di analisi per situazioni in cui non è possibile effettuare misure sperimentali dirette. Lo è il caso di grandi strutture, come per esempio i serbatoi, dove la sperimentazione diretta può essere fatta solo su un modello in scala. Con lo scopo di calibrare meglio il nostro modello numerico, si è deciso di utilizzare i dati sperimentali riportati nella tesi di dottorato del ph.d. ing. Kingsley [1] per una verifica.

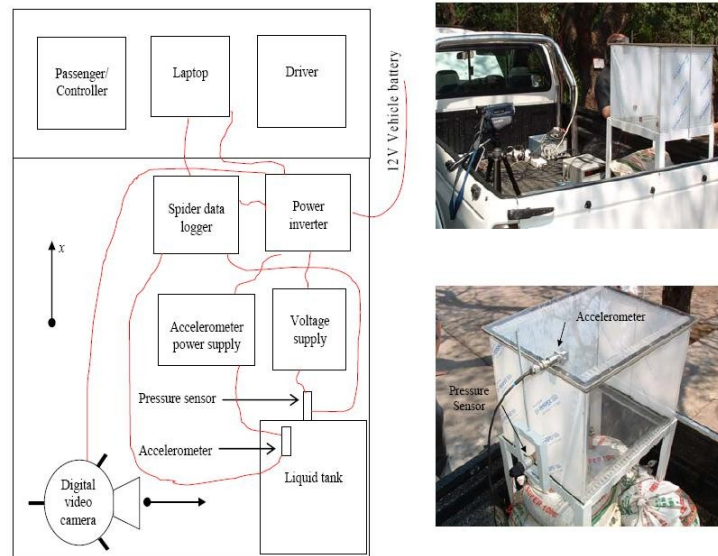
L'esperimento condotto è stato diviso in due fasi, la prima quella dell'impatto del liquido su di una parete del serbatoio e conseguente ondeggiamento dello stesso come mostrato in figura 5.48.



**Figura 5.48** Caduta libero di un serbatoio parzialmente riempito su un piano inclinato

La seconda fase, quella con cui poi si è avuto il confronto con i dati sperimentali, è consistita nell'ancorare il serbatoio rettangolare su di un auto.

Come mostrato in figura 5.49.



**Figura 5.49** Serbatoio ancorato su di un'auto in movimento

L'andamento dell'accelerazione è stata poi ricavata attraverso un accelerometro come riferisce l'autore e come è mostrato in figura 5.50



**Figura 5.50** Strumento per misurare l'accelerazione.

Mentre l'analisi dell'evoluzione del pelo libero del liquido contenuto nel serbatoio è stato possibile grazie all'analisi di un filmato acquisito con una telecamera veloce e di cui possiamo vedere una sua applicazione nella figura 5.51.





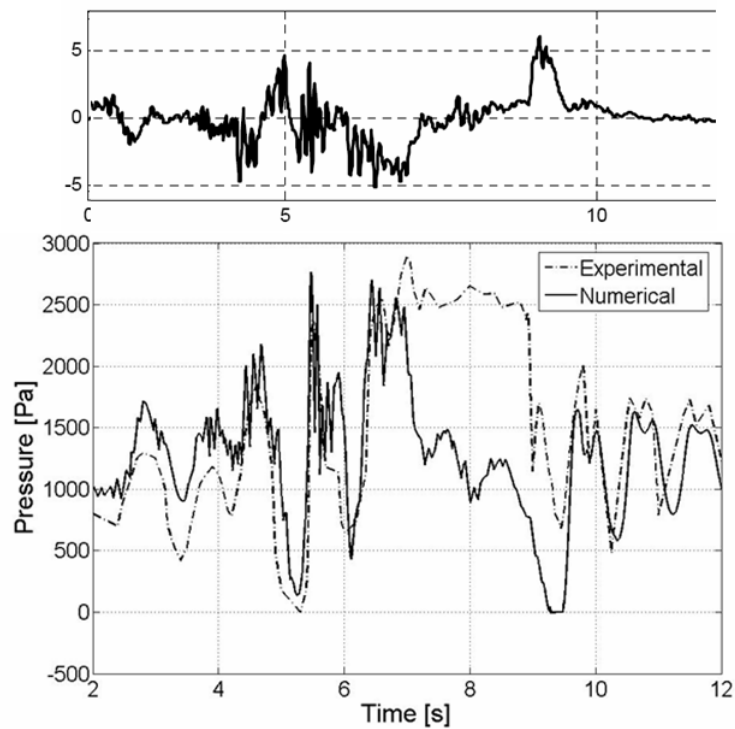
**Figura 5.51** Acquisizione video con telecamera veloce

Il confronto sperimentale e numerico è stato quindi effettuato per un serbatoio rettangolare ( $H = 0.4\text{m}$ ,  $W = 0.4\text{m}$ ,  $L = 0.5\text{m}$ ), riempito per metà d'acqua, sottoposto ad una assegnata accelerazione assiale (direzione  $L$ ) variabile nel tempo.

Per la comparazione dei risultati numerici con quelli sperimentali c'è da dire che Kingsley ha usato un segnale dell'accelerazione filtrato in input, per un modello numerico CFD bidimensionale, anziché del segnale originale imposto nell'esperimento.

Nella figura 5.52, è riportata la storia temporale della pressione sulla parete ad una profondità di  $0.065\text{m}$  dal fondo. Il confronto tra i dati numeri e sperimentali da come si vede mostrano qualche differenza solo intorno all'8s. Probabilmente dovuta alla perdita di alcuni picchi di accelerazione nella filtrazione del segnale, come supposto dall'autore stesso.

Inoltre se si osserva il segnale non filtrato (cima della fig. 5.52), si vede che è molto simile ad un segnale sismico, nella frequenza e nei valori di punta. Per questo motivo, dato che le applicazioni del modello numerico sull'interazione fluido struttura che saranno discusse nei prossimi capitoli riguarderà eventi sismici, è stato usato il segnale originale di accelerazione non filtrato.



**Figura 5.52** Confronto tra dati numerici e sperimentali.

In definitiva i risultati numerici mostrano un accordo molto buono con i dati sperimentali. Praticamente come quelli ottenuti dallo stesso Kingsley. Inoltre nessuna differenza significativa emerge dall'aver adottato i modelli laminare e turbolento e i modelli 2D e 3D.

## Bibliografia

[1] Kingsley, T. C., 2005. Multidisciplinary design and optimisation of liquid containers for sloshing and impact. Thesis, University of Pretoria.



# Capitolo 6

## Un innovativo sistema di movimentazione

In questo capitolo si è voluto presentare la progettazione di un altro sistema di movimentazione a 4 gradi di libertà con la possibilità di analizzare serbatoio in scala ridotta, questa volta però potendo caratterizzare la legge oraria. Per progettare tale sistema di movimentazione si è preso modello il serbatoio cilindrico per l'accumulo termico dell'impianto dimostrativo solare termodinamico realizzato dall'ENEA presso l'impianto dell'ENEL a Priolo Gargallo (CT). Inoltre si scelto di considerare un accelerogramma simulato come prescrivono le norme con le caratteristiche del sito di Priolo Gargallo (CT).

### 6.1 Introduzione alla modellistica fisica

#### 6.1.1 L'analisi dimensionale

##### 6.1.1.1 Generalità. Dimensioni ed unità di misura

I concetti di dimensioni e di unità di misura sono alla base della descrizione di qualsiasi fenomeno fisico. La dimensione di una grandezza fisica rappresenta un concetto astratto, come la lunghezza, la massa, il tempo, la forza etc., a cui viene assegnata una determinata unità di misura. A seconda del sistema di misura utilizzato, alcune grandezze vengono considerate fondamentali, altre derivate dalle precedenti. In questa sede si fa riferimento al Sistema Internazionale, che utilizza come grandezze fondamentali la lunghezza (L), la massa (M) e il tempo (T), a cui corrispondono le unità di misura metro, chilogrammo, secondo.

In questo sistema le dimensioni di tutte le grandezze meccaniche possono essere espresse in termini monomi come prodotto delle tre grandezze fondamentali elevate ad un opportuno esponente, secondo la formula (Yalin 1971):

$$[a] = L^{\alpha} T^{\beta} M^{\gamma} \quad (6.1)$$

A seconda del valore degli esponenti si possono individuare tre tipi di grandezze:

- Grandezza geometrica:  $\alpha \neq 0, \beta = 0, \gamma = 0$
- Grandezza cinematica:  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma = 0$
- Grandezza dinamica:  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0$

Nel caso in cui  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  la grandezza è adimensionale, ed il suo valore è indipendente dal sistema di unità di misura scelto.

#### 6.1.1.2 Prodotti adimensionali. Omogeneità dimensionale

Quando si vuole descrivere un fenomeno fisico, bisogna in primo luogo stabilire quali grandezze devono essere giudicate significative, e successivamente stabilire tra queste grandezze delle relazioni funzionali. L'analisi dimensionale è una procedura per combinare le variabili di un fenomeno fisico in modo da creare dei prodotti adimensionali; in questo modo si ottengono due grandi vantaggi:

- Si riduce il numero delle variabili in gioco
- Si ottengono equazioni dimensionalmente omogenee

Un'equazione può essere definita dimensionalmente omogenea quando la sua forma non dipende dal sistema di unità di misura adottato (Langhaar 1951). E' sempre conveniente utilizzare relazioni omogenee, in quanto, in caso contrario, si rende necessario inserire dei coefficienti dimensionali il cui valore dipende dalle unità di misura, con difficoltà sia in termini di comprensione del fenomeno, sia di utilizzo pratico delle equazioni. Un insieme di prodotti adimensionali si dice completo quando ogni prodotto dell'insieme è indipendente dagli altri e tutti gli altri possibili prodotti che possono essere formati con le variabili in gioco possono essere espressi come monomi in cui compaiono i prodotti originali dell'insieme.

In sostanza, una volta individuato un insieme completo di prodotti adimensionali, il fenomeno fisico è completamente descritto da relazioni funzionali tra queste variabili fondamentali. Il numero di prodotti adimensionali che può essere formato a partire da un insieme di variabili è espresso dal teorema **PI di Buckingham**, secondo

il quale in un'equazione dimensionalmente omogenea in cui sono presenti  $n$  variabili, il numero di prodotti adimensionali che si possono formare è  $(n-r)$  dove  $r$  è il numero delle dimensioni fondamentali delle variabili. Il parametro  $r$  varia da 0 nel caso in cui sono presenti solo grandezze adimensionali, a 1, 2, o 3, se sono presenti grandezze geometriche, cinematiche, dinamiche.

Da quanto detto, si evince il primo grande vantaggio nell'utilizzo dei prodotti adimensionali; il teorema, infatti, assicura che un'equazione omogenea nella forma:

$$x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (6.2)$$

Può essere trasformata in un'equazione in termini adimensionali del tipo:

$$\Pi_1 = \Psi(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-r}) \quad (6.3)$$

Se le variabili  $x_i$  sono indipendenti, allora anche i prodotti  $\Pi_i$  sono indipendenti, in quanto tutte le variabili originarie compaiono almeno una volta nei prodotti adimensionali. Da quanto detto precedentemente si ricava la procedura per creare un insieme completo di prodotti adimensionali per la descrizione di un fenomeno fisico. Tuttavia, bisogna notare che questa procedura non è univoca, nel senso che, una volta individuate le variabili indipendenti, per determinare gli esponenti ai quali elevare le grandezze nei singoli prodotti si ha a disposizione un numero di equazioni inferiore al numero delle incognite. A chi conduce l'analisi spetta quindi il delicato compito di scegliere, tra gli infiniti prodotti adimensionali a disposizione, quelli di più immediata comprensione e più pratico utilizzo. Le possibilità espresse da questo strumento risulteranno evidenti nel seguito, in quanto l'analisi dimensionale gioca un ruolo importante nella definizione dei criteri di similitudine.

#### 6.1.1.3 Un esempio dell'analisi dimensionale

Uno dei problemi più ricorrente nell'idrodinamica è quello di descrivere un flusso di fluido. Esso può essere descritto dalla velocità ( $V$ ), dalla lunghezza ( $L$ ), dalla forza ( $F$ ), dalla densità ( $\rho$ ), dalla viscosità dinamica ( $\mu$ ) e accelerazione di gravità ( $g$ ).

Considerando un fluido incompressibile e i possibili effetti della tensione superficiale si può costruire una matrice con queste sei variabili e le tre grandezze fondamentali tab.6.1.

**Tabella 6.3.** Matrice delle variabili e delle grandezze fondamentali.

	V	L	F	$\rho$	$\mu$	g
L	1	1	1	-3	-1	1
T	-1	0	-2	0	-1	-2
M	0	0	1	1	1	0

Dalla matrice si può determinare il numero dei prodotti adimensionali, ossia  $6 - 3 = 3$ . La forma di questi 3 prodotti adimensionali sarà data dalla seguente equazione:

$$\Pi = V^{k_1} L^{k_2} F^{k_3} \rho^{k_4} \mu^{k_5} g^{k_6} \quad (6.4)$$

Dove :

- $\Pi$  è la notazione per il prodotto adimensionale
- $k_i$  sono gli esponenti da determinare

Se si sostituisce alle variabili le tre unità fondamentali otterremo:

$$\Pi = [LT^{-1}]^{k_1} [L]^{k_2} [MLT^{-2}]^{k_3} [ML^{-3}]^{k_4} [ML^{-1}T^{-1}]^{k_5} [ML^{-2}]^{k_6} \quad (6.5)$$

Che può essere riscritta come segue:

$$\Pi = [L]^{(k_1+k_2+k_3-3k_4-k_5+k_6)} [T]^{(-k_1-2k_3-k_5-2k_6)} [M]^{(k_3+k_4+k_5)} \quad (6.6)$$

Essendo le tre dimensioni indipendenti produce che gli esponenti a cui sono elevati debbano essere posti pari a zero, ossia:

$$(k_1 + k_2 + k_3 - 3k_4 - k_5 + k_6) = 0$$

$$(-k_1 - 2k_3 - k_5 - 2k_6) = 0$$

$$(k_3 + k_4 + k_5) = 0$$

Dall'analisi di questo sistema di equazioni si capisce come esso sia indeterminato, in quanto si hanno 3 equazioni in 6 incognite, ammettendo infinite soluzioni. Così per questo caso bisogna specificare 3 incognite e ricavare le altre 3.

Come detto precedentemente a chi conduce l'analisi spetta quindi il delicato compito di scegliere, tra gli infiniti prodotti adimensionali a disposizione, quelli di più immediata comprensione e più pratico utilizzo. Per esempio considerando  $k_1=1$ ,  $k_2=1$ ,  $k_3=0$  e risolvendo il sistema di equazione otterremo  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$  e caratterizzando l'equazione (6.4) otterremo il numero di Reynolds:

$$\Pi_1 = V^1 L^1 F^0 \rho^1 \mu^{-1} \quad g^0 = \frac{\rho V L}{\mu} = \text{Re}$$

Un secondo gruppo adimensionale può essere ottenuto considerando  $k_1=1$ ,  $k_2=-1/2$ ,  $k_3=0$  e quindi ottenere così il numero di Froude:

$$\Pi_2 = V^1 L^{-1/2} F^0 \rho^0 \mu^{-1} \quad g^{-1/2} = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \text{Fr}$$

E per finire si può considerare  $k_1=-2$ ,  $k_2=-2$ ,  $k_3=1$  per ottenere il terzo gruppo adimensionale che è meglio conosciuto in letteratura con il nome di Eulero:

$$\Pi_3 = V^{-2} L^{-2} F^1 \rho^{-1} \mu^0 \quad g^0 = \frac{F}{\rho V^2 L^2} = \text{Eu}$$

Questo semplice esempio ha permesso di mettere in evidenza che i numeri di Reynold, Froude ed Eulero, costituiscono un possibile set completo di gruppo adimensionale atti a descrivere un problema generico di flusso di liquido.

### 6.1.2 Il principio di similitudine

#### 6.1.2.1 Definizione di similitudine

In linea teorica un modello fisico dovrebbe essere una perfetta riproduzione del prototipo, e quindi tutti le principali grandezze coinvolte dovrebbero essere in proporzione nel passaggio dall'originale al modello.

La proporzione è espressa dal fattore di scala:

$$N_x = X_p / X_m \quad (6.7)$$

In cui  $X_p$  è il valore di  $X$  nell'originale e  $X_m$  nel modello. A seconda della natura delle grandezze fisiche che vengono riprodotte in modello si definiscono tre diversi tipi di similitudine: geometrica, cinematica, dinamica.

La similitudine geometrica sussiste quando esiste un rapporto costante tra le dimensioni lineari del prototipo e dell'originale. Ciò implica, ad esempio, che venga adottato lo stesso fattore di scala per le dimensioni orizzontali e verticali. I modelli che non soddisfano la similitudine geometrica sono detti distorti.

La similitudine cinematica comporta la similitudine tra il moto delle particelle nell'originale e nel prototipo; il rapporto tra le componenti dei campi di moto in originale e in prototipo deve essere costante, e le traiettorie delle particelle sono in similitudine geometrica.

La similitudine dinamica si ha quando oltre alla similitudine geometrica e cinematica, esiste un rapporto costante tra le forze nell'originale e nel modello. Le condizioni per il rispetto della similitudine dinamica in un fluido sono date dalla seconda legge di Newton:

$$m \frac{dV}{dT} = \sum_n F_n \quad (6.8)$$

L'equazione (1.8) per un fluido può essere scritta come:

$$F_i = F_g + F_\mu + F_\sigma + F_e + F_{pr} \quad (6.9)$$

in cui:

- $F_i$  sono le forze inerziali (massa · accelerazione)
- $F_g$  sono le forze gravitazionali
- $F_\mu$  sono le forze viscosi
- $F_\sigma$  sono le forze di tensione superficiale
- $F_e$  sono le forze elastiche
- $F_{pr}$  sono le forze di pressione

In termini di fattori di scala, la condizione di similitudine meccanica si esprime:

$$N_{Fi} = N_{Fg} = N_{F\mu} = N_{F\sigma} = N_{Fe} = N_{Fp} \quad (6.10)$$

Nella pratica, la condizione (6.10) non è mai verificata nei modelli in scala ridotta. Infatti, dal momento che gli esperimenti sono condotti sotto l'effetto del campo gravitazionale terrestre, che è lo stesso nel prototipo e nel modello, per conseguire la similitudine bisognerebbe poter variare, in funzione del fattore di scala geometrico, la viscosità e la densità del fluido utilizzato in modello, soluzione che appare impraticabile. Ne consegue che nessun modello idraulico soddisfa la similitudine meccanica. Di conseguenza, l'obiettivo principale di chi affronta un problema di modellistica fisica è fare in modo che sia rispettata la similitudine per le forze più importanti, valutando l'effetto del mancato rispetto delle altre condizioni.

#### 6.1.2.2 Similitudine nei modelli idraulici

Anche se la similitudine meccanica non può essere conseguita, esistono in idraulica numerosi criteri per la modellazione, ciascuno dei quali basato su opportune ipotesi semplificative. Il concetto base è che la maggior parte dei problemi può essere schematizzata secondo l'ipotesi che due forze risultano prevalenti rispetto alle

altre; pertanto una volta riconosciute, con l'ausilio di strumenti teorici, le due forze fondamentali, si può realizzare il modello limitando la similitudine a queste sole grandezze. In ogni fenomeno sono sempre presenti le forze inerziali, che vengono bilanciate dalle altre forze di diversa natura; tra queste, quelle che si incontrano nella quasi totalità dei casi riguardanti l'ingegneria costiera possono limitarsi alle forze viscose e a quelle gravitazionali. Le forze in gioco possono essere espresse in termini dimensionali nel modo seguente:

- Forze inerziali = massa · accelerazione =  $(\rho L^3) (V^2 / L)$
- Forze gravitazionali = massa · acceleraz. gravitaz. =  $\rho L^3 g$
- Forze viscose = viscosità · (velocità/distanza) · area =  $\mu(V / L) L^2 = \mu VL$

in cui:

- $\rho$  è la densità del liquido
- $L$  è una lunghezza caratteristica
- $V$  è la velocità
- $g$  è l'accelerazione gravitazionale
- $\mu$  è la viscosità dinamica

A seconda di quali forze risultano prevalenti tra le forze gravitazionali e quelle viscose, si hanno i due fondamentali criteri di similitudine idraulica di Froude e di Reynolds.

#### 6.1.2.3 Similitudine di Froude

Il numero adimensionale che esprime la radice quadrata del rapporto tra le forze inerziali e gravitazionali costituisce un parametro di fondamentale importanza in idraulica, e prende il nome di numero di Froude:



$$Fr = \sqrt{\frac{\rho L^2 V^2}{\rho L^3 g}} = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (6.11)$$

Il criterio di similitudine di Froude consiste nel conservare costante, nel passaggio dall'originale al modello, il numero di Froude, e quindi si presta a descrivere tutti i processi in cui le forze gravitazionali risultano prevalenti. Questo è il caso della maggior parte dei moti a pelo libero, e quindi questo criterio è il più utilizzato nella modellistica costiera.

L'imposizione della condizione:

$$N_{Fr} = \frac{N_V}{\sqrt{N_g N_L}} = \frac{N_L}{N_T \sqrt{N_g N_L}} = 1 \quad (6.12)$$

comporta che, una volta assegnato il fattore di scala  $N_L$ , nella ipotesi in cui si utilizzi acqua nel modello, rimanendo ovviamente costante l'accelerazione di gravità, risultano determinati tutti gli altri fattori di scala. In particolare, per i tempi vale la relazione, facilmente ricavabile dalla (6.12):

$$N_T = \sqrt{N_L} \quad (6.13)$$

#### 6.1.2.4 Similitudine di Reynolds

Il numero di Reynolds è il parametro adimensionale che esprime il rapporto tra le forze inerziali e quelle viscosi:

$$Re = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu V L} = \frac{\rho L V}{\mu} \quad (6.14)$$

La similitudine di Reynolds consiste nel conservare costante questo parametro, e pertanto è efficace nella descrizione di tutti i fenomeni in cui la viscosità gioca un ruolo dominante. Analogamente a quanto visto per la similitudine di Froude, si può far vedere che l'imposizione della condizione:

$$N_{Re} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu} = \frac{N_\rho N_L N_L}{N_\mu N_T} = 1 \quad (6.15)$$

comporta, nell'ipotesi di uso dello stesso liquido e di  $g$  costante:

$$N_T = N_L^2 \quad (6.16)$$

La similitudine di Reynolds è intesa per flussi dove le forze viscosi predominano. Per esempio lo strato limite laminare e le forze agenti sul tubo con numero di Reynolds basso.

Di seguito si riporta tabella 2 che riassume in maniera chiara e sintetica come una volta determinato 3 variabili fondamentali si possano poi ricavare le altre grandezze.

Da come si può vedere per il numero di Froude le variabili fondamentali sono: la lunghezza, la densità e il peso specifico. Mentre per il numero di Reynolds sono: la lunghezza, la densità e la viscosità dinamica.

**Tabella 6.4.** Rapporto di similitudine del numero di Froude e Reynolds.

Characteristic	Dimension	Froude	Reynolds
<b>Geometric</b>			
Length	$[L]$	$N_L$	$N_L$
Area	$[L^2]$	$N_L^2$	$N_L^2$
Volume	$[L^3]$	$N_L^3$	$N_L^3$
<b>Kinematic</b>			
Time	$[T]$	$N_L^{1/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{-1/2}$	$N_L^2 N_\rho N_\mu^{-1}$
Velocity	$[LT^{-1}]$	$N_L^{1/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{1/2}$	$N_L^{-1} N_\rho^{-1} N_\mu$
Acceleration	$[LT^{-2}]$	$N_\gamma N_\rho^{-1}$	$N_L^{-3} N_\rho^{-2} N_\mu^2$
Discharge	$[L^3 T^{-1}]$	$N_L^{5/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{1/2}$	$N_L N_\rho^{-1} N_\mu$
Kinematic Viscosity	$[L^2 T^{-1}]$	$N_L^{3/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{1/2}$	$N_\rho^{-1} N_\mu$
<b>Dynamic</b>			
Mass	$[M]$	$N_L^3 N_\rho$	$N_L^3 N_\rho$
Force	$[MLT^{-2}]$	$N_L^3 N_\gamma$	$N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Mass Density	$[ML^{-3}]$	$N_\rho$	$N_\rho$
Specific Weight	$[ML^{-2}T^{-2}]$	$N_\gamma$	$N_L^{-3} N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Dynamic Viscosity	$[ML^{-1}T^{-1}]$	$N_L^{3/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{1/2}$	$N_\mu$
Surface Tension	$[MT^{-2}]$	$N_L^2 N_\gamma$	$N_L^{-1} N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Volume Elasticity	$[ML^{-1}T^{-2}]$	$N_L N_\gamma$	$N_L^{-2} N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Pressure and Stress	$[ML^{-1}T^{-2}]$	$N_L N_\gamma$	$N_L^{-2} N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Momentum, Impulse	$[MLT^{-1}]$	$N_L^{7/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{1/2}$	$N_L^2 N_\mu$
Energy, Work	$[ML^2T^{-2}]$	$N_L^4 N_\gamma$	$N_L N_\rho^{-1} N_\mu^2$
Power	$[ML^2T^{-3}]$	$N_L^{7/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{3/2}$	$N_L^{-1} N_\rho^{-2} N_\mu^3$

### 6.1.2.5 Similitudine di Weber

Il numero di Weber è il parametro adimensionale che esprime il rapporto tra le forze inerziali e quelle della tensione superficiale:

$$We = \frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma} \quad (6.17)$$

La similitudine di Weber consiste nel conservare costante questo parametro, e pertanto è efficace nella descrizione di tutti i fenomeni in cui la tensione superficiale gioca un ruolo dominante. Analogamente a quanto visto per le altre similitudini, si può far vedere che l'imposizione della condizione da:

$$N_{We} = \frac{N_\rho N_L N_V^2}{N_\sigma} = 1 \quad (6.18)$$

La tensione superficiale può diventare importante se c'è un'interfaccia tra due fluidi e la forza dovuta alla tensione superficiale agente su di una particella del fluido è significativa in rapporto alla forza di inerzia applicata alla stessa particella. Un esempio può essere un flusso di fluido a film sottile e le bollicine d'aria che entrano nella colonna d'acqua.

### 6.1.2.6 Similitudine di Cauchy

Il numero di Cauchy è il parametro adimensionale che esprime il rapporto tra le forze inerziali e quelle elastiche:

$$Ca = \frac{\rho L^2 V^2}{E L^2} = \frac{\rho V^2}{E} \quad (6.19)$$

Questo numero è importante negli studi dove le forze di inerzie sono grandi abbastanza da cambiare la compressibilità del fluido (alcune volte la similitudine di Cauchy è definito come la radice quadrata della forma data dalla 6.17).

Esso è connesso al numero di Mach ( $V/c$ ) perché la velocità del suono in un fluido è data da  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ . Questo da:

$$Ma^2 = \frac{\rho V^2}{E} = Ca \quad (6.20)$$

Il numero di Mach è usato negli studi di flussi aventi alta velocità.

La similitudine di Cauchy consiste nel conservare costante questo parametro, e pertanto è efficace nella descrizione di tutti i fenomeni in cui la forza elastica gioca un ruolo dominante. Analogamente a quanto visto per le altre similitudini, si può far vedere che l'imposizione della condizione da:

$$N_{Ca} = \frac{N_{\rho} N_V^2}{N_E} = 1 \quad (6.21)$$

La similitudine di Cauchy è importante nella progettazione di modelli strutturali dove le forze elastiche sono importanti. Per esempio si può applicare il criterio di Cauchy quando scalando le proprietà elastiche delle fune di ormeggio per corpi galleggianti soggetti a carichi idrodinamici in uno modello di onde.

#### 6.1.2.7 Similitudine di Eulero

Il numero di Eulero è il parametro adimensionale che esprime il rapporto tra le forze di pressione e quelle inerziali :

$$Eu = \frac{pL^2}{\rho L^2 V^2} = \frac{p}{\rho V^2} \quad (6.22)$$

La similitudine di Eulero consiste nel conservare costante questo parametro, e pertanto è efficace nella descrizione di tutti i fenomeni in cui la forza di pressione gioca un ruolo dominante. Analogamente a quanto visto per le altre similitudini, si può far vedere che l'imposizione della condizione da:

$$N_{Eu} = \frac{N_p}{N_{\rho} N_V^2} = 1 \quad (6.23)$$

### 6.1.2.8 Similitudine di Strouhal

Le forze di inerzia nei flussi di fluidi possono essere causati da due tipi di accelerazioni. Le accelerazioni convettive sono accelerazioni causate dalla differente velocità a differenti posizioni nel campo del fluido, e esse sono rappresentate matematicamente da termini come  $u(\partial u/\partial x)$  o  $v(\partial v/\partial y)$ . Le accelerazioni temporali (o locali) sono cambiamenti della velocità di un punto nel fluido che si verifica nel tempo. Essi rappresentano l'instabilità del flusso e possono essere espressi matematicamente da termini come  $\partial u/\partial t$  o  $\partial v/\partial t$ . In termini delle loro dimensioni le forze di inerzie dovute a queste accelerazioni possono essere espresse come:

- Forza di inerzia temporale =  $(\rho L^3)(V/t)$

- Forza di inerzia convettiva =  $(\rho L^3)(V^2/t)$

Il numero di Strouhal è il parametro adimensionale che esprime il rapporto tra la forza di inerzia temporale e convettiva:

$$St = \frac{(\rho L^3)(V/t)}{(\rho L^3)(V^2/t)} = \frac{L}{Vt} \quad (6.24)$$

Questo parametro adimensionale è probabilmente importante in flussi oscillanti aritmici dove il periodo delle oscillazione è dato dalla variabile  $t$ . La similitudine di Strouhal consiste nel conservare costante questo parametro, e pertanto è efficace nella descrizione di tutti i fenomeni in cui la forza di temporale e quella convettiva giocano un ruolo dominante. Analogamente a quanto visto per le altre similitudini, si può far vedere che l'imposizione della condizione da:

$$N_{St} = \frac{N_L}{N_v N_t} = 1 \quad (6.25)$$

### 6.1.2.9 Effetti scala

Gli effetti-scala nei modelli basati sulla similitudine di Froude nascono dall'assunto che la gravità è la forza predominante, e che si possono ritenere

secondarie le altre forze. Questa condizione può essere verificata in natura, ma poiché le forze viscosi, elastiche, la tensione superficiale etc. non sono scalate correttamente, queste possono diventare importanti nel modello a scala ridotta.

Varie soluzioni teoriche sui rapporti di scala sono state proposte per eliminare questi effetti (Costa 1990), ma la loro pratica applicazione risulta eccessivamente onerosa. Pertanto, l'interesse della ricerca è stato finora volto alla quantificazione esatta degli effetti scala che intervengono nei vari fenomeni studiati. Una volta individuato e quantificato l'errore, attraverso metodi empirici o teorici è possibile correggerlo e fornire un risultato aderente alla realtà.

#### 6.1.2.10 Effetti laboratorio

Uno dei principali effetti laboratorio è provocato dalle dimensioni finite dell'installazione, che è necessariamente delimitata da pareti impermeabili, sulle quali si possono verificare fenomeni indesiderati di riflessione. Altri effetti laboratorio sono legati alla difficoltà di riprodurre tutte le forze presenti in natura, ricorrendo ad una loro schematizzazione. Queste incertezze sono analoghe a quelle che si presentano nella modellistica matematica quando si deve ridurre un fenomeno all'interazione di forze da rappresentare mediante equazioni schematiche.

### Bibliografia

Yalin, M.S. 1971. *Theory of Hydraulic Models*, MacMilla Press, London, England.

Langhaar, H.L. 1951. *Dimensional Analysis and Theory of Models*, John Wiley & Sons, New York.

Steven A. Hughes 1993. *Physical models and laboratory techniques in coastal engineering*, Advanced series on ocean engineering.

P. De Bonis, G. Fattoruso, F. Onori, A. Pagano, F. Pasanisi, A. Peloso, P. Regina, C. Tebano & F. Zarlenga 2001. *Modellazione fisico-matematica, analisi del territorio, il supporto G.I.S. e la strumentazione in uso*, (ENEA; CAT) febbraio 2001.

## 6.2 Spettri di risposta elastici della normativa italiana

Lo spettro elastico relativo ad un accelerogramma storico si presenta come un grafico fortemente accidentato, poiché la risposta di oscillatori semplici aventi periodi abbastanza prossimi può essere notevolmente diversa. Nella pratica professionale, lo spettro relativo ad un singolo sisma interessa poco, perché può servire solo per giudicare a posteriori il comportamento di un sistema soggetto a quel terremoto. Ai fini progettuali occorrerebbe prevedere gli spettri relativi ai sismi che potranno cimentare, in futuro, la struttura. Ciò viene fatto analizzando statisticamente per ciascun sito le registrazioni storiche e facendo un involuppo dei loro spettri. Il risultato è uno spettro convenzionale, di forma regolare. Si è notato che, in generale, è possibile individuare quattro intervalli di periodi. Nel primo, da 0 a  $T_B$ , l'accelerazione massima cresce col periodo (anche se sarebbe più corretto dire che nella sua parte iniziale, da 0 a  $T_A$ , essa è costante ed uguale a PGA). Nel secondo, da  $T_B$  a  $T_C$ , l'accelerazione massima può ritenersi mediamente costante. Nel terzo, da  $T_C$  a  $T_D$ , è la velocità massima a rimanere costante, mentre l'accelerazione varia in maniera inversamente proporzionale al periodo. Nel quarto infine, per  $T$  maggiore di  $T_D$ , lo spostamento massimo rimane costante e la pseudo-accelerazione varia in maniera inversamente proporzionale al quadrato del periodo, conformemente all'equazione (6.26). Conformemente a queste indicazioni, la normativa italiana riporta le seguenti espressioni analitiche per lo spettro di risposta elastico  $S_e(T)$ .

$$\begin{aligned}
 &\text{per } 0 \leq T < T_B & S_e(T) &= a_g S \left( 1 + \frac{T}{T_B} (2.5 \eta - 1) \right) \\
 &\text{per } T_B \leq T < T_C & S_e(T) &= a_g S 2.5 \eta \\
 &\text{per } T_C \leq T < T_D & S_e(T) &= a_g S 2.5 \eta \left( \frac{T_C}{T} \right) \\
 &\text{per } T_D \leq T & S_e(T) &= a_g S 2.5 \eta \left( \frac{T_C T_D}{T^2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

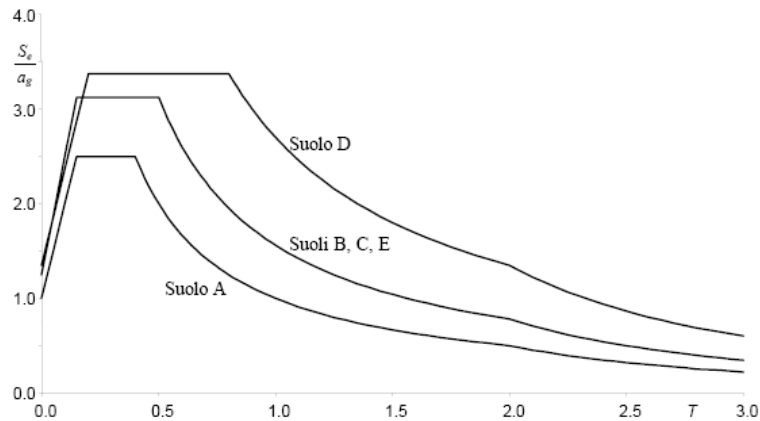
È importante osservare che la normativa riconosce grande importanza alla capacità degli strati superficiali di terreno di influenzare il moto sismico trasmesso

dallo strato roccioso di base (bed rock). Essa fornisce quindi cinque distinti spettri di risposta (Fig. 6.1), indicati con le lettere da A ad E, ciascuno tipico di un determinato profilo stratigrafico del terreno. Essi si differenziano per i valori di  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ , nonché per il coefficiente  $S$  che incide sull'amplificazione del moto (Tab. 6.3). Il parametro meccanico che principalmente diversifica le diverse tipologie di suolo è la velocità media di propagazione delle onde sismiche di taglio in un tratto di 30 m di profondità al di sotto del piano di posa delle fondazioni,  $V_{s30}$ , valore legato alla compattezza del suolo. I suoli migliori (categoria di suolo A) sono quelli omogenei e molto rigidi, caratterizzati da valori di  $V_{s30}$  superiori a 800 m/s. La risposta sismica è peggiore nel caso di suoli costituiti da sabbie o ghiaie molto addensate o argille molto consistenti (categoria di suolo B, con  $V_{s30}$  compresa tra 360 m/s e 800 m/s), terreni di media consistenza (categoria di suolo C, con  $V_{s30}$  compresa tra 180 m/s e 360 m/s) o terreni costituiti da strati superficiali alluvionali di spessore compreso tra 5 e 20 m, giacenti su un substrato più rigido (categoria di suolo E); la diversificazione tra questi tre suoli è però solo teorica, perché la norma impone per essi un unico spettro. Accelerazioni spettrali ancora maggiori, specie nel campo degli alti periodi, sono previste per terreni sabbiosi poco addensati o coesivi di bassa consistenza (categoria di suolo D, con  $V_{s30}$  minore di 180 m/s). In alternativa all'uso della velocità media di propagazione, entro 30 m di profondità, delle onde di taglio, la normativa consente di operare il riconoscimento della classe anche in funzione della resistenza penetrometrica NSPT ovvero della coesione non drenata  $c_u$ , che sono parametri meccanici sicuramente più familiari alla gran parte degli operatori tecnici.

**Tabella 6.5.** Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico.

Categoria suolo	$T_B$	$T_C$	$T_D$	$S$
A	0.15 s	0.40 s	2.0 s	1.00
B, C, E	0.15 s	0.50 s	2.0 s	1.25
D	0.20 s	0.80 s	2.0 s	1.35





**Figura 6.1** Spettri di risposta elastici normalizzati, indicati dalla normativa italiana (per  $\xi = 5\%$ ).

La normativa impone inoltre di prestare particolare attenzione ad altri tipi di suolo, come terreni che includono uno strato spesso almeno 10 m di argille di bassa consistenza ed elevato contenuto di acqua (categoria di suolo S1) e terreni soggetti a liquefazione (categoria di suolo S2). In questi casi lo spettro di risposta dovrà essere definito sulla base di studi specifici. Occorre poi notare che lo spettro fornito dalla normativa esprime sostanzialmente una forma (spettro normalizzato) e va scalato per tener conto dell'accelerazione di picco al bed rock. Il territorio italiano è quindi suddiviso, in base alla massima intensità sismica prevista, in quattro zone, a ciascuna delle quali compete il valore di  $a_g$  indicato in tab. 6.4. Infine, la dipendenza delle ordinate spettrali dal valore dello smorzamento  $\xi$  (espresso in punti percentuali) è indicata mediante il parametro  $\eta$ .

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \geq 0.55 \quad (6.27)$$

**Tabella 6.6.** Accelerazione di picco del terreno, per le diverse zone previste dalla normativa italiana

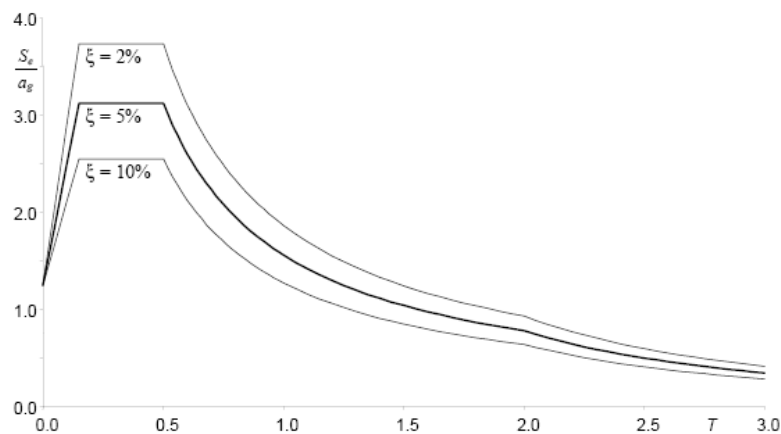
zona	$a_g$
1	0.35 g
2	0.25 g
3	0.15 g
4	0.05 g

La variazione dello spettro in funzione dello smorzamento è mostrata in fig. 6.2. Dai valori della pseudo-accelerazione si possono ottenere quelli dello spostamento

massimo, e quindi lo spettro elastico in termini di spostamenti  $S_{De}$ , mediante la relazione inversa della (6.14).

$$S_{De} = \frac{1}{\omega^2} S_e = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 S_e \quad (6.28)$$

La conoscenza degli spostamenti massimi è utile in particolare per valutarne la compatibilità con la funzionalità dell'edificio, soprattutto per individuare se la loro entità è tale da recare danni alle murature leggere di tamponamento.



**Figura 6.2.** Spettri di risposta elastici normalizzati, al variare dello smorzamento (per suoli B, C, E).

### 6.3 Scelta dell'accelerogramma

L'OPCM 3431-2005 (*Ordinanza della Presidenza del Consiglio dei Ministri*) affronta la questione dell'input sismico, descrivendo la possibilità di poter rappresentare l'azione sismica mediante i seguenti accelerogrammi:

- Artificiali: sono derivanti da eventi realmente accaduti modificati nel dominio delle frequenze in modo da avere uno spettro di risposta praticamente coincidente, entro una certa tolleranza, con uno spettro definito "target".

- Simulati: vengono generati, attraverso modellazione, con metodi sia deterministici che stocastici, dei meccanismi di enucleazione e/o propagazione degli eventi sismici.
- Naturali: sembrano essere la più diretta rappresentazione del moto al suolo in quanto riportano in se caratteristiche quali: ampiezza, contenuto di energia e di frequenza, durata e fasi di eventi reali.

La norma impone, qualunque sia la combinazione di accelerogrammi utilizzata, uno spettro di risposta medio coerente con quello elastico definito dal codice.

Per la simulazione di un terremoto in laboratorio utilizzeremo accelerogrammi simulati determinati con le caratteristiche ambientali di Priolo Gargallo (CT) e che sono le seguenti:

- Il sito è classificato essere in zona sismica di tipo 2 secondo l'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri del 20.03.2003, "Primi elementi in materia di criteri generali per la CLASSIFICAZIONE SISMICA del territorio nazionale e di normative tecniche per le COSTRUZIONI IN ZONA SISMICA (Ordinanza n. 3274)".

- Tipologia di terreno : D (Terreno di media consistenza)

Con i dati ricavati dalla normativa di riferimento si è deciso di utilizzare il programma SIMQKE per la generazione di un accelerogramma simulato come si può vedere dalla fig. 6.3 spettro compatibile fig. 6.4.

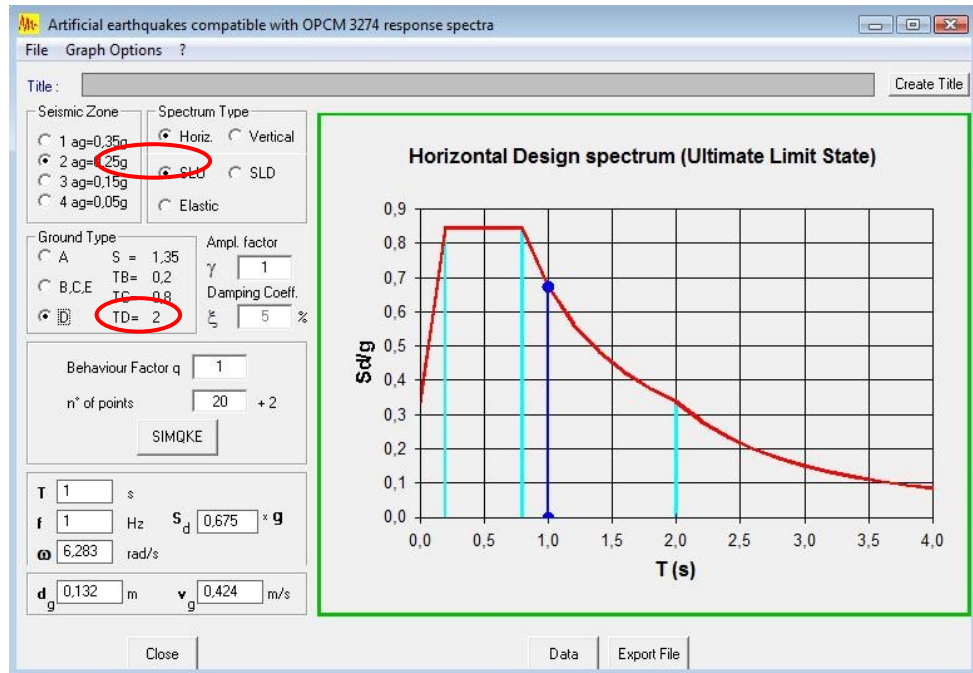


Figura 6.3. Accelerogramma artificiale SIMQKE.

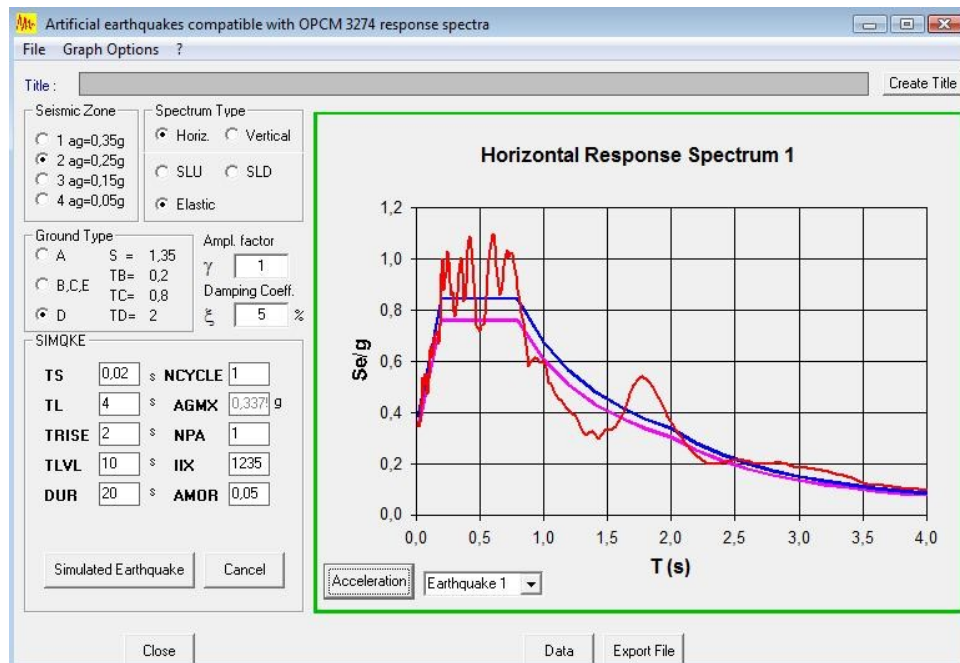
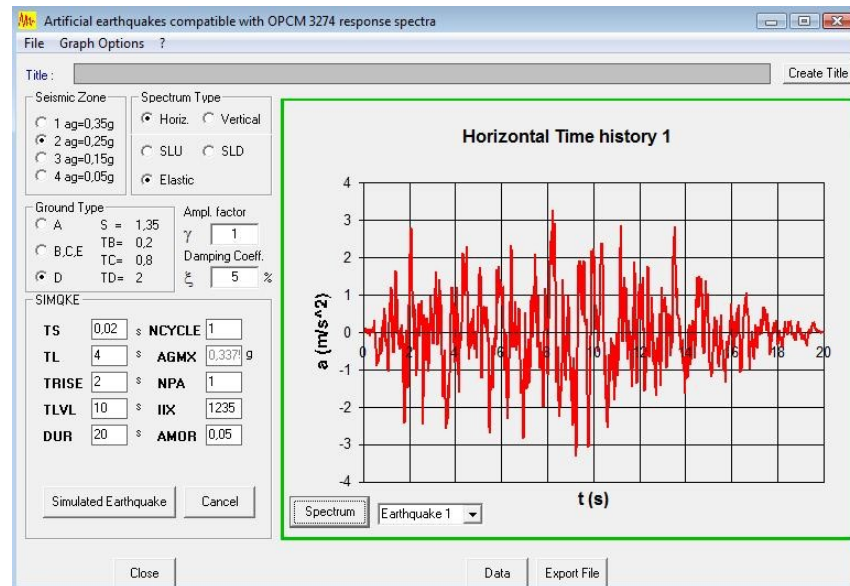


Figura 6.4. Accelerogramma spettro compatibile.

Inoltre il programma permette oltre alla visualizzazione del diagramma dell'accelerazione in funzione del tempo, come mostrato in Fig. 6.5, anche di poter esportare un file in cui si ha una tabella dove la prima colonna rappresenta il tempo

con un passo costante pari ad un centesimo di secondo, mentre la seconda colonna rappresenta l'accelerazione corrispondente ad ogni istante di tempo.



**Figura 6.5.** Diagramma dell'accelerazione in funzione del tempo.

## Bibliografia

A. Miliozzi, G.M. Giannuzzi, L. Sipione 2008. INQUADRAMENTO PROGETTUALE. Documento ELIOSLAB/4/3/01 del 28/04/2008.

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Primi elementi in materia di criteri generali per la CLASSIFICAZIONE SISMICA del territorio nazionale e di normative tecniche per le COSTRUZIONI IN ZONA SISMICA (Ordinanza n. 3274).

A.K. Chopra, Dynamics of structures, Prentice Hall International, 1995.

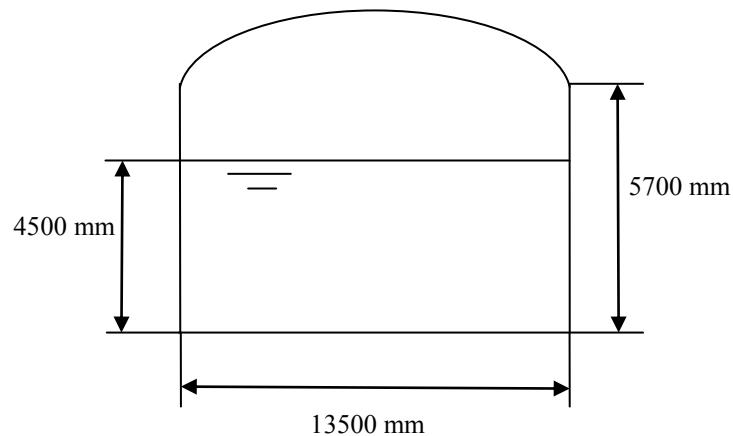
R.W. Clough, J. Penzien, Dynamics of structures, McGraw-Hill, 1993.

## 6.4 Modello in scala

### 6.4.1 Scelta del caso di studio

L'obiettivo è quello di mettere su un apparato sperimentale che possa simulare un terremoto in laboratorio, per l'analisi del fenomeno dello sloshing in un serbatoio.

Per traguardare tale obiettivo si è optato per semplicità ad una forma cilindrica del serbatoio. Inoltre per avere una rispondenza con la realtà si è preso come riferimento il serbatoio di accumulo in costruzione a Priolo Gargallo (CT) del progetto Archimede, le cui caratteristiche geometriche sono riportate in fig. 6.6.



**Figura 6.6** Serbatoio cilindrico di Priolo Gargallo (CT)

Il liquido che è accumulato è una miscela di sali fusi. Il sale nitrato è una miscela di:

- 60 % in peso di nitrato di sodio ( $\text{NaNO}_3$ )
- 40 % in peso di nitrato di potassio ( $\text{KNO}_3$ ).

Tale miscela è stabile in aria ed ha una bassa pressione di vapore. Le caratteristiche fisiche sono riportate qui di seguito sia in forma di equazione che di diagramma nell'intervallo di temperatura tra 300 e 600 °C (Giannuzzi, Miliozzi 2001):

Densità in funzione della temperatura:

$$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)} = 2090 - 0.636 * T(^{\circ}\text{C}) \quad (6.29)$$

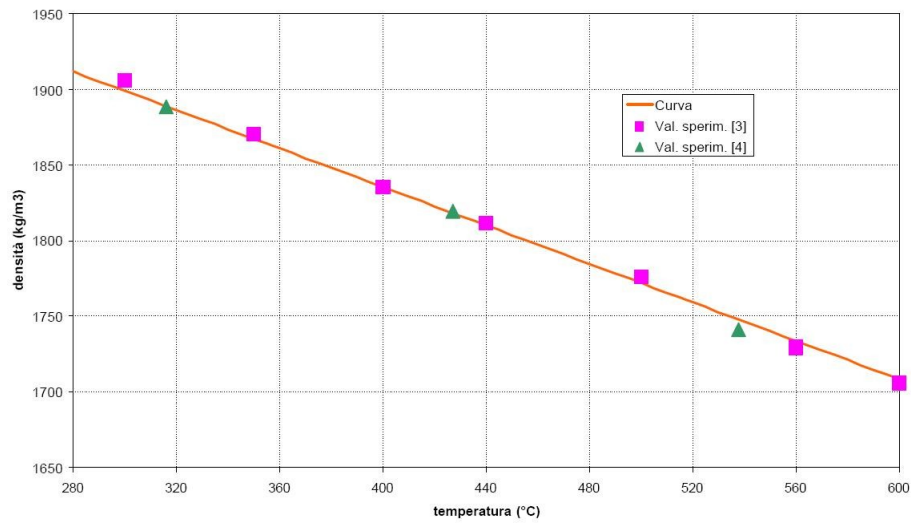


Figura 6.7 Densità.

Calore specifico in funzione della temperatura:

$$C_p \text{ (J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C)} = 1443 + 0.172 * T(^{\circ}\text{C}) \quad (6.30)$$

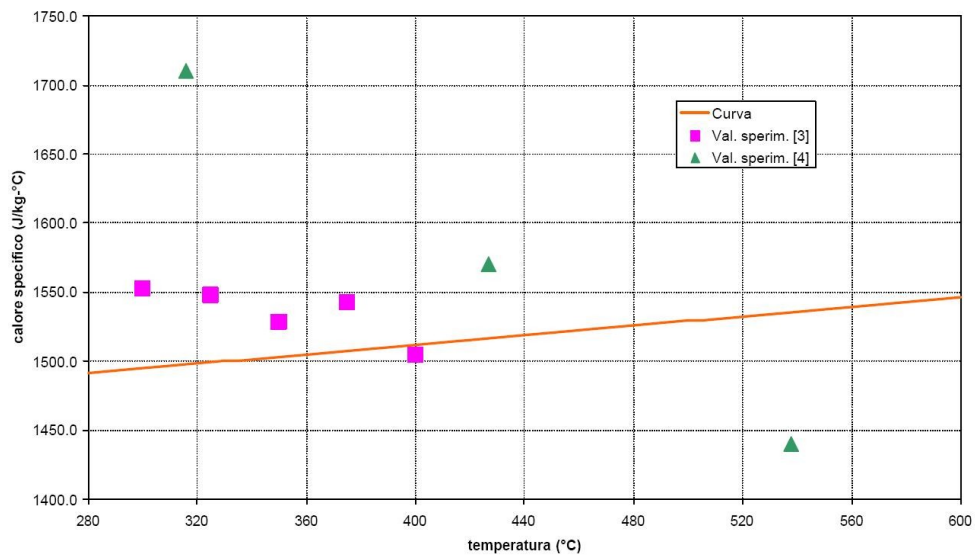
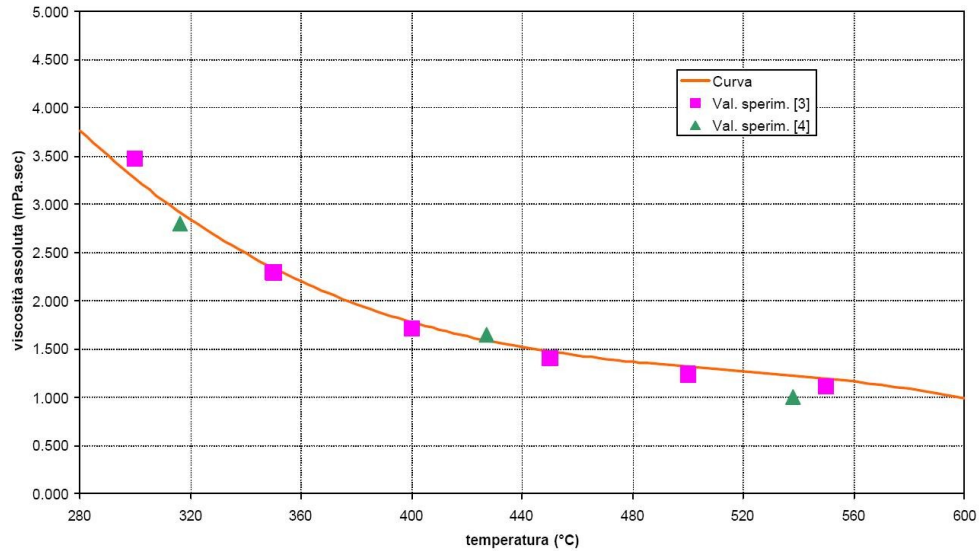


Figura 6.8 Calore specifico.

Viscosità assoluta in funzione della temperatura:

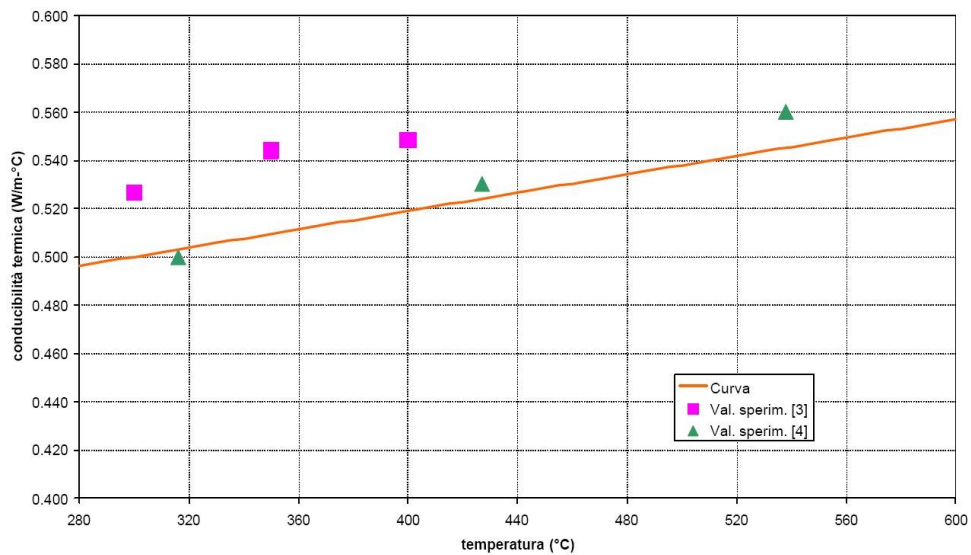
$$\eta \text{ (mPa}\cdot\text{s)} = 22.714 - 0.120 * T(^{\circ}\text{C}) + 2.281 * 10^{-4} * (T(^{\circ}\text{C}))^2 - 1.474 * 10^{-7} * (T(^{\circ}\text{C}))^3 \quad (6.31)$$



**Figura 6.9** Viscosità assoluta.

Conducibilità termica in funzione della temperatura:

$$k \text{ (W/m} \cdot ^{\circ}\text{C)} = 0.443 + 1.9 * 10^{-4} * T(^{\circ}\text{C}) \quad (6.32)$$



**Figura 6.9** Conducibilità termica.



### 6.4.2 Il modello

Operata la scelta nel paragrafo precedente di prendere come modello il serbatoio di accumulo di Priolo Gargallo (CT) ci si pone ora il problema del criterio di similitudine d'adottare per scalare il modello. Quello di Froude, rappresenta la scelta più ovvia. Esso consiste nel conservare costante, nel passaggio dall'originale al modello, proprio il numero di Froude (vd. § 6.1.2.3), e quindi ben si presta a descrivere tutti quei processi in cui le forze gravitazionali risultano essere prevalenti. Come è nel nostro caso il moto di un liquido a pelo libero.

Le prove saranno svolte in un laboratorio del centro ricerche Enea di Portici (NA).

Per la scelta del fattore di scala, oltre a tener presente della limitazione imposta da un laboratorio, si è inteso scegliere anche un fattore di scala geometrico quanto più prossimo a 0.05, valore scelto nel lavoro di De Canio, Ranieri et al. 2001, che è stato preso come riferimento per la realizzazione dell'esperimento stesso.

Quindi scegliendo un diametro del serbatoio pari a 500 mm, e che come si vede dalla eq. (6.33) restituisce un fattore di scala pari a 0.037, si è creduto di ottenere un buon compromesso tra le restrizioni imposte di un laboratorio e le condizioni poste dal lavoro di De Canio, Ranieri et al., 2001.

$$N_L = \frac{L_m}{L_o} = \frac{500}{13500} = 0.037 \quad (6.33)$$

Con il pedice 'm' si è inteso indicare il modello scalato e con 'o' il modello originale.

Nel su citato lavoro non è stata scalata la densità, nel nostro caso invece sostituiremo i sali fusi presenti nel serbatoio di Priolo Gargallo (CT) con l'acqua.

Dalla eq. 3.1 per una temperatura di 550 °C e considereremo una densità dei sali pari a 1740 [kg/m<sup>3</sup>], ovviamente quella dell'acqua sarà di 1000 [kg/m<sup>3</sup>] otterremo un fattore di scala pari a:

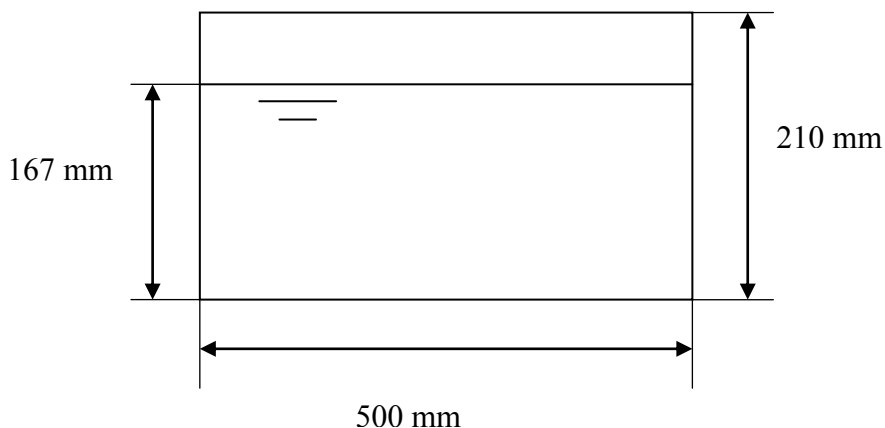
$$N_\rho = \frac{\rho_m}{\rho_o} = \frac{1000}{1740} = 0.575 \quad (6.34)$$

Per quanto riguarda invece il peso specifico andrebbe fatta una stima della variazione dell'accelerazione gravitazionale registrata a Priolo Gargallo (CT) e

quella registrata a Portci (NA). Data la natura dell'esperimento, la variazione infinitesima della accelerazione di gravità è sicuramente trascurabile, e che quindi tale rapporto può essere considerato pari a  $N_\rho$ .

$$N_\gamma = \frac{\gamma_m}{\gamma_o} = \frac{\rho_m * g}{\rho_o * g} = 0.575 \quad (6.35)$$

Nella figura 6.10 si possono vedere le caratteristiche geometriche che deve avere il serbatoio “modello” scalato, a meno dello spessore della lamiera del mantello, adoperando come fattore di scala  $N_L$  ricavato dalla eq. (6.35). Secondo quanto mostrato nella tabella 6.2 (§ 6.1.2.4) definiti i tre fattori di scala primari, ossia  $N_L$ ,  $N_\rho$  e  $N_\gamma$ , tutte le grandezze fisiche possono essere espressi in funzione di questi tre fattori di scala. Nella tabella 6.5 , quindi, si è riportato un quadro riassuntivo delle variabili ricavate secondo quanto mostrato nella tabella 6.2 (§ 6.1.2.4) in essa si è considerato invariante, per quanto detto prima, il fattore di scala  $N_\gamma$  scalando quindi solo la lunghezza e la densità. Nella tabella 6.6 invece si riporta il caso in cui a si è scalata solo la lunghezza e non la densità e il peso specifico. La tabella 6.6 è stata costruita nell'eventualità che si possa utilizzare un fluido avente la stessa densità dei Sali, ma che si trovi ad una temperatura ambiente. Il punto interrogativo nelle due tabelle sta ad indicare che dato il valore del *modello scalato* si ricaverà il valore del *modello originale* moltiplicandolo per il fattore di scala corrispondente.



**Figura 7.10** Modello serbatoio scalato.

**Tabella 6.7** Fattori di scala avendo scalato lunghezza, la densità e specifico.

	Formula	Fattore di scala	Originale	Modello
Lunghezza [mm]	$N_L = \frac{L_m}{L_o}$	0.037	Diam: 13500 Altezza: 5700 Livello max:4500	Diam: 500 Altezza: 210 Livello max:167
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	$N_\rho = \frac{\rho_m}{\rho_o}$	0.575	1740	1000
Peso specifico	$N_\gamma = \frac{\gamma_m}{\gamma_o}$	0.575	-	-
Accel. [m/s <sup>2</sup> ]	$N_\gamma N_\rho^{-1}$	1	3.5	3.5
Tempo [s]	$N_L^{1/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{-1/2}$	0.192	60	11.52
Frequenza [Hz]	1/T	5.21	?	?
Forza [N]	$N_L^3 N_\gamma$	$2.913 \cdot 10^{-5}$	?	?
Press. e tens.[Pa]	$N_L N_\gamma$	$2.13 \cdot 10^{-2}$	?	?
Momento [Nm]	$N_L^{7/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{1/2}$	$5.602 \cdot 10^{-6}$	?	?
Energia, Lavoro [J]	$N_L^4 N_\gamma$	$1.078 \cdot 10^{-6}$	?	?
Potenza [w]	$N_L^{7/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{3/2}$	$9.743 \cdot 10^{-5}$	?	?

**Tabella 6.8** Fattori di scala avendo scalato solo la lunghezza.

	Formula	Fattore di scala	Originale	Modello
Lunghezza [mm]	$N_L = \frac{L_m}{L_o}$	0.037	Diametro: 13500 Altezza: 5700 Livello max:4500	Diametro: 500 Altezza: 210 Livello max:167
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	$N_\rho = \frac{\rho_m}{\rho_o}$	1	1740	1740
Peso specifico	$N_\gamma = \frac{\gamma_m}{\gamma_o}$	1	-	-
Accel. [m/s <sup>2</sup> ]	$N_\gamma N_\rho^{-1}$	1	3.5	3.5
Tempo [s]	$N_L^{1/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{-1/2}$	0.192	60	11.52
Frequenza [Hz]	1/T	5.2	?	?
Forza [N]	$N_L^3 N_\gamma$	5.065 10 <sup>-5</sup>	?	?
Press.e tens. [Pa]	$N_L N_\gamma$	0.037	?	?
Momento [Nm]	$N_L^{7/2} N_\rho^{1/2} N_\gamma^{1/2}$	9.743 10 <sup>-6</sup>	?	?
Energia, Lavoro [J]	$N_L^4 N_\gamma$	1.874 10 <sup>-6</sup>	?	?
Potenza [w]	$N_L^{7/2} N_\rho^{-1/2} N_\gamma^{3/2}$	9.743 10 <sup>-6</sup>	?	?

### Bibliografia:

A. Miliozzi, G.M. Giannuzzi, P. Tarquini, A. 2001. La Barbera, *FLUIDO TERMOVETTORE : DATI DI BASE DELLA MISCELA DI NITRATI DI SODIO E POTASSIO*, ENEA, Doc. ENEA/SOL/RD/2001/07.

A. Miliozzi, G.M. Giannuzzi, L. Sipione 2008. INQUADRAMENTO PROGETTUALE. Documento ELIOSLAB/4/3/01 del 28/04/2008.

G. De Canio, N. Ranieri ed E. Renzi 2001. Sperimentazione su tavola vibrante di un modello di serbatoio cilindrico per liquidi. 10° Congresso Nazionale “L’ingegneria Sismica in Italia”. Potenza-Matera 3-13 settembre.

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

## 6.5 Sistema di movimentazione

### 6.5.1 Introduzione

In questo paragrafo si presenta un'indagine di mercato per l'eventuale acquisto di un sistema di movimentazione. Tale indagine ha prodotto un nulla di fatto e per un problema logistico e per un costo eccessivo. E proprio a causa di quest'esito negativo si decise di provare a progettare uno. Le tavole vibranti a 6 gradi di libertà, grandi o piccole che siano, rappresentano una chimera e per il costo e per la messa in opera. Un sistema, per un piccolo laboratorio senza che necessiti di un sistema idraulico ad hoc per la sua attuazione, può essere uno shaker come mostrato in fig. 6.11, esso va bene da un punto di vista logistico, di messa in opera quindi, ma risulta avere un costo eccessivo, fuori budget.



**Figura 7.11** Shaker

L'obiettivo della sperimentazione è quello di raccogliere informazione sul comportamento strutturale di un serbatoio sottoposto ad un movimento quanto più possibile rispondente ad un evento sismico. Valutare le forze che si scaricheranno su di un serbatoio parzialmente riempito, come ad esempio: il momento ribaltante. Valutare le deformazioni del mantello all'attacco con il fondo del serbatoio. E non ultimo il sollevamento del pelo libero, ossia il fenomeno dello sloshing. Un altro obiettivo, al contempo, è quello di acquisire un "know how" sull'acquisizione dei dati e sul sistema di movimentazione in modo da poter essere messe a disposizione

per future prove di altro genere, come ad esempio la simulazione dell'ondeggiamento dei serbatoi delle metaniere in mare, dei serbatoi trasportati su gomma, dei serbatoi di un aereo ecc... ecc...

Preso atto, quindi, che comprare un sistema di movimentazione ha un costo fuori budget si è optato per la realizzazione di un sistema di movimentazione ad hoc per le nostre esigenze e che sono: il luogo dove alloggiarlo, ossia in un laboratorio, e soprattutto quelle di un budget ridotto.

Quindi il costo e la fattibilità in un laboratorio del centro di ricerca, ci hanno spinti ad analizzare un sistema a guida lineare azionato da motore brushless. La differenza da un punto di vista tecnico tra questo sistema pensato e quello realizzato in laboratorio presso il D.I.M.E. è che il sistema biella manovella fornisce una legge di movimento sinusoidale regolabile (meccanicamente) in frequenza ed ampiezza, mentre il sistema con i motori brushless, essendo programmabili, può fornire una legge di movimento un po' più rispondente alle caratteristiche di un terremoto ed è facilmente modificabile.

Si è deciso per tanto di procedere con un sistema azionato con i motori brushless.

### 6.5.2 Primo dimensionamento del motore brushless

E' stata condotta prima un'analisi di fattibilità, ossia se con un motore si può brushless si possa azionare il sistema di movimentazione a guida lineare. Essa è stata eseguita attraverso un dimensionamento di massima della potenza necessaria a spostare le masse in gioco, senza tener conto delle inerzie. Applicando, quindi, semplicemente la seguente equazione:

$$P = \frac{L}{s} = \frac{F \cdot S}{s} = \frac{m \cdot a \cdot S}{s} \quad (6.36)$$

Dove:

- $m$  rappresenta la massa
- $a$  rappresenta l'accelerazione
- $S$  rappresenta lo spostamento
- $s$  rappresenta il tempo

Inoltre l'analisi preliminare si è resa necessaria per verificare pure se fosse possibile utilizzare gli accelerogrammi artificiali generati con SIMQKE in cui la variazione dell'accelerazione è espressa in funzione della variazione del centesimo di secondo. Considerando quindi il modello in scala costruito nel capitolo precedente si riportano nella seguente tabella i valori riepilogativi:

**Tabella 6.9** Caratteristiche del serbatoio scalato.

	[m]	[m <sup>2</sup> ]	[m <sup>3</sup> ]
Diametro	0.5	-	-
Altezza massima	0.21	-	-
Altezza pelo libero	0.167	-	-
Superficie di base	-	0.785	-
Superficie laterale	-	0.6594	-
Volume liquido	-	-	0.131
Volume massimo	-	-	0.165

Inoltre in via cautelativa si considera un serbatoio pari ad una capacità di 250 l al cospetto dei circa 126 l derivanti dall'applicazione del modello in scala costruito.

Considerando quindi l'accelerogramma, ricavato nel secondo capitolo, con il programma SEISMOSEGNAL si sono ricavati i grafici della velocità e dello spostamento in funzione del tempo come riportati nell'appendice 1.

Ora considerando: una massa di 250 kg, un'accelerazione massima di  $2.5 \div 3$  [m/s<sup>2</sup>], uno spostamento dell'ordine di 0.01 [m] ed un intervallo di tempo di 0.01 [s], applicando la (6.36) si ricava la potenza necessaria per la movimentazione, ma che risulta essere tecnologicamente impossibile da realizzare. Il che significa che non ci sono motori brushless che hanno le caratteristiche ricercate.

Allora sempre con l'ausilio del programma SEISMOSEGNAL si è filtrato il segnale, cambiando il passo dell'asse delle ascisse, che rappresenta il tempo, da 0.01 a 0.1. I grafici che si sono ricavati sono riportati nell'appendice 2.

A questo punto si è ricavata la tabella dei valori dell'accelerazione, della velocità e dello spostamento in funzione del decimo di secondo (vd. appendice 3). E si è visto che la potenza richiesta questa volta è tecnologicamente compatibile e che quindi si può procedere con un dimensionamento più accurato considerando le inerzie in gioco e della massa da movimentare e dell'attuatore. Come si può vedere dall'appendice 3 abbiamo considerato la variazione dell'accelerazione, della velocità e dello spostamento per ogni intervallo di tempo. Nella tabella 6.8 si riporta invece il valore massimo e minimo (quindi non in valore assoluto) dell'accelerazione, della velocità e dello spostamento.

**Tabella 6.10**

	$\Delta$ Accelerazione	$\Delta$ Velocità	$\Delta$ Spostamento
max	4,21	0,236	0,068
min	-3,615	-0,221	-0,041

Nella tabella seguente si sono caratterizzate le variabili dell'eq. (6.36).

**Tabella 6.11**

a=	4,21	[m/s <sup>2</sup> ]
s=	0,068	[m]
t=	0,1	[s]
m=	250	[kg]
P=	<b>0,7157</b>	[kW]

E da come si può vedere la potenza richiesta è di 0.71 [kW], che è tecnologicamente compatibile con i motori brushless in commercio.

Il passo successivo, come detto, è stato quello di dover considerare le inerzie in gioco, ma per questo calcolo si è adoperato il software VisualSizer Professional 5.80.

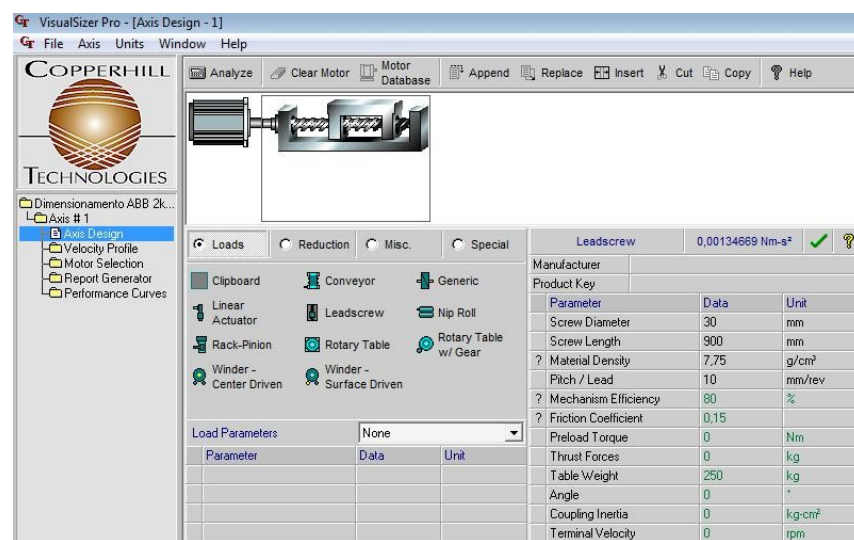
### 6.5.3 Dimensionamento del motore brushless

Con VisualSizer Professional 5.80 si devono definire prima quali sono gli accoppiamenti in gioco ossia motore, riduttore, moltiplicatore, attuatore ecc... ecc...



Come si può vedere in fig. 6.12 per il nostro caso si è considerato semplicemente un motore accoppiato direttamente con l'attuatore.

Una volta fatta la scelta dei componenti in generale si passa alla loro caratterizzazione per ottenere come out put informazioni sulle caratteristiche che deve avere un motore brushless. Inoltre se nel data base del software è presente il motore ricercato si può anche avere informazione sui produttori che lo commercializzano.



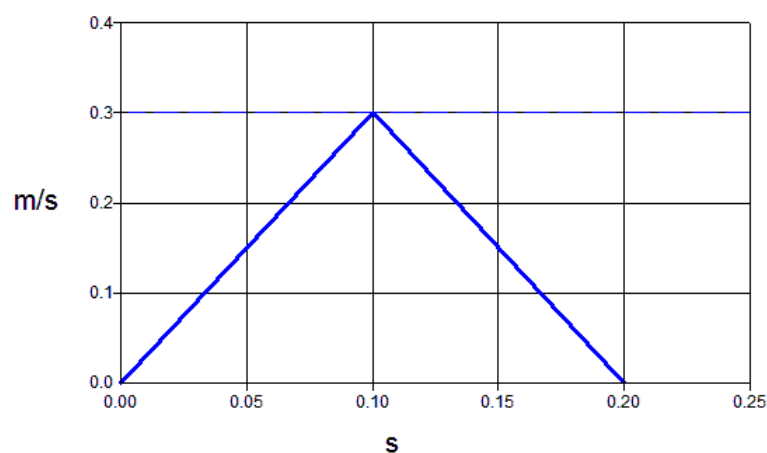
**Figura 6.12** Pannello di controllo VisualSizer Professional 5.80.

Quindi l'unico elemento accoppiato con il motore risulta essere l'attuatore lineare a ricircolo di sfere, le cui caratteristiche impostate sono state riportate nella seguente tabella:

**Tabella 6.12.** Attuatore lineare a ricircolo di sfere.

Mechanism No. 11: Leadscrew			Calculated Input Shaft Load Data :		Calculated Output Data :	
Manufacturer	-		Max. Input Velocity	1800 rpm	Max. Travel Range	30 mm
Product Key	-		Total Inertia	0,00134669 Nm-s <sup>2</sup>		
Screw Diameter	30 mm		Mechanism Inertia	0,00134669 Nm-s <sup>2</sup>		
Screw Length	900 mm		Constant Torque	0,731864 Nm		
Material Density	7,75 g/cm <sup>3</sup>		Peak Torque	3,2703 Nm		
Pitch / Lead	10 mm/rev					
Mechanism Efficiency	80 %					
Friction Coefficient	0,15					
Preload Torque	0 Nm					
Thrust Forces	0 kg					
Table Weight	250 kg					
Angle	0 °					
Coupling Inertia	0 kg-cm <sup>2</sup>					
Terminal Velocity	0 rpm					

Altra caratteristica da impostare è stato il profilo della velocità. Cosa che è stata fatta tenendo presente la condizione del passo temporale dell'accelerogramma pari a un decimo di secondo e che la velocità massima che si possa raggiungere è di 0.3 [m/s]. come si può vedere dalla fig. 6.13.

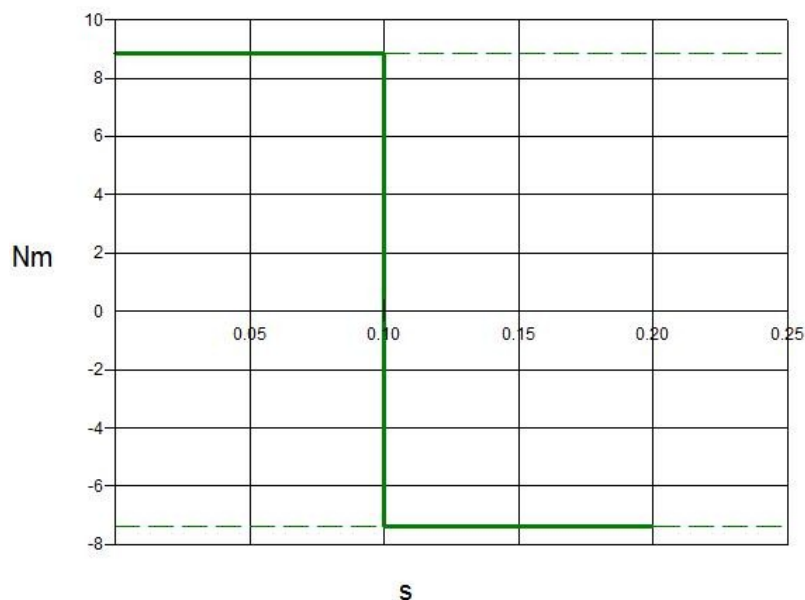
**Figura 6.13** Grafico della triangolare della velocità

Le caratteristiche del profilo di velocità angolare comunque sono anche riportate nella seguente tabella.

**Tabella 13.** Profilo triangolare della velocità.

Quick Setup Data :			Velocity Profile :			Velocity Profile :		
Mode	Triangular		Segment No. 1			Segment No. 2		
Velocity	0,3	m/s	Initial Velocity	0	m/s	Initial Velocity	0,3	m/s
Total Time	0,2	s	Final Velocity	0,3	m/s	Final Velocity	0	m/s
Distance	0	mm	Duration	0,1	s	Duration	0,1	s
Dwell Time	0	s	Acceleration	3	m/s <sup>2</sup>	Acceleration	-3	m/s <sup>2</sup>
			Distance	15	mm	Distance	15	mm
			Load Weight Is Applied			Load Weight Is Applied		
			Thrust Forces Are Applied			Thrust Forces Are Applied		

Un primo risultato ottenuto è rappresentato dal grafico di fig. 6.14 e dalla tabella 6.12 ed è il valore del momento da applicare per ottenere il profilo di velocità richiesto.



**Figura 6.14** Grafico del momento torcente.

**Tabella 6.14.** Valori del momento torcente

<u>System (Total) Torque</u>	8,8328	Nm	<u>System (Total) Torque</u>	-7,3691	Nm
Max. Velocity at Motor Shaft	1800	rpm	Max. Velocity at Motor Shaft	1800	rpm
System Power	1,6648	kW (Motoring)	System Power	-1,3889	kW (Generating)

Il risultato finale, come detto in precedenza, sono le caratteristiche del motore brushless come riportate di seguito ed in maniera più compatta nella fig. 6.15. Nel nostro caso essendo presente nel data base la casa produttrice del motore si è avuta anche informazioni su chi commercializza tale motore.

Selected Motor :

Manufacturer	BSM ABB Motors
Product Family	BSM Servo Motors Medium Inertia
Product Key	BSM2000CN01
Drive Module	-
Rated Speed	2000 rpm
Rated Torque	9,55 Nm
Max. (Peak) Torque	28,6 Nm
Rotor Inertia	29,51 kg-cm <sup>2</sup>
Kt	0 Nm/A
Weight	12 kg

Motor Load Data :

Max. Velocity	1800 rpm
Constant Torque	0,731864 Nm
RMS Torque	2,6418 Nm
Peak Torque	3,2703 Nm
Load Inertia	0,00134669 Nm-s <sup>2</sup>
Ratio Load/Rotor Inertia	0,45635 : 1

System Data (incl. Rotor Inertia) :

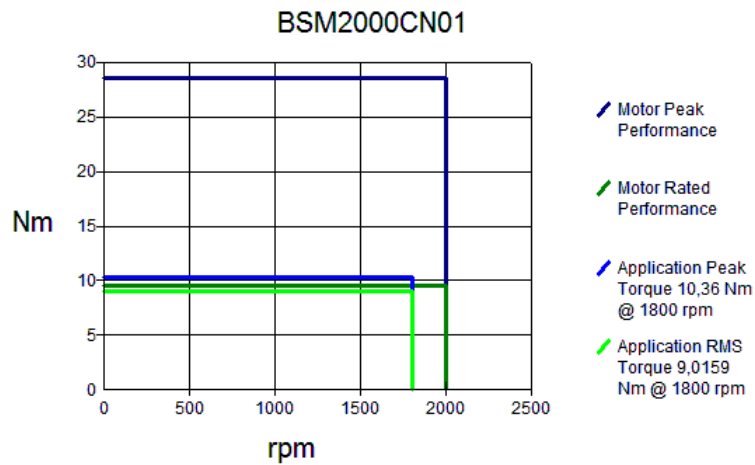
RMS Torque	8,1339 Nm
------------	-----------

Peak Torque	8,8328 Nm
Total Inertia	0,00429769 Nm-s <sup>2</sup>

#### Drive/Amplifier & Power Supply Selection Data :

No Kt available

Max. Power	1,6648 kW (Motoring)
	-1,3889 kW (Generating)



**Figura 6.15** Caratteristiche del motore brushless.

#### 6.5.4 Scelta dell'attuatore lineare

Considerando i seguenti dati:

- 250	[kg]	massa del serbatoio e della tavola
- 900	[mm]	corsa massima
- 3000	[mm/s]	velocità massima
- 2000	[min <sup>-1</sup> ]	giri max del motore
- 100	[mm]	quota max del baricentro

Si possono ricavare le forze e i momenti che si scaricano sull'attuatore lineare a ricircolo di sfere. Nelle fig. 6.16 e 6.17 sono riportate schematicamente le possibili forze ed i possibili momenti, mentre l'eq. 4.2 rappresenta la forza equivalente ricavabile:

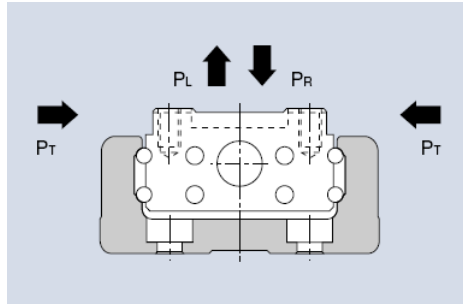


Figura 6.16 Forze agenti sull'attuatore.

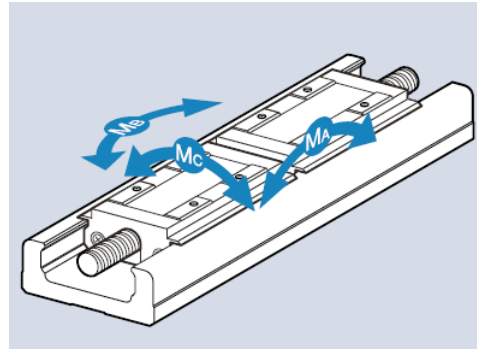


Figura 6.17 Momenti agenti sull'attuatore.

$$P_E = P_R(P_L) + P_T \quad (6.37)$$

- $P_E$  [N] forza equivalente
- $P_R$  [N] forza radiale
- $P_L$  [N] forza opposta radiale
- $P_T$  [N] forza laterale

Nelle tabelle 6.15 e 6.16 cerchiate di rosso sono riportate le caratteristiche meccaniche dell'attuatore dimensionato.

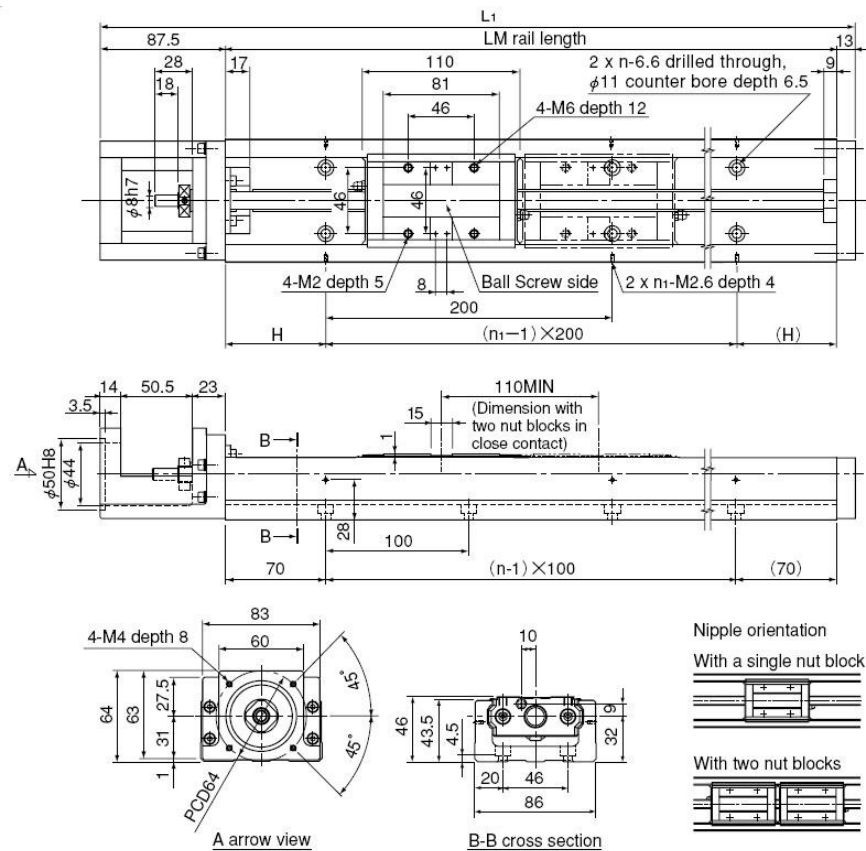
Tabella 6.15. Carico massimo.

Model No.		KR15		KR20	KR26	KR30H		KR33	KR45H		KR46		KR55	KR65
		KR1501	KR1502			KR30H06	KR30H10	KR3306	KR3310	KR45H10	KR45H20	KR4610	KR4620	
LM Guide unit	Basic dynamic load rating C (N)	1930		3590	7240	11600		11600	23300		27400		38100	50900
	Short nut block Types C, D	—		—	—	4900		4900	11900		14000		—	—
	Long nut block Types A, B	3450		6300	12150	20200		20200	39200		45500		61900	80900
	Short nut block Types C, D	—		—	—	10000		10000	19600		22700		—	—
	Normal grade, high grade	-0.001 to +0.002		+0.002 to -0.003	+0.002 to -0.004	+0.002 to -0.004		+0.002 to -0.004	+0.003 to -0.006		+0.003 to -0.006		+0.004 to -0.007	+0.004 to -0.008
	Precision grade	-0.005 to -0.002		-0.003 to -0.007	-0.004 to -0.01	-0.004 to -0.012		-0.004 to -0.012	-0.006 to -0.016		-0.006 to -0.016		-0.007 to -0.019	-0.008 to -0.022
Ball Screw unit	Basic dynamic load rating Ca (N)	340		660	2350	2840	1760	2840	1760	3140	3040	3140	3040	3620
	Normal grade, high grade	340		660	2350	2250	1370	2250	1370	2940	3430	2940	3430	3980
	Precision grade	340		660	2350	2250	1370	2250	1370	2940	3430	2940	3430	3980
	Basic static load rating Co (N)	660		410	1170	4020	4900	2840	4900	2840	6760	7150	6760	9290
	Normal grade, high grade	660		410	1170	4020	4900	2840	4900	2840	6760	7150	6760	9290
	Precision grade	660		410	1170	4020	4900	2840	4900	2840	6760	7150	6760	9290
	Screw shaft diameter (mm)	5		6	8	10		10	15		15		20	25
	Lead (mm)	1	2	1	2	6	10	6	10	10	20	10	20	20
Support bearing unit	Thread minor diameter (mm)	4.5		5.3	6.6	7.8		7.8	12.5		12.5		17.5	22
	Ball center diameter (mm)	5.15		6.15	8.3	10.5		10.5	15.75		15.75		20.75	26
	Basic dynamic load rating Ca (N)	590		1000	1380	1790		1790	6660		6660		7600	13700
	Static permissible load P <sub>0a</sub> (N)	290		1240	1760	2590		2590	3240		3240		3990	5830
Reference pages for outer dimensions		P. 1-16,32		P. 1-17,33		P. 1-18,34		P. 1-20,36		P. 1-22,38		P. 1-24,40		P. 1-26,42

**Tabella 6.16.** Momento statico ammissibile.

Model No.	Static permissible moment		
	M <sub>A</sub>	M <sub>B</sub>	M <sub>C</sub>
KR 15-A	12.1	12.1	38
KR 15-B	70.3	70.3	76
KR 20-A	31	31	83
KR 20-B	176	176	165
KR 26-A	84	84	208
KR 26-B	480	480	416
KR 30H-A	166	166	428
KR 30H-B	908	908	857
KR 30H-C	44	44	214
KR 30H-D	319	319	427
KR 33-A	166	166	428
KR 33-B	908	908	857
KR 33-C	44	44	214
KR 33-D	319	319	427
KR 45H-A	486	486	925
KR 45H-B	2732	2732	1850
KR 45H-C	130	130	463
KR 45H-D	994	994	925
KR 46-A	547	547	1400
KR 46-B	2940	2940	2800
KR 46-C	149	149	700
KR 46-D	1010	1010	1400
KR 55-A	870	870	2280
KR 55-B	4890	4890	4570
KR 65-A	1300	1300	3920
KR 65-B	7230	7230	7840

Mentre le caratteristiche geometriche dell'attuatore sono riportate nella seguente figura e nella tabella 6.17:



**Figura 6.16** Attuatore lineare a ricircolo di sfere.

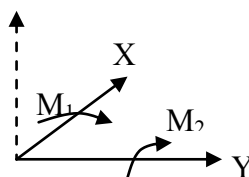
**Tabella 6.17.** Caratteristiche geometriche dell'attuatore lineare.

LM rail length (mm)	Overall length $L_1$ (mm)	Available stroke range (mm)		H (mm)	n	$n_1$	Overall unit mass (kg)	
		Type A	Type B				Type A	Type B
340	440.5	208	98	70	3	2	7.7	8.9
440	540.5	308	198	20	4	3	9	10.2
540	640.5	408	298	70	5	3	10.3	11.5
640	740.5	508	398	20	6	4	11.6	12.8
740	840.5	608	498	70	7	4	12.8	14
940	1040.5	808	698	70	9	5	15.3	16.5

### 6.5.5 Disegno del sistema di movimentazione

Nei paragrafi precedenti si sono dimensionati il motore brushless e l'attuatore lineare a ricircolo di sfere assicurandosi così di fatto la possibilità di poter riprodurre l'accelerogramma modificato (append. 2,3) lungo un asse.

Come si può vedere dalla Tav. 1, con l'ausilio di Cad Pro Engineer software di progettazione meccanica, si è arrivati al disegno esecutivo di massima del sistema di movimentazione mono assiale che si intende realizzare. L'idea è quella di verificare, con un primo prototipo, la fattibilità dell'obiettivo, cioè quello di realizzare in laboratorio un sistema capace di riprodurre un sisma. Se il primo prototipo mono assiale dovesse avere riscontri positivi il passo successivo sarà quello di realizzare un secondo prototipo, non più mono assiale, bensì bi assiale di cui un disegno di massima è stato riportato nella Tav. 2. C'è da dire che la scelta del dimensionamento del prototipo mono assiale è stata fatta nell'ottica del bi assiale, ossia per successiva integrazione del mono assiale si otterrà il bi dimensionale. Del resto l'analisi dei costi fatta nel prossimo capitolo evidenzierà proprio questo aspetto. Infine, a valle di un riscontro positivo del secondo prototipo, si procederà all'ultimo passo quello della progettazione, sempre per successiva integrazione del bi dimensionale, di un sistema bidimensionale a quattro gradi di libertà. Il che rappresenta un traguardo interessante, ossia avere un sistema a quattro gradi di libertà (vd. fig. 6.17) ad un costo ridotto.

**Figura 6.17** Gradi di libertà.



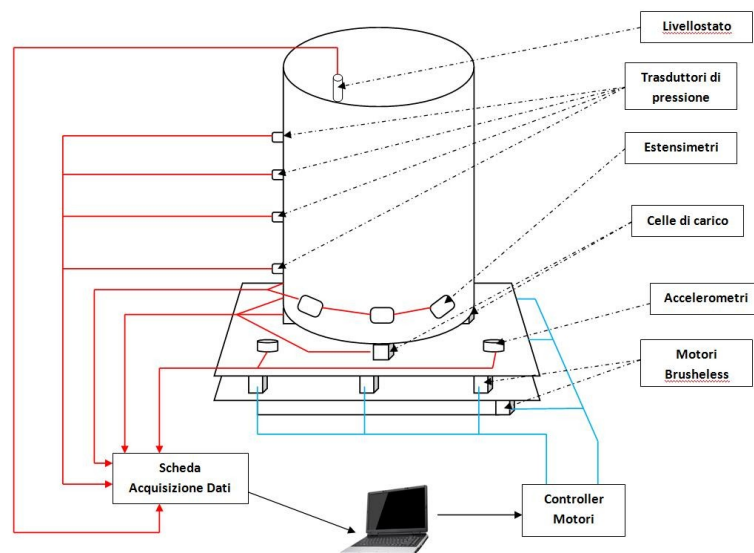
## 6.6 Allestimento laboratorio

### 6.6.1 Sistema di acquisizione dati

Le misure che si intendo effettuare sono di:

- Pressione
- Deformazione
- Livello del pelo libero
- Momenti delle forze derivanti dal moto del fluido all'interno del serbatoio

Per la pressione nel caso in cui si utilizzasse acqua come liquido l'orientamento è quello di scegliere trasduttori di pressione a membrana. I trasduttori saranno 8 il cui posizionamento come si evince dalla fig. 6.18 è lungo la verticale per i primi 4 e gli altri 4 sempre lungo la verticale, ma in direzione ortogonale. Per la deformazione si applicheranno alla base del mantello degli estensimetri per il rilevamento dell'Elephant foot buckling. Per il momento ribaltante e stabilizzante si farà ricorso alle celle di carico assiali che saranno applicate alla base del serbatoio ed ancorate alla tavola. Esse serviranno pure per indagare il fenomeno dell'Uplifting. Infine per il sollevamento del pelo libero si farà ricorso ad un trasduttore di posizione (livello stato).



**Figura 6.18** Layout degli strumenti di misura.

### 6.6.2 Allestimento laboratorio sperimentale

Per l'allestimento del laboratorio sperimentale si ritiene utile avere:

- Trifase (400v) per una potenza massima di 15-20 kW impegnata
- Monofase (220v)
- 5 kW su di un gruppo di continuità (per la strumentazione)
- Due collegamenti internet
- Acqua per carica e scarico. Carico 60 l/minuto
- Aria compressa 8-12 bar o quella presente di default nel centro
- Ariatore per ricambio d'aria del laboratorio
- Solaio 400 kg/m<sup>2</sup>. (Altrimenti allestire piattaforme di scarico)

Per quanto concerne la collocazione dell'apparato sperimentale all'interno del laboratorio e quindi per la definizione del layout dello stesso si rimanda agli allegati Tav. 4 dove è stata riportata pianta del primo piano dell'edificio che ospiterà il laboratorio, mentre nella Tav. 5 si è riportata proprio il layout del laboratorio.

### 6.6.3 Temporizzazione delle attività

**Tabella 6.18.**

Attività	Mese *	1	2	3	4	5	6
Progettazione definitiva del sistema							
Acquisto Sonde, Motori							
Costruzione in officina dei pezzi							
Stesura di un rapporto intermedio		*	*	*	*	*	*
Assemblaggio dei componenti in laboratorio							
Stesura del rapporto definitivo		*	*	*	*	*	*

\* a partire dalla data di kick-off

### 6.6.4 Costo indicativo dell'apparato sperimentale

#### Serbatoio 250 litri mono direzionale

Componente	Costo unitario (€)	Quantità	Sub Totale	Azienda
1. Serbatoio	0,00	1,00	0,00	
2. Piastra forata 1500x1500	0,00	1,00	0,00	
3. Guide a ricircolo di sfere	2100,00	1,00	2100,00	THK
4. Accelerometri	273,00	1,00	273,00	CEMB
4.1 Trasmettitori	0,00	1,00	0,00	CEMB
5. Estensimetri	0,00	0,00	0,00	-
6. Trasduttori di pressione	163,80	8,00	1310,40	GEFRAN
6.1 Connettori	4,00	8,00	32,00	GEFRAN
7. Livellostato	550,90	1,00	550,90	GEFRAN
7.1 Galleggiante	46,50	1,00	46,50	GEFRAN
7.2 Cavo 5 mt	45,00	1,00	45,00	GEFRAN
8. Celle di carico	307,30	4,00	1229,20	GEFRAN
8.1 Amplif. per celle di carico	0,00	4,00	0,00	GEFRAN
9. Motori Brushless	680,00	1,00	680,00	ABB
10. Azionamenti motori	990,00	1,00	990,00	ABB
11. Plc	500,00	1,00	500,00	ABB
12. Software Plc	0,00	1,00	0,00	ABB
13. Scheda acquisizione dati	0,00	1,00	0,00	N.I.
14. Computer	0,00	1,00	0,00	HP
<b>Totale</b>			<b>7757,00</b>	

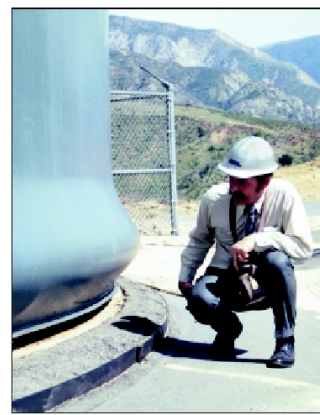
Serbatoio 500 litri bi direzionale

Componente	Costo unitario (€)	Quantità	Sub Totale	Azienda
1. Serbatoio	0,00	1,00	0,00	
2. Piastra forata 1500x1500	0,00	1,00	0,00	
3. Guide a ricircolo di sfere	2100,00	4,00	8400,00	THK
4. Accelerometri	273,00	2,00	546,00	CEMB
4.1 Trasmettitori	0,00	2,00	0,00	CEMB
5. Estensimetri	0,00	0,00	0,00	-
6. Trasduttori di pressione	163,80	8,00	1310,40	GEFRAN
6.1 Connettori	4,00	8,00	32,00	GEFRAN
7. Livellostato	550,90	1,00	550,90	GEFRAN
7.1 Galleggiante	46,50	1,00	46,50	GEFRAN
7.2 Cavo 5 mt	45,00	1,00	45,00	GEFRAN
8. Celle di carico	307,30	4,00	1229,20	GEFRAN
8.1 Amplif. per celle di carico	0,00	4,00	0,00	GEFRAN
9. Motori Brushless	680,00	4,00	2720,00	ABB
10. Azionamenti motori	990,00	4,00	3960,00	ABB
11. Plc	500,00	2,00	1000,00	ABB
12. Software Plc	0,00	1,00	0,00	ABB
13. Scheda acquisizione dati	0,00	1,00	0,00	N.I.
14. Computer	0,00	1,00	0,00	HP
<b>Totale</b>			<b>19840,00</b>	

# Capitolo 7

## Simulazione di un serbatoio cilindrico per stoccaggio di gasolio

L' esame degli effetti dei terremoti sui serbatoi ha evidenziato che le tipologie di danno più frequenti sono quelle rappresentate nella figura che segue, ed in particolare,



- Distacco delle tubazioni : Questo fenomeno è dovuto al fatto che i serbatoi, non essendo ancorati a terra, durante l'evento sismico possono scivolare (*Sliding*) rispetto al piano di posa. Se tale spostamento è consistente, le tubazioni non riescono a seguirlo e quindi si verifica la rottura delle giunzioni con la conseguente fuoriuscita di liquido.
- Elephant foot buckling : rappresenta il danno tipico del mantello. Esso si manifesta attraverso l'instabilizzazione asimmetrica del mantello in prossimità della piastra di base, con il sollevamento del serbatoio (se non ancorato) o la rottura della giunzione mantello-piastra di base nel lato opposto rispetto all'instabilità (se ancorato). Questo tipo di danno è connesso alle forti sollecitazioni dovute all'oscillazione del liquido all'interno del serbatoio, fenomeno noto come sloshing, fortemente dipendente dal rapporto  $S=H/R$ .

I primi studi su queste problematiche sono stati condotti nel 1963 da Housner, che propose un modello semplificato come, detto nel primo capitolo, per l'analisi dei serbatoi idrici nell'ipotesi di rigidità infinita delle pareti del serbatoio, che modificato nel tempo è ancora oggi proposto come valido strumento di analisi, anche di tipo dinamico.

Due sono essenzialmente le problematiche di cui tener in conto in un'analisi dinamica dei serbatoi: il moto relativo del liquido rispetto alle pareti del serbatoio e il moto relativo del serbatoio rispetto al terreno.

Come succede per la maggior parte dei serbatoi esistenti, il liquido contenuto all'interno del serbatoio non copre totalmente il volume del serbatoio; questo determina la presenza di una superficie libera del liquido che può quindi oscillare indipendentemente (*sloshing*) all'interno del serbatoio durante l'evento sismico. Se un serbatoio, con superficie libera del liquido, è soggetto ad un'accelerazione orizzontale  $\ddot{u}_g$ , le forze agenti sul serbatoio generate dalla presenza del liquido sono essenzialmente di due tipi:

- Quando le pareti del serbatoio oscillano avanti ed indietro una certa aliquota di liquido è costretta a partecipare rigidamente a questo moto. Le forze che questa aliquota di massa genera sulle pareti del serbatoio sono le stesse esercitate da una massa puntiforme  $M_r$  collegata rigidamente alle pareti del serbatoio ad un' opportuna altezza  $h_r$ . L'altezza  $h_r$  è tale che la forza generata dalla massa equivalente si trovi sulla stessa retta d'azione del risultante delle forze generate dalla massa di liquido che essa schematizza.
- Come già detto il moto delle pareti del serbatoio provoca l'oscillazione del pelo libero del liquido. L'oscillazione di questa massa liquida determina la nascita di un sistema di forze sulle pareti anch'esse oscillanti. Il risultante di questo sistema di forze è lo stesso di quello generato da una massa puntiforme  $M_c$  che può oscillare orizzontalmente liberamente con una certa rigidità  $k_c$  e posizionata ad un' altezza  $h_c$  determinata allo stesso modo dell'altezza  $h_r$ .

Quindi una parte di liquido, conosciuta come *massa convettiva*, si muove indipendentemente dalle pareti del serbatoio ed è rappresentata dalla massa  $M_c$  che

interpreta il fenomeno dello ‘*sloshing*’, mentre la restante parte, rappresentata dalla massa  $M_r$ , si muove in unisono con le pareti del serbatoio.

Se nel modello si introduce la reale deformabilità delle pareti del serbatoio, una parte della massa  $M_r$  si muove anch’essa indipendentemente dalle pareti del serbatoio (*massa impulsiva*) mentre la restante parte accelera avanti ed indietro con le pareti del serbatoio (*massa rigida*).

Oltre al moto del liquido all’interno del serbatoio, vi sono altri due fenomeni di cui tener conto :

- La presenza di accelerazione verticale: la presenza di questa azione sismica influenza certamente il comportamento dinamico del serbatoio. In particolar modo essa interviene sullo spostamento rigido alla base. Infatti essa determina una variazione del peso del liquido e quindi una variazione del limite di attrito.

*Uplifting* ovvero del sollevamento di una parte della piastra di base del serbatoio. Il fenomeno dell’ *uplifting* produce, sulla risposta sismica di un serbatoio non ancorato, una riduzione delle forze idrodinamiche all’interno del serbatoio, ma determina certamente un’ incremento della tensione di compressione nel mantello. Nel caso di serbatoi fondati su terreni deformabili questi incrementi di tensione di compressione scompaiono e si traducono in penetrazioni del serbatoio all’interno del terreno di fondazione.

Dato quindi l’interesse nei confronti di questi eventi disastrosi in questo capitolo descriveremo le simulazioni effettuate su di un serbatoio cilindrico per lo stoccaggio di gasolio. I risultati della simulazione numerica sono stati presentati sottoforma di andamenti temporali della distribuzione di pressione, del moto del baricentro del fluido, della delle forze e dei momenti esercitati dal fluido sulla struttura e di quanto esso si sia sollevato.

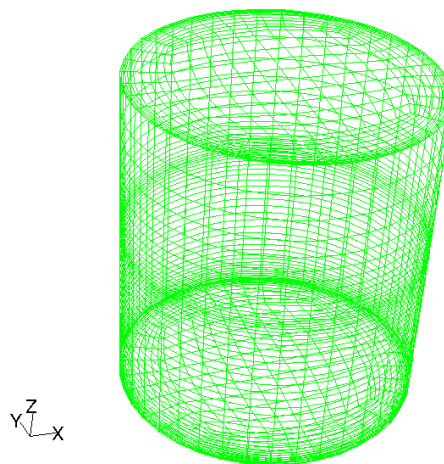
## 7.1 Discretizzazione del serbatoio e impostazione delle simulazioni

Consideriamo un serbatoio cilindrico fig. 7.1 per stoccaggio di gasolio, di dimensioni pari a: 10 m di diametro e 11 m di altezza.



**Figura 7.1** Serbatoi di gasolio

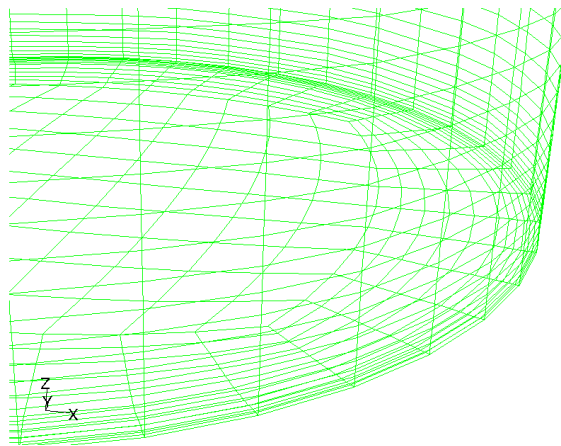
Con il programma Gambit è stata realizzata la griglia di calcolo. Il numero e la distribuzione delle celle nel volume è un fattore determinante per l'accuratezza della simulazione. Per questo motivo sono state effettuate delle simulazioni preliminari, con lo scopo di valutare il numero di celle più adatto allo scopo. La scelta del numero di celle influisce in maniera rilevante sul costo computazionale. Considerando poi che il time-step di integrazione deve essere commisurato ai tempi caratteristici degli accelerogrammi utilizzati e considerando la durata degli stessi, mai inferiori a 30 s, si capisce che è necessario settare in maniera diligente time-step e numero di celle, per avere tempi di calcolo accettabili. In definitiva si è individuato in 24.300 (fig.7.2), un valore adeguato al tipo di problema.



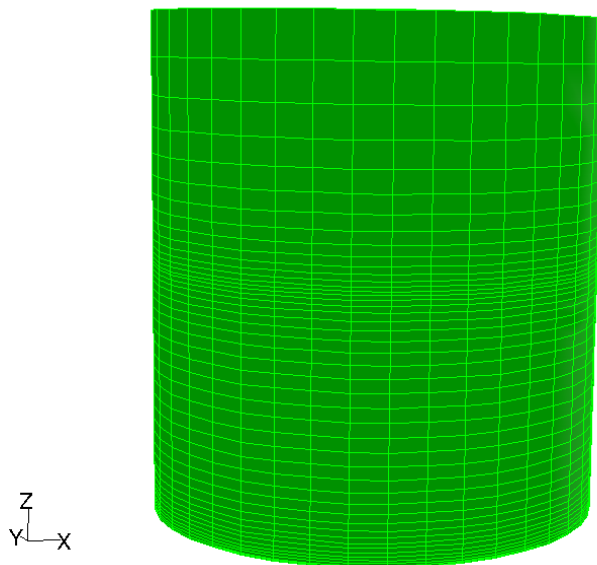
**Figura 7.2** Schema serbatoio suddiviso in celle di calcolo



La suddivisione in celle di calcolo non è stata omogenea per tutto il serbatoio, perché un infittimento delle stesse in alcune parti è stato necessario per la corretta simulazione dei fenomeni all'intero dello strato limite e della superficie libera. Possiamo vedere l'infittimento delle celle a ridosso della parete in fig. 7.3 e l'infittimento delle celle a metà del serbatoio, avendo simulato un serbatoio riempito a metà fig. 7.4.



**Figura 7.3** *Infittimento delle celle alla base*



**Figura 7.4** *Infittimento delle celle a metà serbatoio*

L'olio combustibile considerato è gasolio liquido a condizione ambiente, le cui caratteristiche per altro sono riportate nella banca dati di Fluent e sono:

	Gasolio liquido
Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	830
Cp [j/Kg-K]	2050
Conducibilità termica [w/m-K]	0.135
Viscosità [Kg/m-s]	0.00332
Calore latente [j/Kg]	180.000
Temperatura di vaporizzazione [K]	352
Pressione di saturazione [pascal]	1329
Tensione superficiale [n/m]	0.0190355

Abbiamo considerato quindi due fasi presenti all'intero del serbatoio una liquida data appunto dal gasolio ed un'aeriforme costituita da aria.

Le simulazioni sono state condotte in regime transitorio utilizzando il modello di turbolenza k-epsilon ed utilizzando ovviamente l'algoritmo Volume of fluid. La pressione all'interno è quella atmosferica ed abbiamo considerato l'effetto della forza peso sul nostro sistema. Abbiamo impostato un time-step pari a un millesimo di secondo. Tutti questi valori sono stati testati con varie prove di verifica.

## 7.2 Variabili fisiche monitorate

### 7.2.1 Pressione puntuale

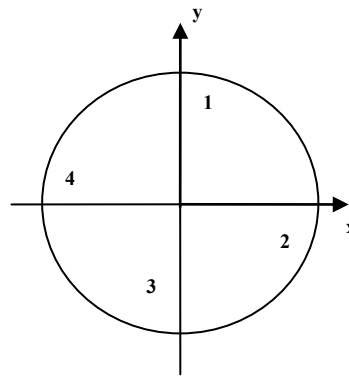
Abbiamo diviso la parte del serbatoio riempito in cinque piani denominandoli:

- Livello 0 → la base del serbatoio (piano xy di riferimento)
- Livello 1 → il piano passante per  $z = 1.375$  [m] e parallelo al piano xy
- Livello 2 → il piano passante per  $z = 2.75$  [m] e parallelo al piano xy

- Livello 3 → il piano passante per  $z = 4.125$  [m] e parallelo al piano xy
- Livello 4 → il piano passante per  $z = 5.5$  [m] e parallelo al piano xy

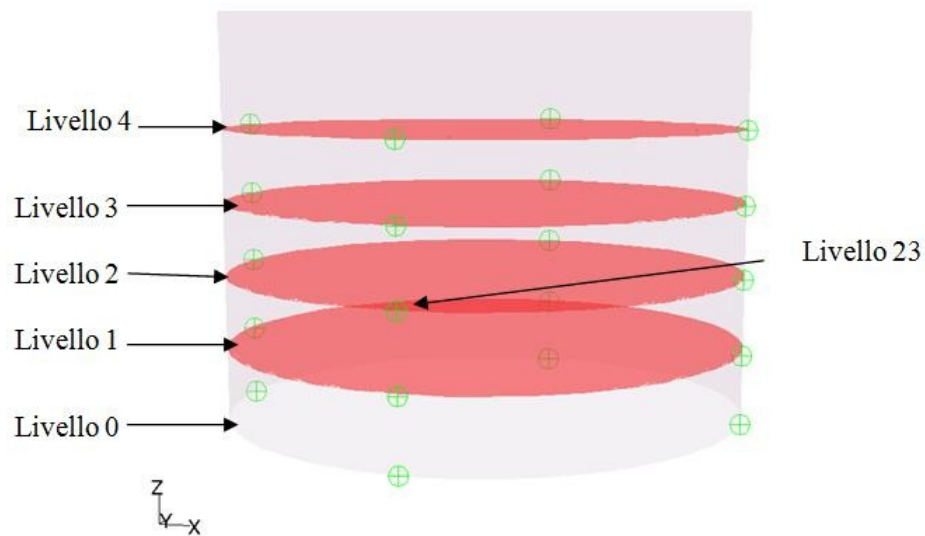
Da notare che il Livello 4 rappresenta il piano passante esattamente per la superficie libero del combustibile.

Poi per ogni piano siamo andati a definire 4 punti fissandoli partendo dal verso positivo della y in senso orario ossia nell'intersezione tra gli assi cartesiani x e y con il mantello del serbatoio come mostrato in fig. 7.5



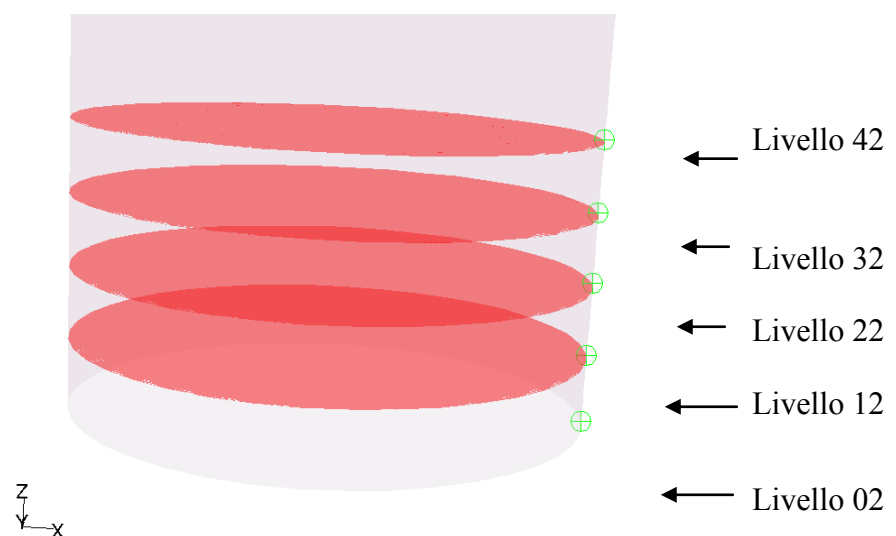
**Figura 7.5** Posizione dei punti per la registrazione della pressione

Così facendo sono stati definiti complessivamente 20 punti in cui è stata monitorata per tutta la durata della simulazione la variazione di pressione (fig. 7.6). Facciamo un esempio: il Livello 23 indica il punto presente nel secondo piano nella posizione 3.

**Figura 7.6** Tutti i punti monitorati

### 7.2.2 Distribuzione di pressione

La suddivisione fatta ci permette di monitorare per ogni piano come varia la pressione durante la simulazione nei quattro punti caratteristici. Ma l'aspetto importante di questa suddivisione è quello di poter monitorare come varia la pressione verticalmente determinando di fatto una distribuzione di pressione istante per istante (fig. 7.7).

**Figura 7.7** Punti per il rilevamento della distribuzione di pressione

### 7.2.3 Forze esercitate dal fluido sul serbatoio

Quando la massa liquida è a riposo la forza agente è ovviamente quella gravitazionale. Nel momento in cui si verifica il sisma alla massa viene impressa un'accelerazione, di conseguenza potremo dire che la risultante delle forze agenti sulla massa liquida durante il sisma è data dalla somma di quella gravitazionale e quella derivante dal sisma:

$$\vec{F}_{risultante} = \vec{F}_G + \vec{F}_{sisma}$$

L'accelerazione data al fluido dal sisma è evidentemente l'azione eccitante del moto, mentre la forza peso agisce da smorzatore.

Oltre alla registrazione delle pressioni puntuali, è interessante valutare l'andamento delle azioni risultanti che il fluido esercita durante il movimento sul serbatoio. La forza risultante esercitata dal fluido può essere scomposta in una componente verticale e in una orizzontale. A sua volta la componente orizzontale è stata scomposta secondo i due assi cartesiani  $x$  e  $y$  del piano di riferimento fig. 7.10. Questa scomposizione si è resa necessaria per poter individuare univocamente la componente orizzontale a differenza della componente verticale che è sempre normale alla base.

Con Fluent è possibile calcolare l'integrale di pressione su di una superficie:

$$\int_S P dA$$

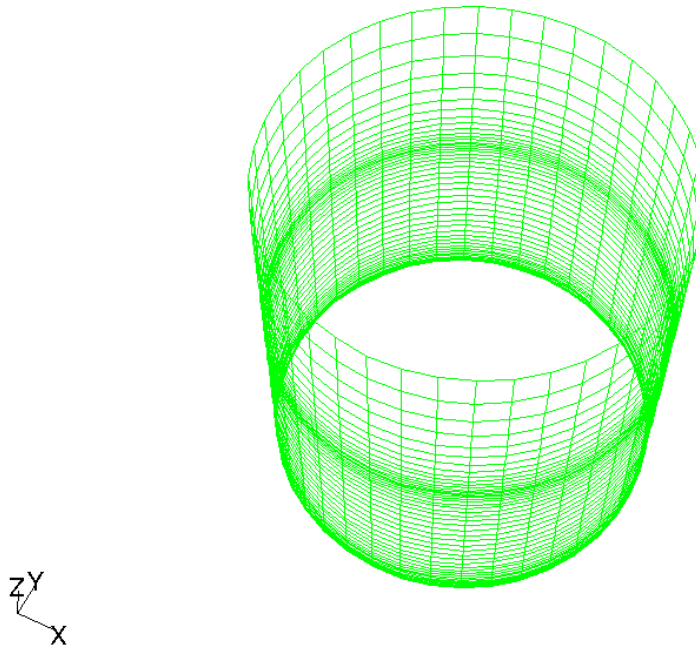
Quindi è stato calcolato istante per istante il modulo di  $\vec{F}_{ox}$  e  $\vec{F}_{oy}$  secondo le equazioni 7.1 dove l'integrale di pressione è stato calcolato sul mantello (fig.7.8) del nostro serbatoio. Poi secondo l'equazione 7.2 è stato calcolato il modulo della componente orizzontale definita dalla Forza Risultante (vedi fig. 7.10).

$$|\vec{F}_{ox}| = \int_{Mantello} P \frac{x}{r} dA$$

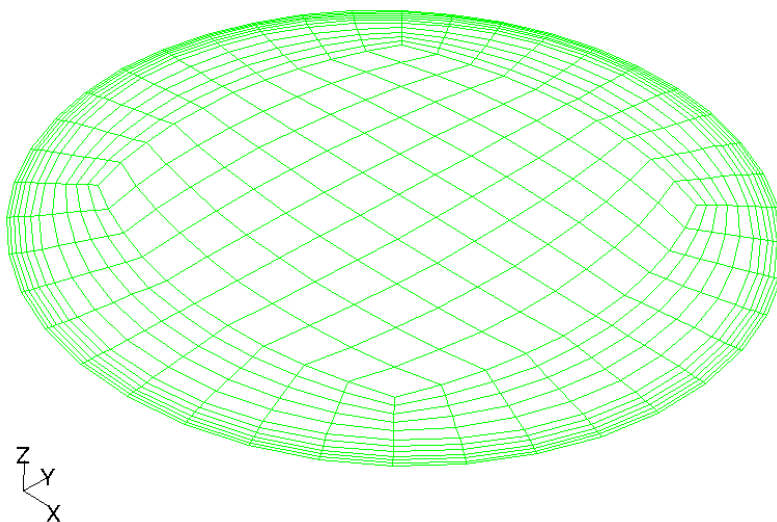
(7.1)

$$|\bar{F}_{oy}| = \int_{\text{Mantello}} P \frac{y}{r} dA$$

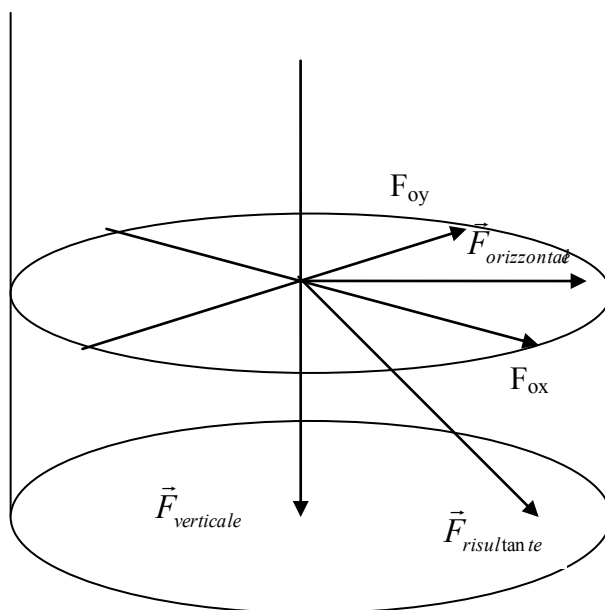
$$|\bar{F}_{orizzontale}| = \sqrt{|\bar{F}_{ox}|^2 + |\bar{F}_{oy}|^2} \quad (7.2)$$



**Figura 7.8** Mantello del serbatoio



**Figura 7.9** Base del serbatoio



**Figura 7.10** Scomposizione della  $\vec{F}_{ri_sultante}$

Allo stesso tempo è stato calcolato istante per istante l'integrale di pressione sulla base (fig.7.9) del nostro serbatoio, ottenendo così il modulo della componente verticale della Forza Risultante (vedi fig. 7.10).

$$\left| \bar{F}_{verticale} \right| = \int_{Base} P dA \quad (7.3)$$

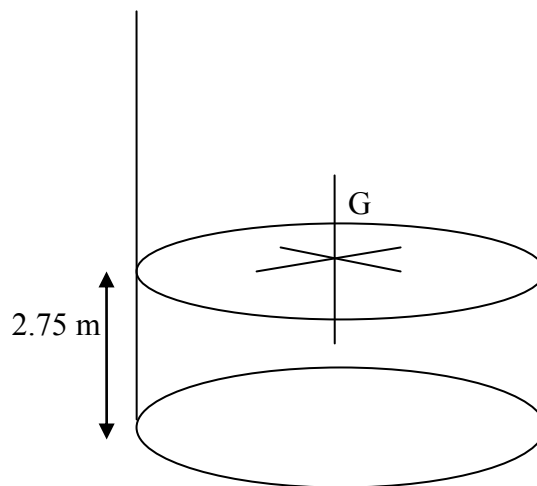
### 7.2.4 Momenti

#### Momento ribaltante

Il momento ribaltante è dato dalla forza orizzontale per il braccio calcolato rispetto ad un polo.

Per il calcolo del momento ribaltante e stabilizzante è stato scelto istante per istante un punto della circonferenza della base come polo fig. 7.11, dato dall'intersezione della direzione di spostamento del baricentro proiettata sulla base con il mantello, considerando le forze orizzontale e verticale applicate al baricentro.

Essendo la coordinata  $z$  del baricentro pressoché costante il braccio del momento ribaltante avrà valore costante e pari a 2.75 m.



**Figura 7.11** Braccio del momento ribaltante

#### Momento stabilizzante

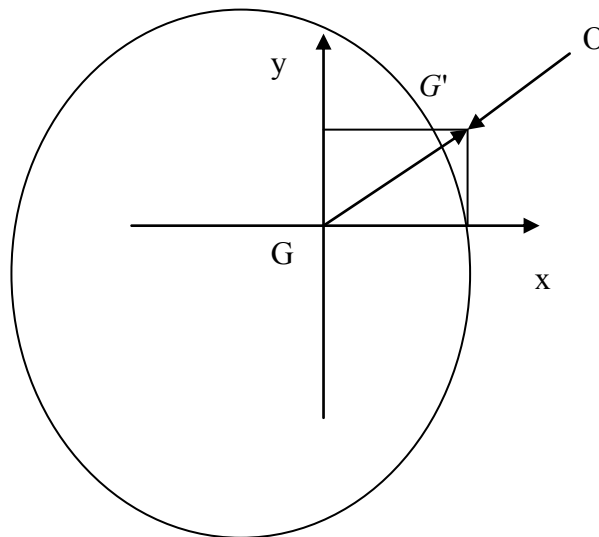


Il momento stabilizzante è dato dalla forza verticale per il braccio calcolato rispetto al polo prima definito. In questo caso però per la determinazione del braccio non più costante si è proceduti in questo modo (fig. 7.12): al raggio della circonferenza base si è sottratto istante per istante la distanza tra la posizione in quell'istante del baricentro con la posizione del baricentro all'istante iniziale secondo l'equazione 7.4.

$$OG' = r - \sqrt{x^2 + y^2} \quad (7.4)$$

dove

$$GG' = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (7.5)$$



**Figura 7.12** Vista dall'alto del piano di riferimento

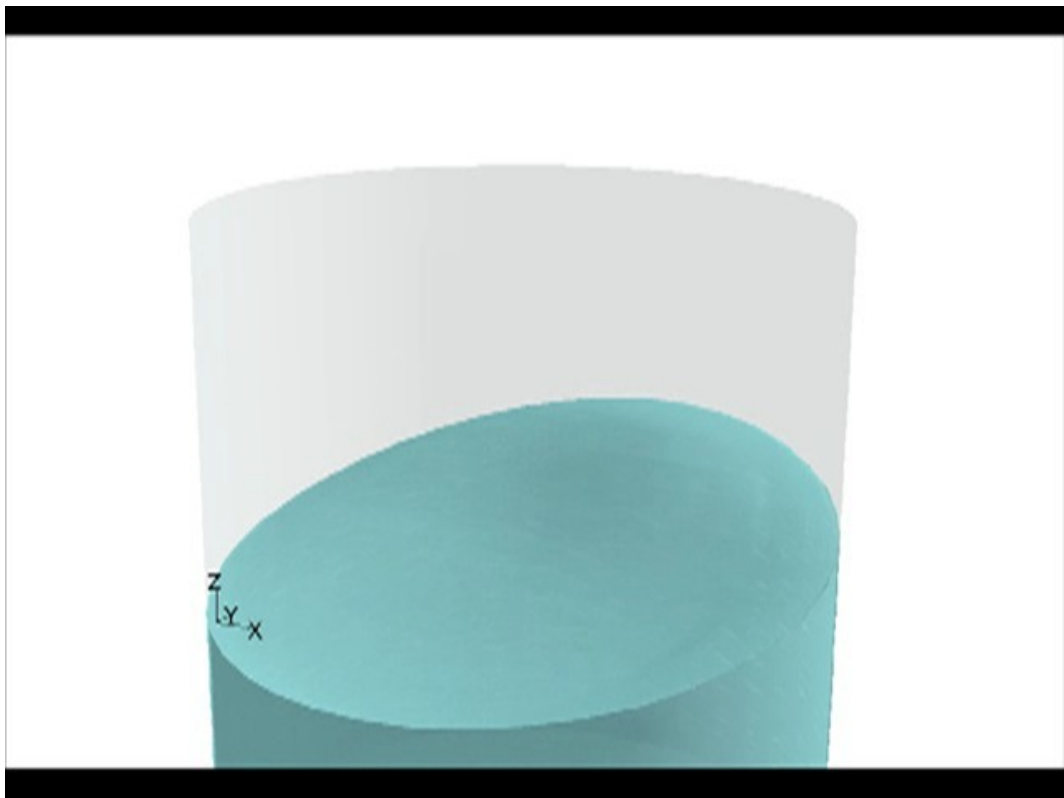
Il contributo ai due momenti prima definiti, dovuto alla forza apparente applicata alla struttura del serbatoio, è stato trascurato.

#### 7.2.5 Altezza massima e baricentro del fluido

Un'altra grandezza interessante da monitorare è l'altezza massima che il fluido raggiunge durante il fenomeno sismico, questo per verificare se il fluido traboccasse dal serbatoio. Ovviamente questa eventualità, come era logico aspettarsi, non si è

verificata in questo lavoro per le ipotesi iniziali fatte, ossia di un serbatoio riempito per metà.

Il calcolo dell'altezza massima non è presente in Fluent. Si è allora proceduto sfruttando la caratteristica di Fluent di poter implementare delle sub-routine definite da noi (UDF). Così si è redatto un programma, in linguaggio di programmazione in C, basato su di un ciclo iterativo in cui per ogni time-step si calcola la quota (nel nostro caso è il valore della  $z$ ) di tutte le celle di calcolo contenente solo la fase liquida. A questo punto si registra la quota maggiore fra tutte le quote delle celle di calcolo contenenti solo la fase liquida. Un esempio di quanto detto è riportato nella fig. 7.13 che è stata prodotta da Fluent per un time-step.



**Figura 7.13** Immagine da *Fluent*

Anche il calcolo della posizione del baricentro non è presente in Fluent come funzione base. Anche qui allo stesso modo di prima definendo una sub-routine in cui in ogni time-step si applicano le seguenti formule per il calcolo della posizione istantanea del baricentro:

$$\begin{aligned}
 X_G &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{M} \\
 Y_G &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i m_i}{M} \\
 Z_G &= \frac{\sum_{i=1}^n z_i m_i}{M}
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

dove:  $(x_i, y_i, z_i)$  rappresentano le coordinate cartesiane del centro della  $i$ -esima cella di calcolo;  $m_i$  rappresenta la massa contenuta nella  $i$ -esima cella di calcolo;  $M$  rappresenta la massa totale di fluido presente nel serbatoio (nel nostro caso è riempito per metà): per il suo calcolo si è proceduti semplicemente nell'applicazione della seguente formula:

$$M = \rho V \tag{7.7}$$

dove:

$\rho$  = è la densità del Gasolio

$V$  = volume occupato dal gasolio

La scelta di monitorare come varia la posizione del baricentro è stata fatta nell'ottica di poter sapere:

- Il punto di applicazione istantaneo della risultante delle forze. Una stima della velocità massima e dell'accelerazione massima del nostro liquido.
- Il momento ribaltante e il momento stabilizzante dovuti al moto del fluido.

### 7.2.6 Verifica spostamento

Affinché il nostro serbatoio non si sposti orizzontalmente si deve verificare che:

$$\vec{F}_{orizzontale} + \vec{A} \leq (\vec{F}_{verticale} + P) \cdot f_s \quad (7.8)$$

dove:

- $f_s$  è l'attrito statico variabile con la superficie di contatto considerata
- $P$  è il peso della struttura metallica.

$\vec{A}$  è la forza apparente a cui è sottoposta la struttura metallica nel sistema di riferimento solidale al serbatoio uguale e contraria all'accelerazione imposta dal sisma ed è trascurabile rispetto alle altre forze.

### 7.3 Analisi risultati per un serbatoio cilindrico per stoccaggio di gasolio

In questo paragrafo vengono presentati i risultati delle simulazioni effettuate:

1. Andamento della distribuzione di pressione
2. Movimento del baricentro del fluido
3. Altezza massima di spostamento del pelo libero
4. Analisi delle frequenze
5. Andamento delle forze e dei momenti sul serbatoio

#### 7.3.1 Andamento della distribuzione di pressione

La distribuzione di pressione puntuale è uno dei dati più significativi in quanto rappresenta il dato immediatamente confrontabile con eventuali dati sperimentali ricavati da misure effettuate sul sistema reale. I dati graficati riportano i valori della pressione relativa. Dall'analisi dei diagrammi sotto riportati si possono trarre molteplici considerazioni:

1. L'andamento della pressione nel tempo, che parte a  $t=0$  s dal valore della pressione idrostatica per il fluido in quiete, ricalca l'andamento degli accelerogrammi.
2. L'ampiezza di oscillazione si riduce man mano che ci si sposta dalla base verso il pelo libero.
3. In corrispondenza del livello medio, che coincide con il livello di riempimento in quiete, ovviamente la pressione per alcuni periodi di tempo, precisamente quando il fluido scende sotto tale livello, si annulla.
4. La massima variazione di pressione, che si registra per il livello inferiore come detto al punto 2, è di anche il 60% circa rispetto al valore della pressione idrostatica.

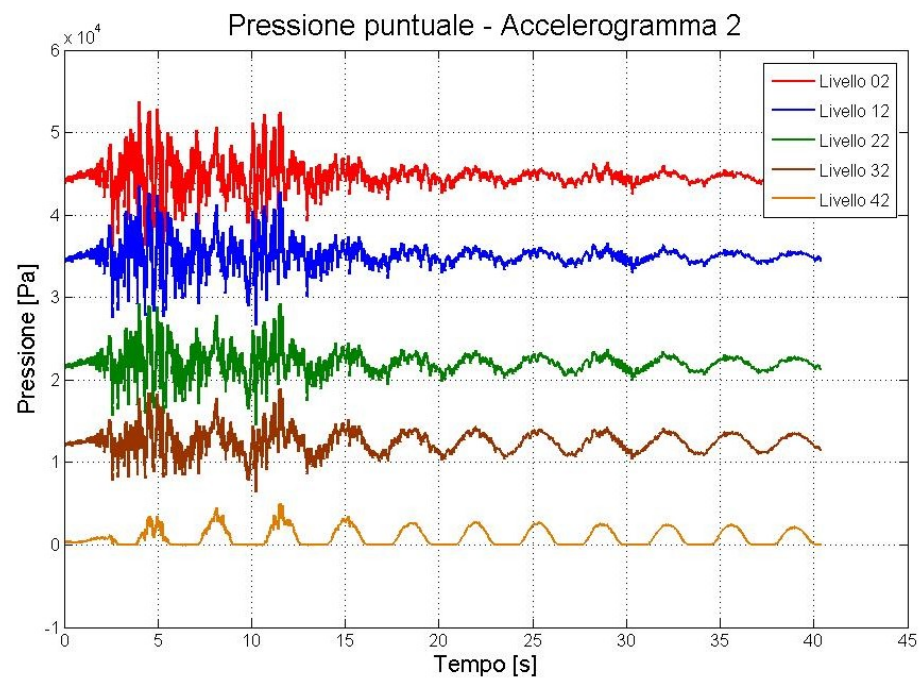


Figura 7.14

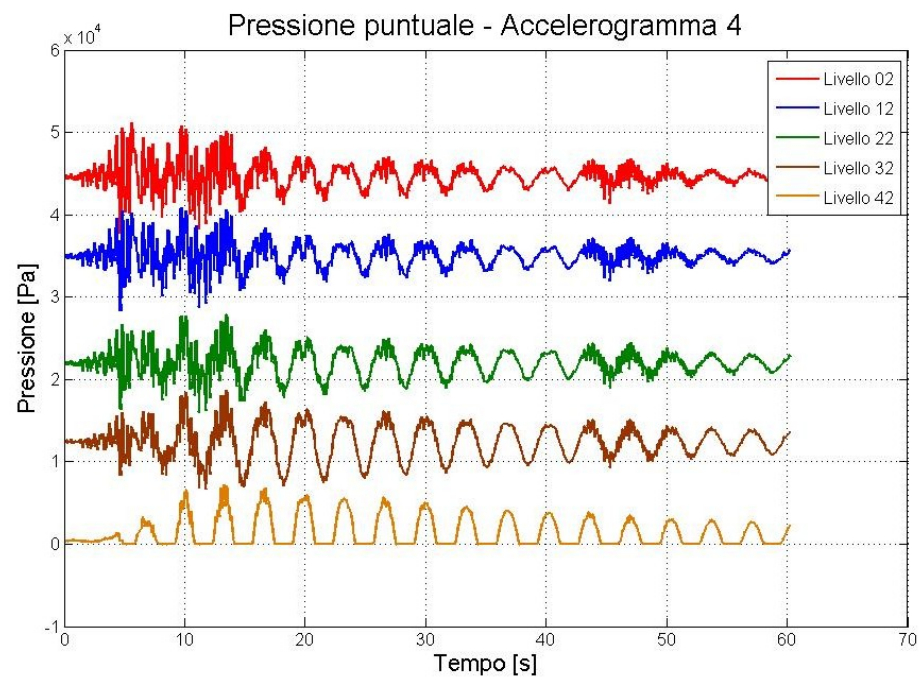


Figura 7.15

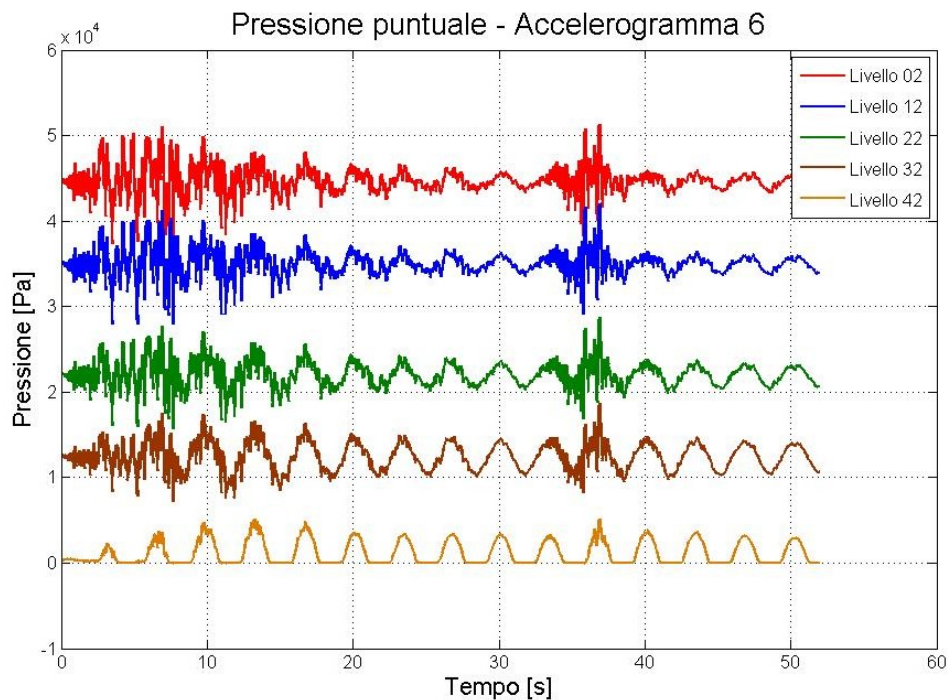


Figura 7.16

### 7.3.2 Movimento del baricentro del fluido

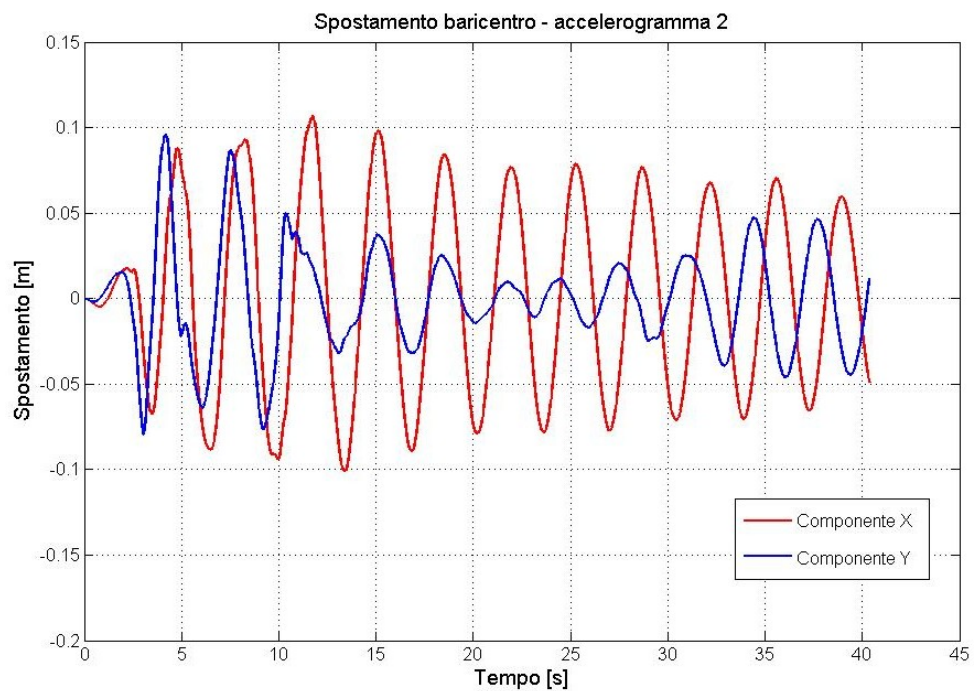
Un grafico utile a giudicare il movimento della massa fluida, a prescindere dall'eventuale animazione della simulazione, è rappresentato dallo spostamento del baricentro del fluido.

Il sisma agisce energizzando il fluido, che una volta vinta l'inerzia iniziale, comincia ad oscillare. Mentre per alcune delle prove, l'ampiezza dell'oscillazione si va attenuando, in altre incrementa man mano ed in altre ancora aumenta poi diminuisce ed aumenta nuovamente. Chiaramente, proprio per l'inerzia di una massa fluida così grande, ci si aspetta che questa non oscilli con la stessa frequenza con cui varia il terremoto, ma con una legge di spostamento di tipo sinusoidale più lenta.

Quanto detto lo si ritrova nelle figure successive. Si può notare come si verifichino delle oscillazioni con degli spostamenti da pochi centimetri a persino 60 cm.

Essendo la frequenza dei due moti uguale, la traiettoria descritta dal baricentro è una curva chiusa. In alcuni casi gli spostamenti in direzione x ed y sono quasi perfettamente in fase o in opposizione di fase tra di loro (cioè sfasati di  $180^\circ$ ): ciò

significa che il fluido oscilla sempre nella stessa direzione, diagonale rispetto al sistema di riferimento scelto ( $1^\circ$  quadrante e  $2^\circ$  quadrante rispettivamente). In altri casi invece lo sfasamento è diverso da  $0^\circ$  o  $180^\circ$ : ciò significa che il movimento oscillatorio non avviene sempre nella stessa direzione, ma il baricentro descrive una ellisse. Queste considerazioni sono affette da un certo grado di imprecisione, perché varrebbero rigorosamente se le ampiezze dei moti fossero costanti, in realtà come si vede dalle figure sono variabili, ma ci servono comunque ad avere grosso modo un'idea del fenomeno.



**Figura 7.17**



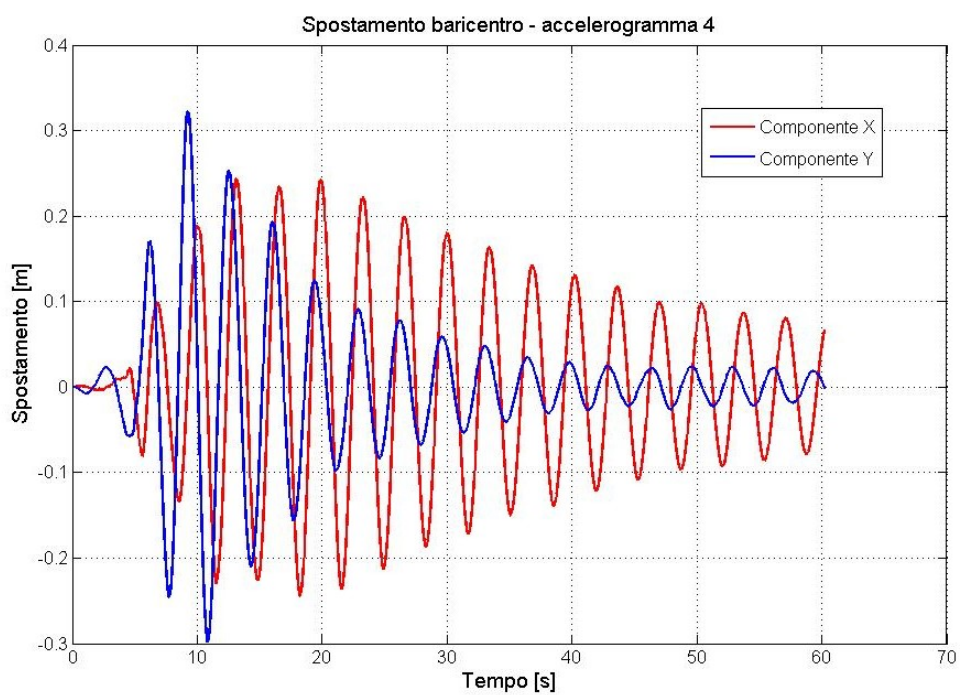


Figura 7.18

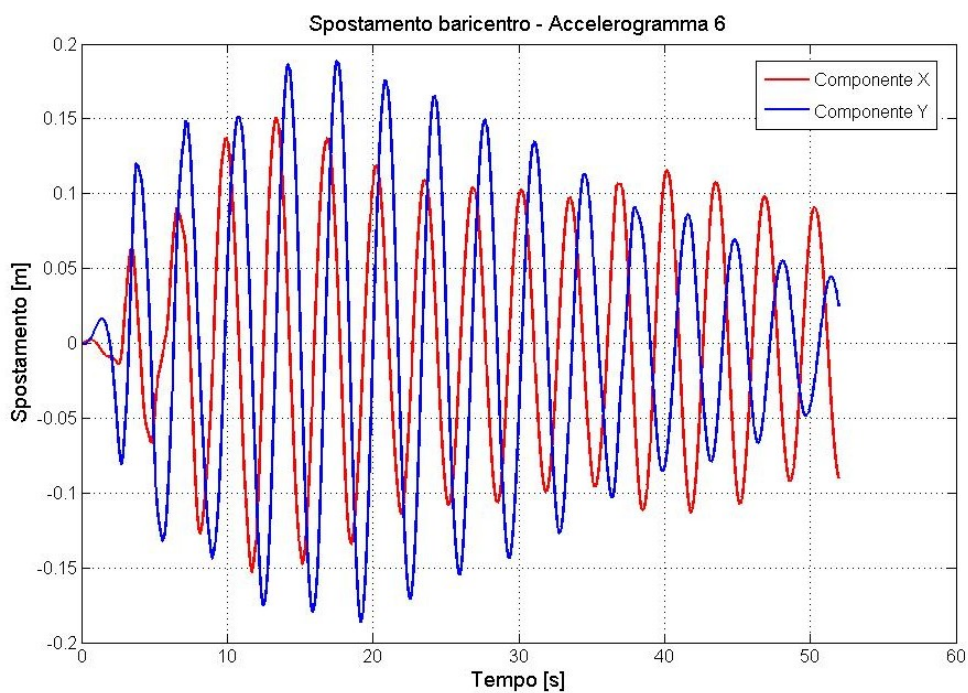


Figura 7.19

### *7.3.3 Altezza massima di sollevamento del pelo libero*

Un altro parametro indicativo del movimento del fluido è l'altezza massima raggiunta dal pelo libero. Ci può dare infatti, insieme al moto del baricentro, un'idea dell'entità degli spostamenti subiti dal fluido. Questa informazione può essere utile soprattutto per i contenitori di sostanze pericolose, riguardo al pericolo di traboccamento delle stesse.

Infatti dai risultati ottenuti si riscontra che il liquido si solleva, per un riempimento di 10m, di 0.30m.

### *7.3.4 Analisi delle frequenze*

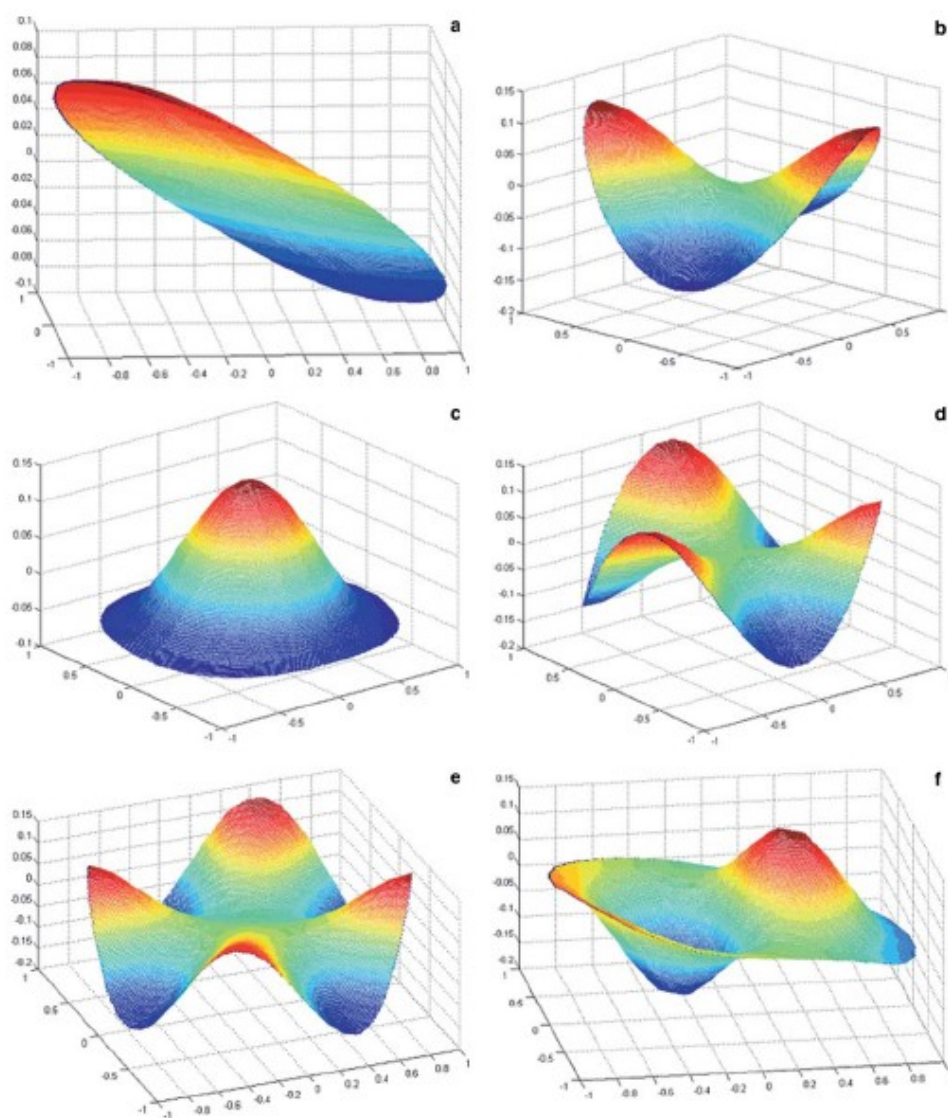
Come si diceva, il sisma agisce energizzando il fluido, inducendo una perturbazione dallo stato di quiete, che una volta vinta l'inerzia iniziale, comincia ad oscillare e, proprio per l'inerzia di una massa fluida così grande, esso non oscilla con la stessa frequenza con cui varia il terremoto, ma con una legge di spostamento di tipo sinusoidale più lenta. Per avere quantitativamente il dato sulla frequenza di oscillazione, basta calcolare la Fast Fourier Transformed (FFT), cioè la trasformata rapida di Fourier, delle leggi di movimento del baricentro. Le frequenze fondamentali del segnale di partenza sono individuate da un picco del tracciato della cosiddetta Power Spectral Density.

Se esaminiamo la FFT sul segnale del sisma, notiamo che il segnale è caratterizzato da uno spettro di frequenze variabile da 0 a fino a 60-70 Hz.

Per quanto riguarda la risposta complessiva della massa fluida, che come detto in questo studio è stata caratterizzata dall'analisi del moto del baricentro, dalle figure seguenti si trae il fondamentale dato che il fluido si muove sempre con la stessa frequenza pari a circa 0.3 Hz.

Per cui si può concludere che il sisma agisce perturbando lo stato di equilibrio del fluido, che poi oscilla secondo la sua pulsazione naturale.

In generale, i modi di vibrare del fluido sono  $n$ , come riportato in figura 7.20. Quello che però interessa in questi casi è sempre il primo, in quanto è quello che viene ad essere eccitato.

**Figura 7.20** *Modi di vibrare*

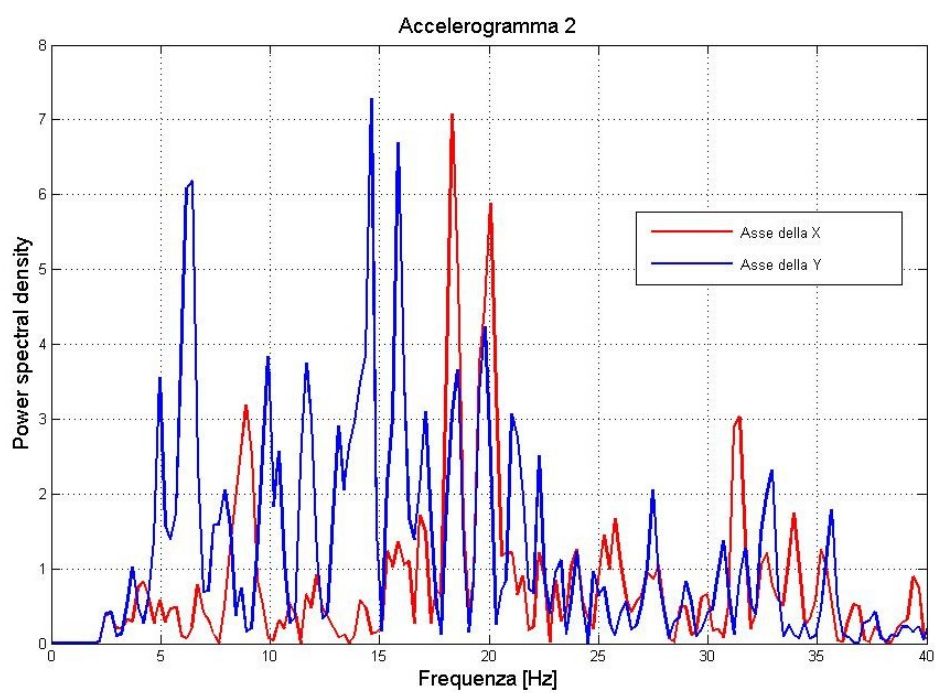


Figura 7.21

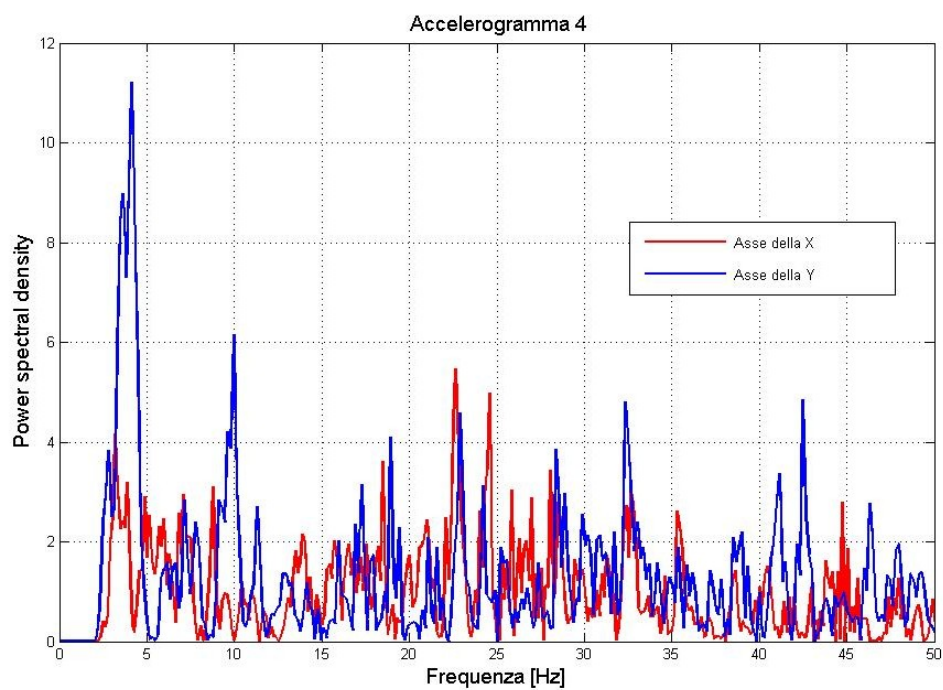


Figura 7.22

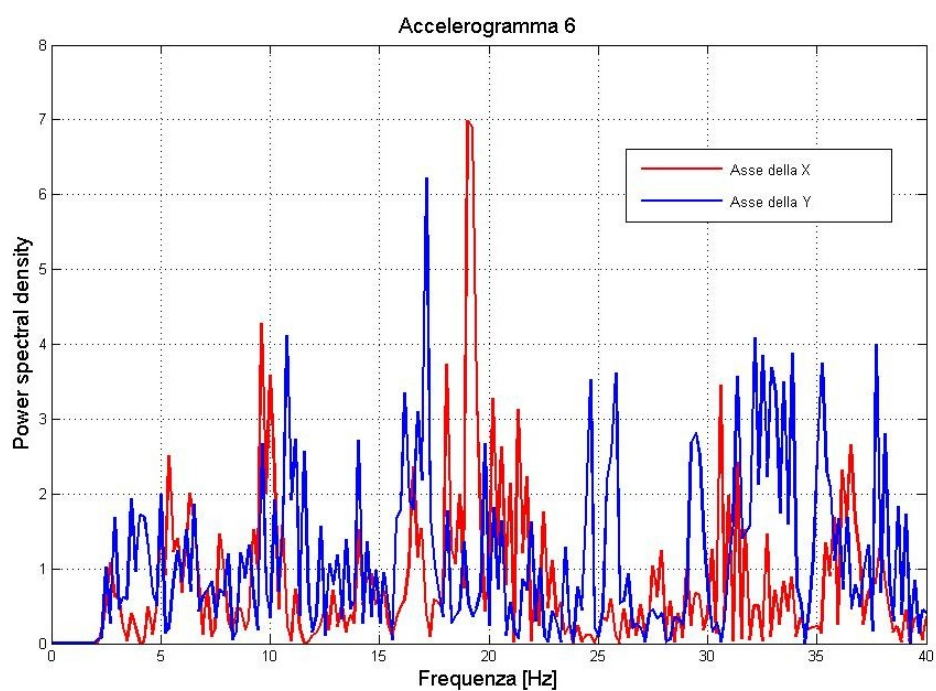


Figura 7.23

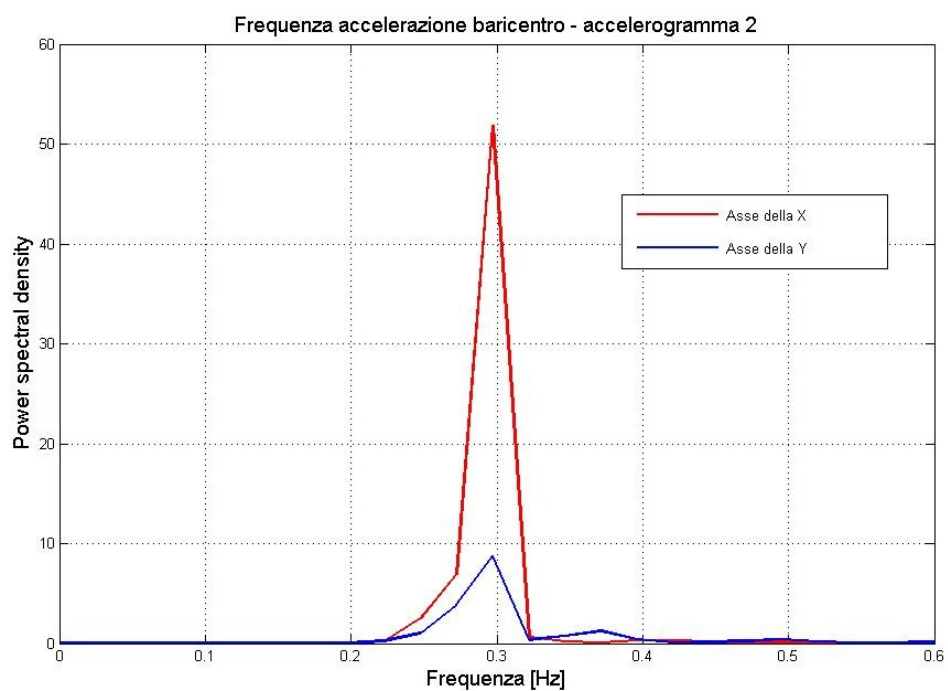


Figura 7.24



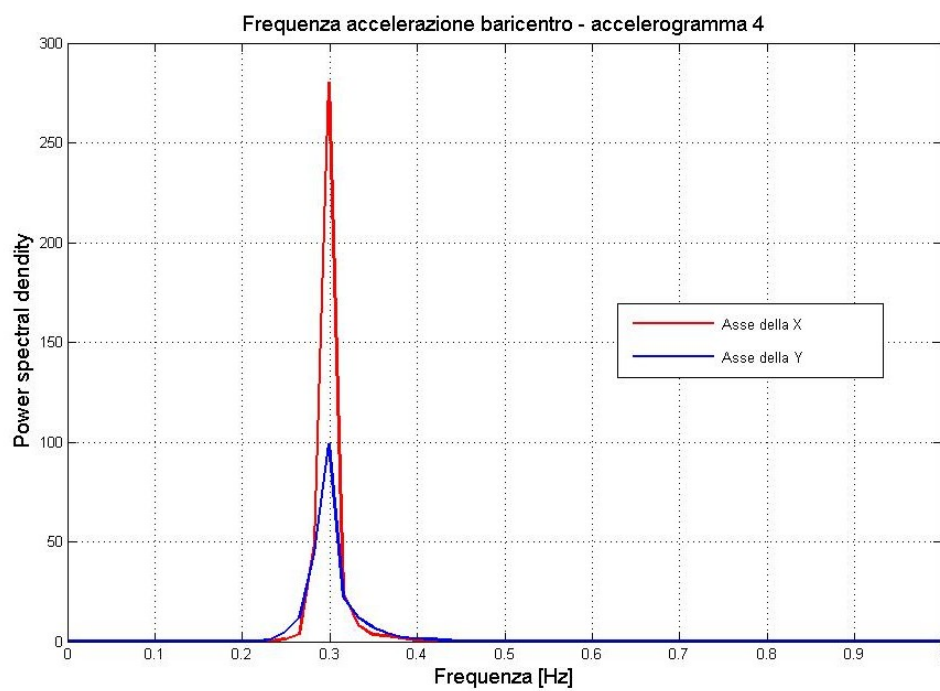


Figura 7.25

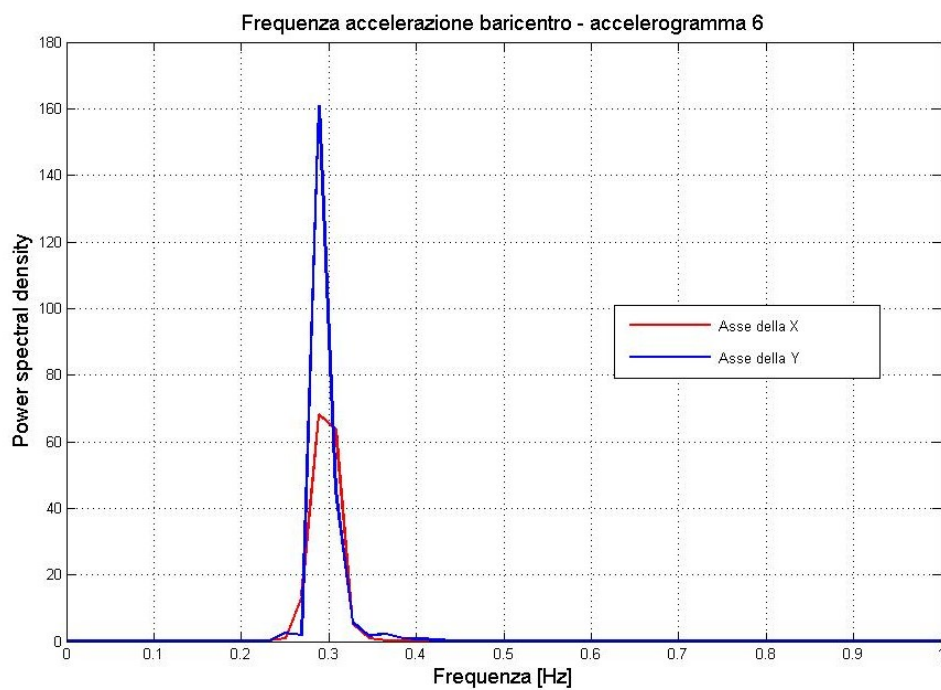


Figura 7.26

### *7.3.5 Andamento delle forze e dei momenti sul serbatoio*

Dal punto di vista della sicurezza dei serbatoi di stoccaggio, relativa all'evento sismico, c'è da valutare l'entità delle forze complessive scaricate sulla struttura e causate dal movimento del fluido. Il pericolo può derivare dalla possibilità che in alcuni istanti, per esempio, la spinta del liquido sul serbatoio superi la forza d'attrito statico, determinando lo strisciamento del serbatoio, con eventuale rottura dello stesso e/o distacco delle tubazioni collegate. Come detto nei precedenti capitoli, sono state monitorate le componenti della forza esercitata sul mantello e la forza verticale esercitata sulla base.

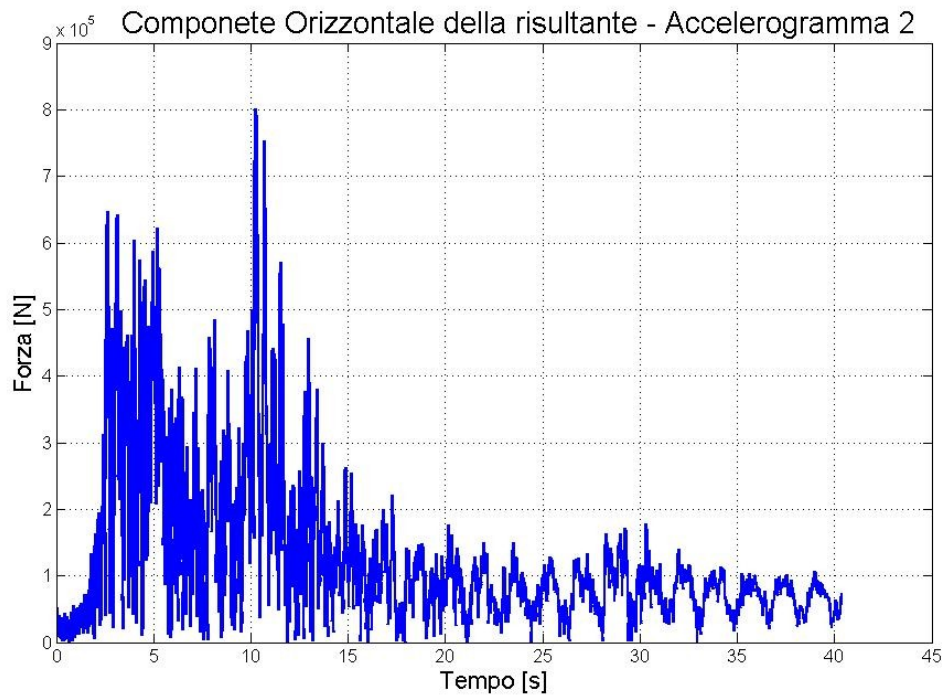
Nel primo caso, possiamo evincere dai diagrammi che l'andamento della forza orizzontale, dipende dal movimento della massa liquida. Più precisamente, nei casi in cui il liquido non subisce grandi spostamenti, l'andamento ricalca quello degli accelerogrammi, con dei picchi, causati dagli incrementi impulsivi di pressione, in corrispondenza della massima accelerazione impressa dal sisma. Nei casi in cui invece la massa liquida subisce spostamenti maggiori, che persistono per tutta la durata dell'evento, nel periodo iniziale si osserva un andamento del tipo precedente e successivamente, una volta che il liquido ha vinto l'inerzia iniziale e comincia ad oscillare, si osserva un andamento che ricalca quello del moto del baricentro, con dei valori della forza più grandi rispetto al tipo precedente nella seconda parte dell'evento.

Per quel che riguarda la componente verticale possiamo semplicemente dire che si registra un'oscillazione della stessa intorno ad un valore medio, pari naturalmente al peso del liquido, di ampiezza tanto più grande, quanto maggiore è l'ampiezza dello spostamento del fluido (valutata sempre rispetto al baricentro).

Se si calcola il rapporto tra la forza orizzontale e quella verticale, si può notare che si ottengono dei valori che sono sicuramente confrontabili con quelli di possibili valori per il coefficiente di attrito statico. La possibilità di strisciamento è da verificare probabilmente nella seconda parte dei tracciati riportati, cioè nella seconda parte dell'evento sismico, quando eventualmente il liquido comincia ad oscillare con ampiezze rilevanti, in quanto nella prima parte, i picchi nella forza orizzontale sono attribuibili ai picchi di pressione di carattere impulsivo, causati dal verificarsi della massima accelerazione imposta dal sisma, e dal movimento del liquido. In questa

situazione il rapporto tra le forze è dell'ordine di 0.1, che potrebbe essere proprio il valore del coefficiente di attrito statico, chiaramente dipendente dalla tipologia delle superfici a contatto (serbatoio-base di appoggio). Anche nel caso in cui il serbatoio fosse vincolato alla base, il calcolo di queste forze sarebbe interessante rispetto al dimensionamento dei vincoli, su cui si scaricherebbero le forze calcolate.

Per ciò che concerne i momenti, il loro andamento segue, come giusto che sia, quello delle relative forze. Si può vedere dalle figure che comunque la differenza, sempre valutata nella seconda parte, è di circa un ordine di grandezza, per cui, come era ovvio attendersi, il pericolo di ribaltamento o di sollevamento non sembra sussistere.



**Figura 7.27**



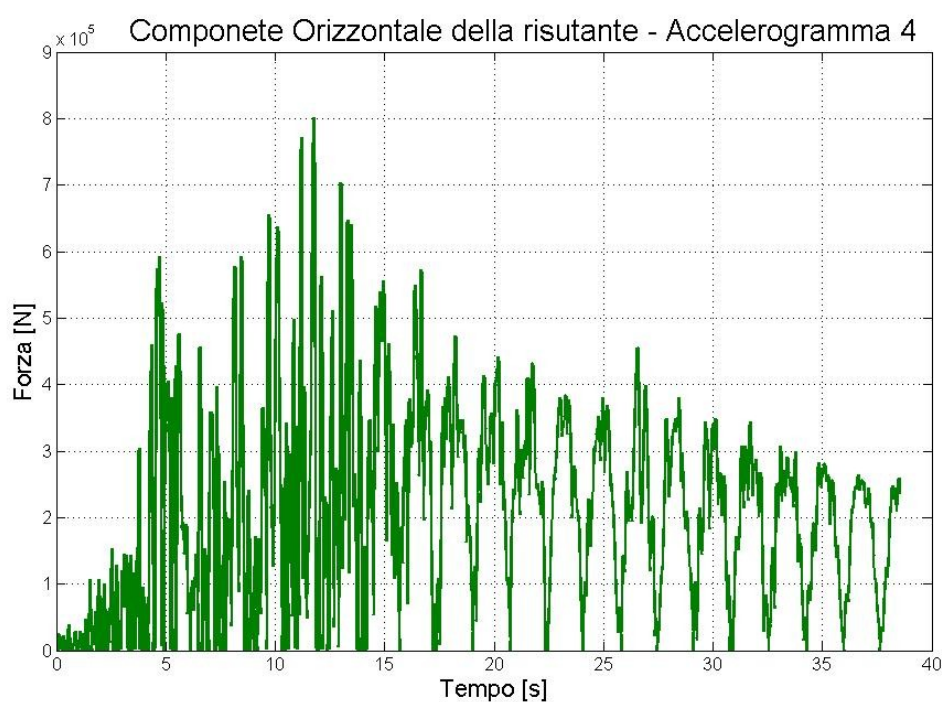


Figura 7.28

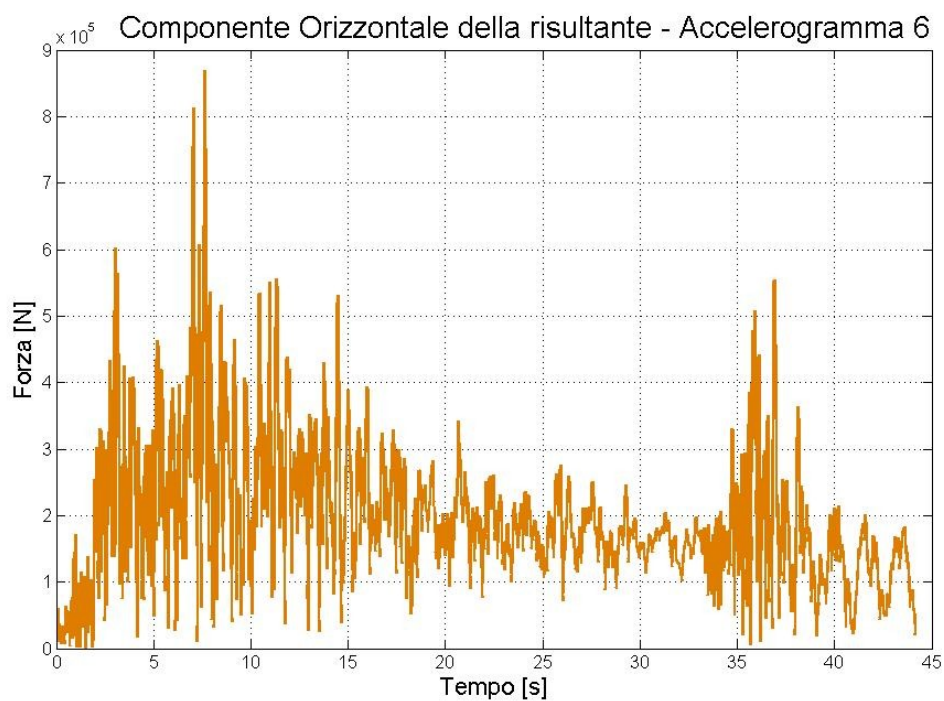


Figura 7.29

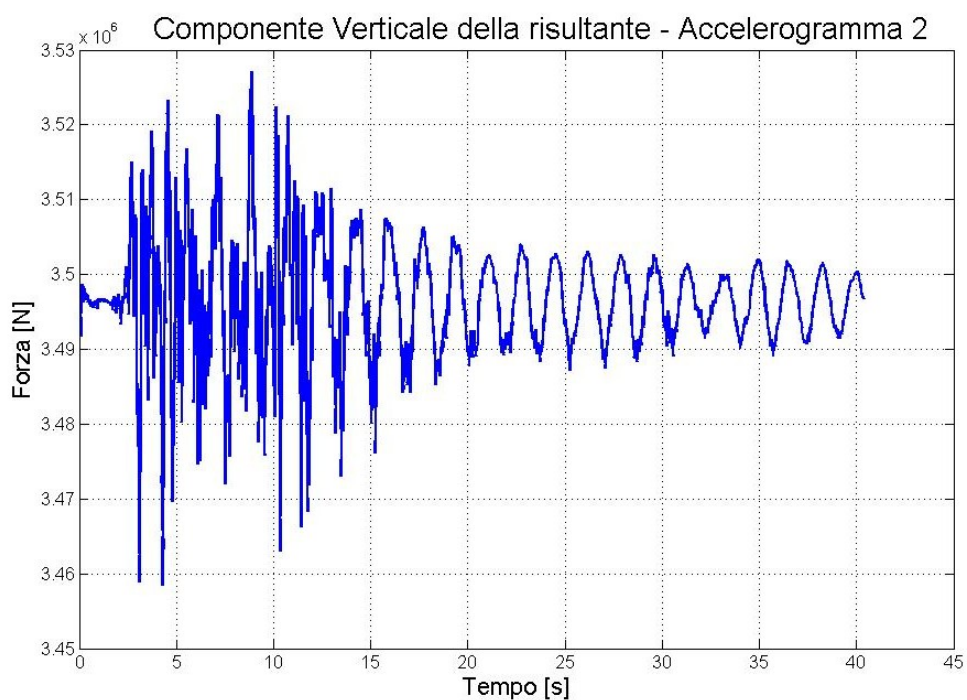


Figura 7.30

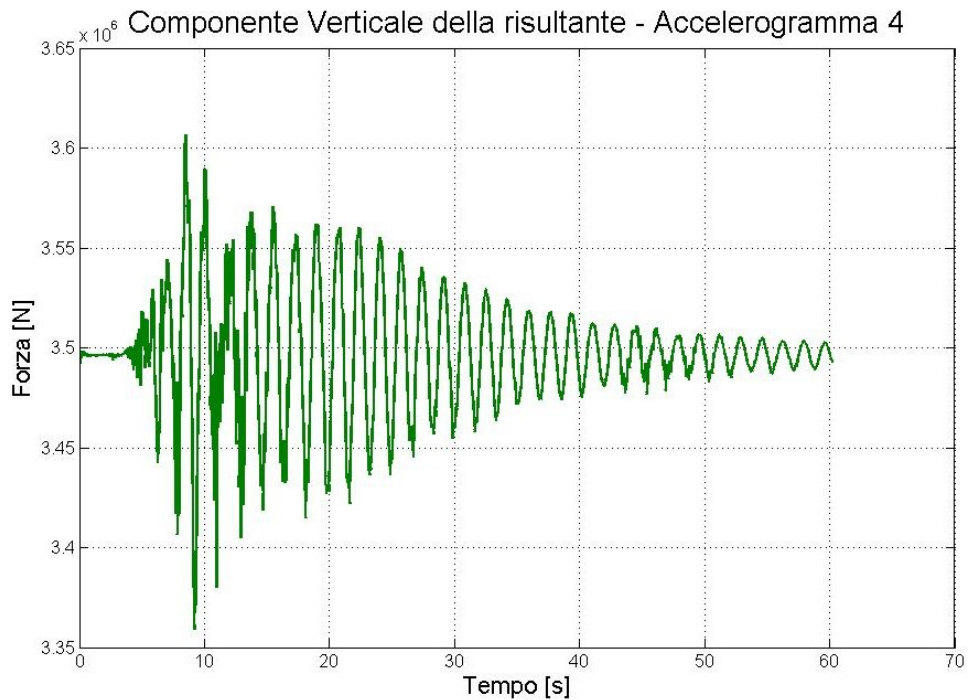


Figura 7.31

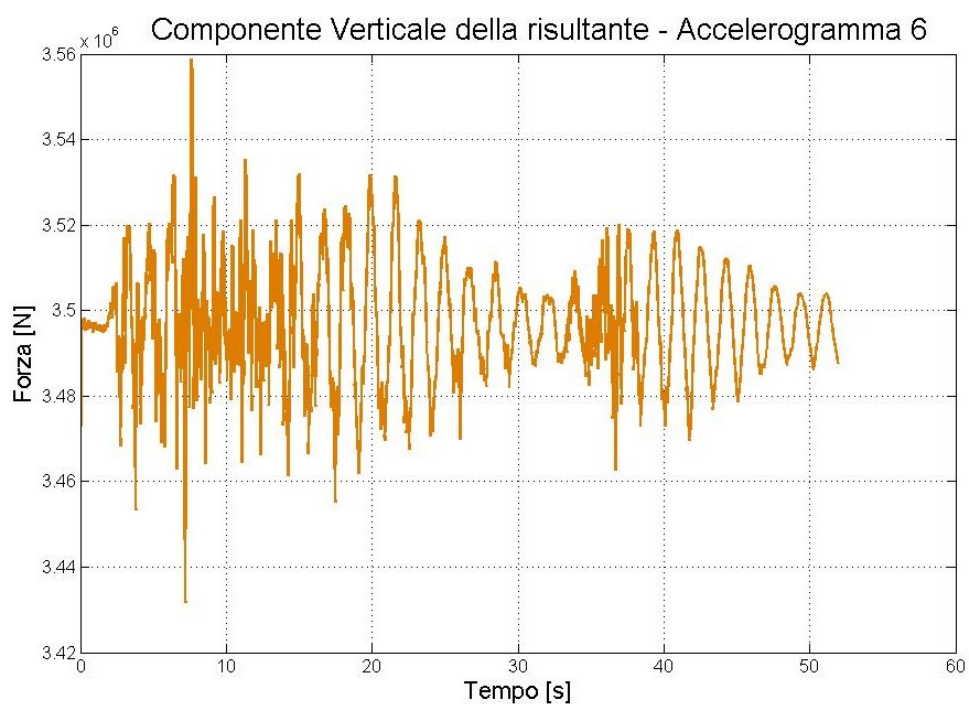


Figura 7.32

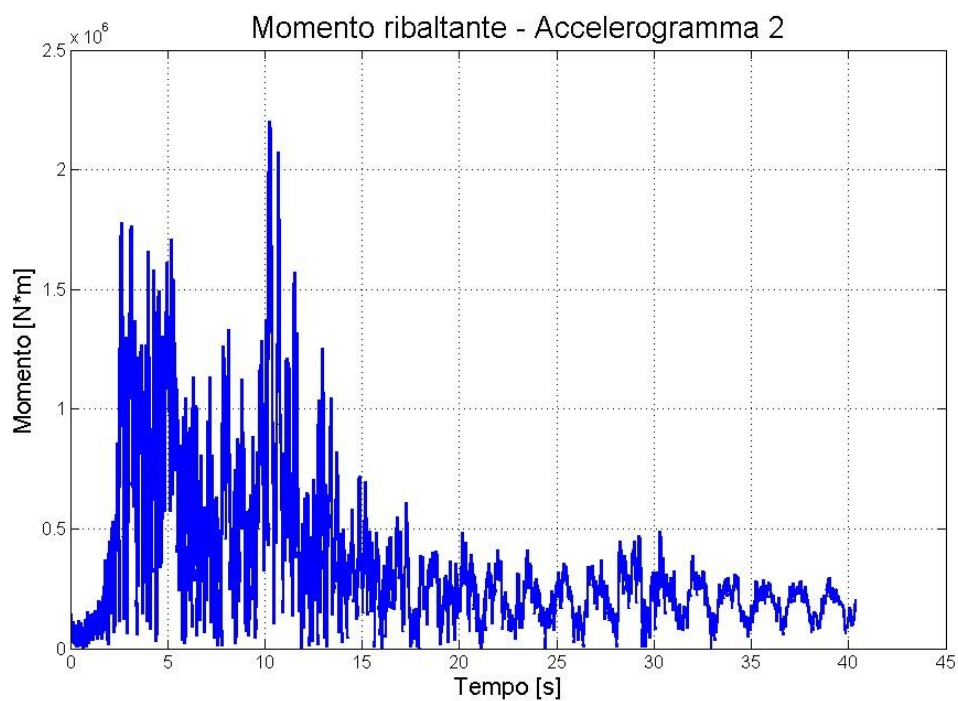


Figura 7.33

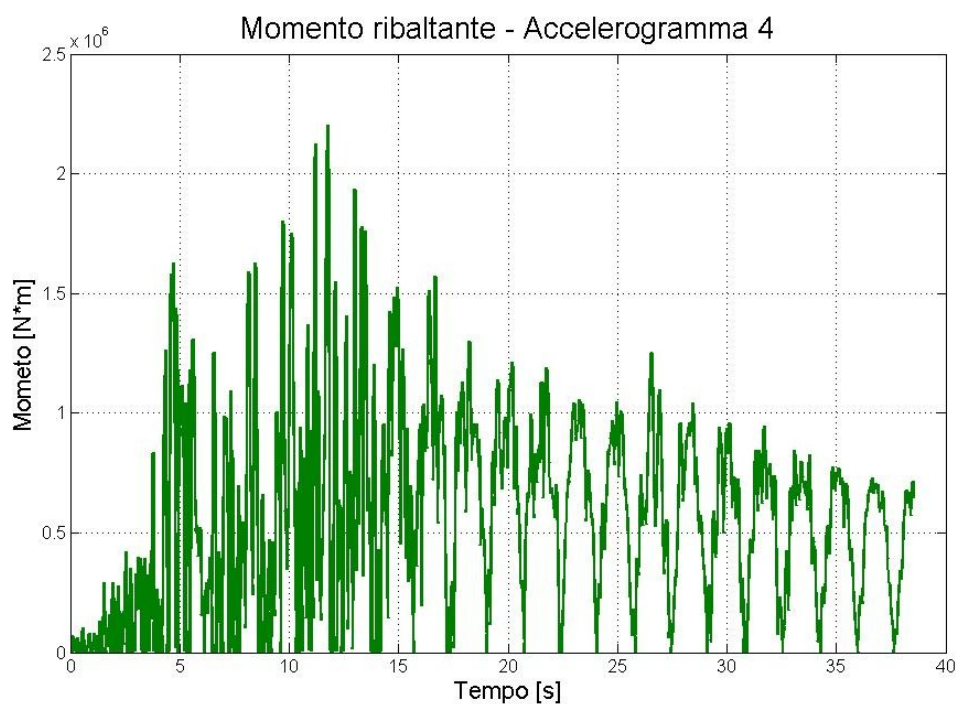


Figura 7.34

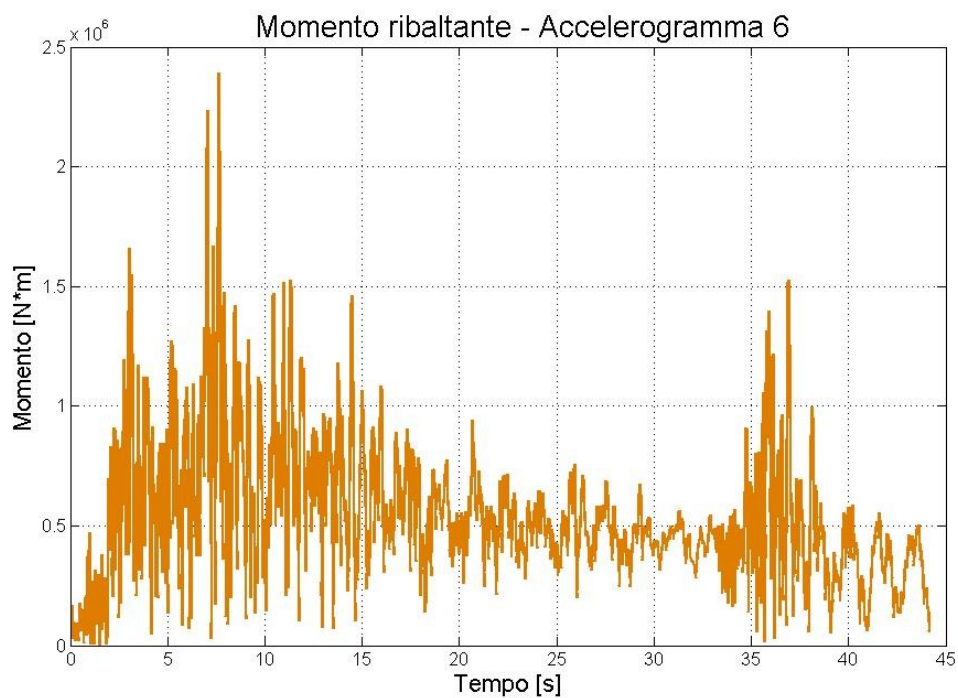


Figura 7.35



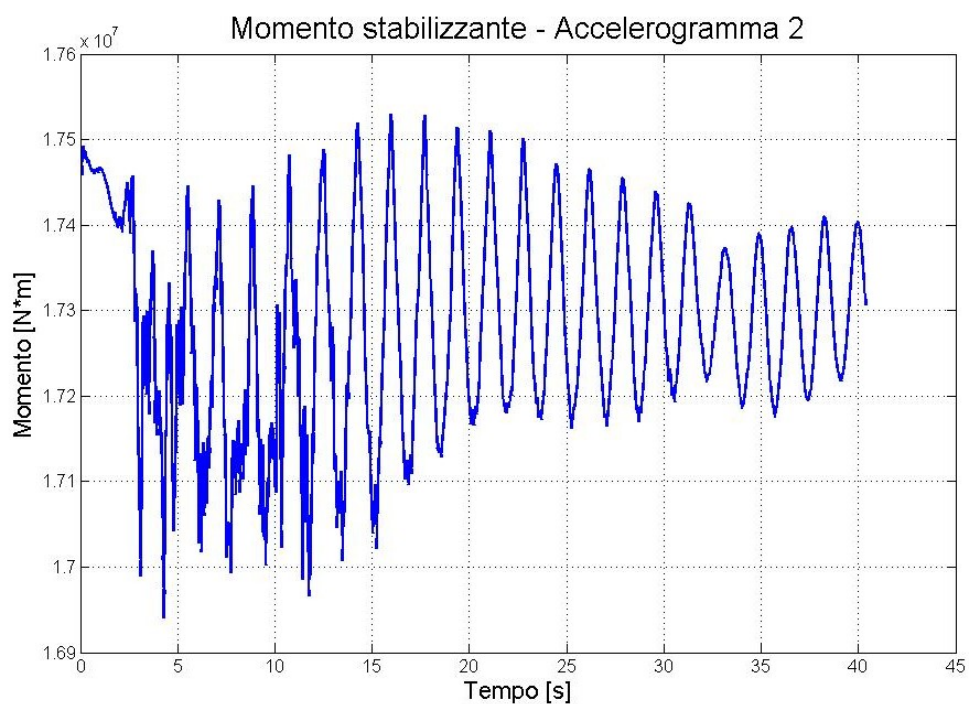


Figura 7.36

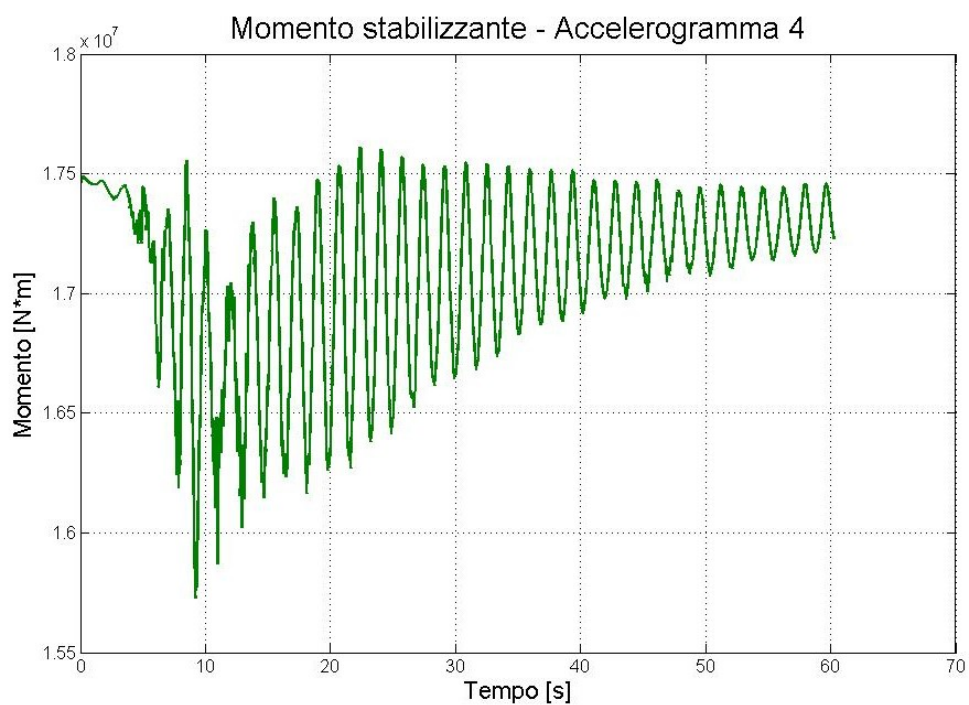
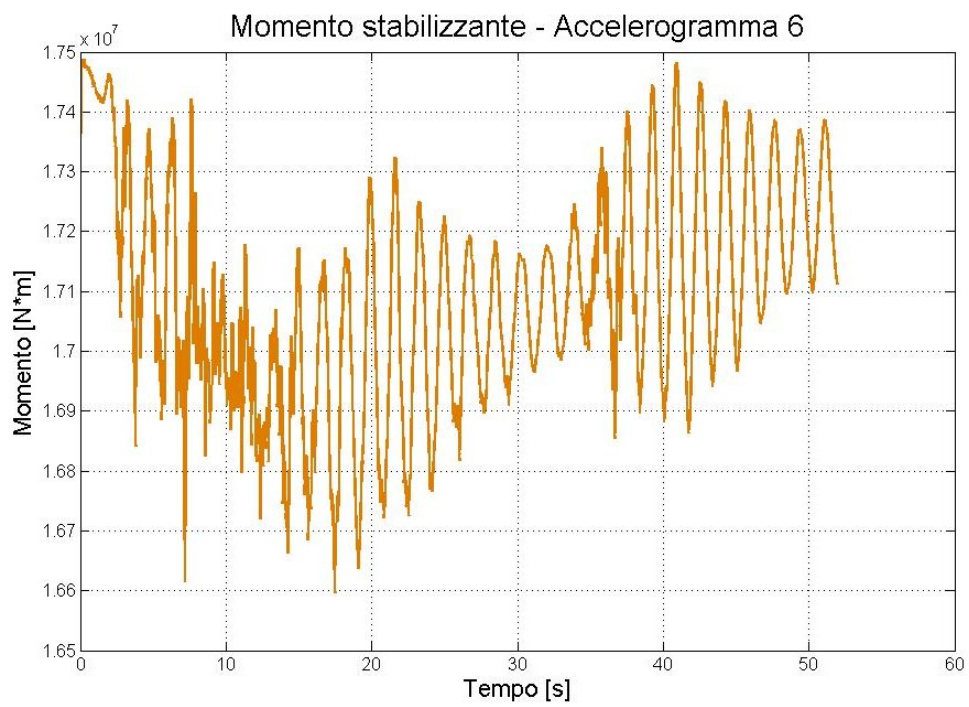


Figura 7.37

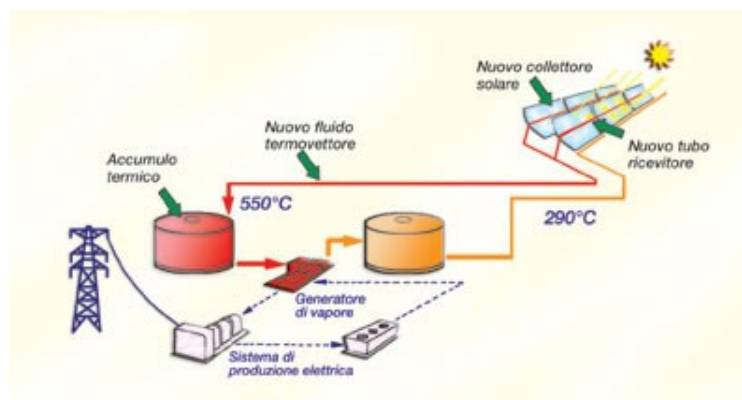
**Figura 7.38**

## Capitolo 8

### Simulazione di un serbatoio troncoconico per accumulo sali fusi

L'ENEA (Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile) è impegnata in un ampio programma di sviluppo e dimostrazione di alcune delle tecnologie disponibili per lo sfruttamento della fonte solare per la produzione di energia, tra cui quella del solare termodinamico, che consente di produrre calore ad alta temperatura mediante sistemi solari a concentrazione. Nell'impianto dimostrativo di recente realizzazione a Priolo Gargallo (CT) nell'ambito del progetto Archimede un ruolo importante lo hanno i serbatoio per l'accumulo dei Sali fusi.

Infatti il funzionamento di tale impianto prevede che gli specchi parabolici lineari concentrano la luce diretta del sole su un tubo ricevitore (dentro il quale scorre il fluido termovettore), che assorbe l'energia radiante e la converte in calore ad alta temperatura.



Il fluido riscaldato (a 550 °C) viene convogliato in un serbatoio "caldo", dove va a costituire l'accumulo di calore ad alta temperatura.

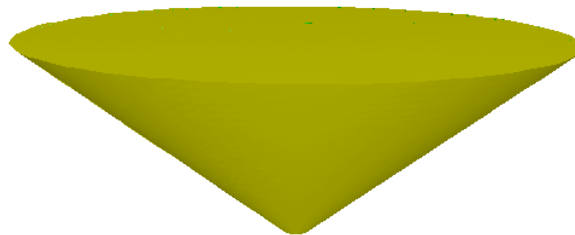
Dal serbatoio "caldo", il fluido è inviato ad uno scambiatore dove cede una parte di calore con il quale viene generato vapore che alimenta un sistema convenzionale di produzione di energia elettrica. Il fluido conclude la sua corsa nel serbatoio "freddo", a 290°C, da dove viene prelevato e re-immesso nel ciclo.

Lo scopo dell'accumulo termico è quello di compensare la discontinuità della sorgente solare, sia durante il giorno dovuta alla variabilità del tempo sia nel ciclo giorno-notte.

Invece nell'ambito del progetto ELIOSLAB un laboratorio pubblico privato finanziato con fondi pubblici dal MIUR (Ministero italiano dell'Università e della Ricerca) naturale l'evoluzione del progetto Archimede si è inteso accumulare i sali fusi con un serbatoio di forma tronconica. E in questo capitolo tratteremo proprio la schematizzazione di tale serbatoio per accumulo termico. Per la simulazione del terremoto abbiamo utilizzato l'accelerogramma-4 come detto nel capitolo 3. Inoltre si è considerato due livelli di riempimento il primo 10 m e il secondo di 14 m. E come fatto nel capitolo precedente presenteremo i risultati sottoforma di andamenti temporali della distribuzione di pressione, del moto del baricentro del fluido, della delle forze e dei momenti esercitati dal fluido sulla struttura e di quanto esso si sia sollevato.

### 8.1 Discretizzazione del serbatoio e impostazione delle simulazioni

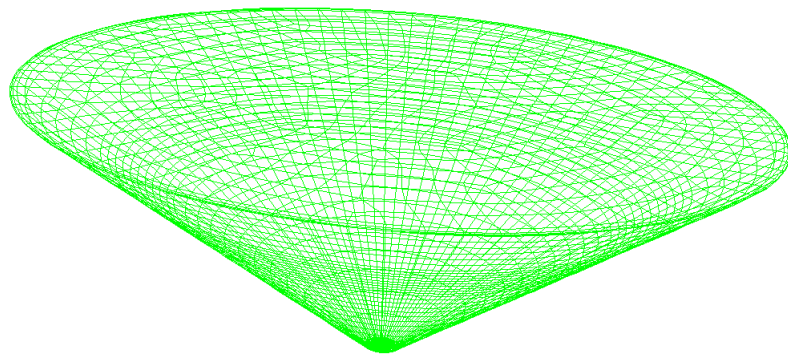
Allora consideriamo il serbatoio di accumulo termico per sali fusi completamente interrato, di forma troncoconica fig. 8.1, di dimensioni pari a: 15m di altezza, raggio della base inferiore 1 m, raggio della base superiore 20,5 m, inclinazione della superficie laterale rispetto alla verticale pari a 52,5°.



**Figura 8.1** Serbatoi di accumulo termico

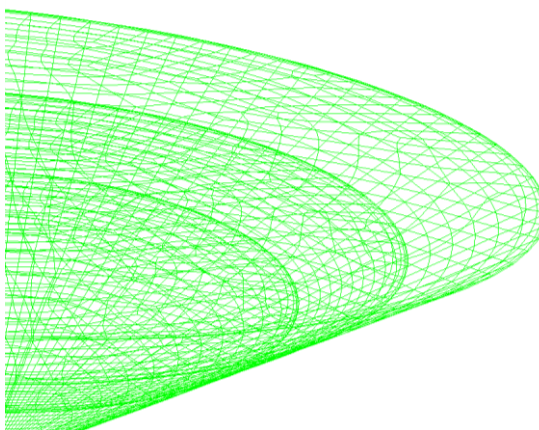


Con il programma Gambit è stata realizzata la griglia di calcolo. Il numero e la distribuzione delle celle nel volume è un fattore determinante per l'accuratezza della simulazione. Per questo motivo sono state effettuate delle simulazioni preliminari, al fine di valutare il numero di celle più adatto allo scopo. La scelta del numero di celle influisce in maniera rilevante sul costo computazionale. Considerando poi che il time-step di integrazione deve essere commisurato ai tempi caratteristici degli accelerogrammi utilizzati e considerando la durata degli stessi, mai inferiori a 30 s, si capisce che è necessario settare in maniera diligente il time-step e il numero di celle, per avere tempi di calcolo accettabili. In definitiva si è individuato in 25.536 per il serbatoio riempito a 10 m e in 29.016 per il serbatoio riempito a 14 m (fig. 8.2), un valore adeguato al tipo di problema.

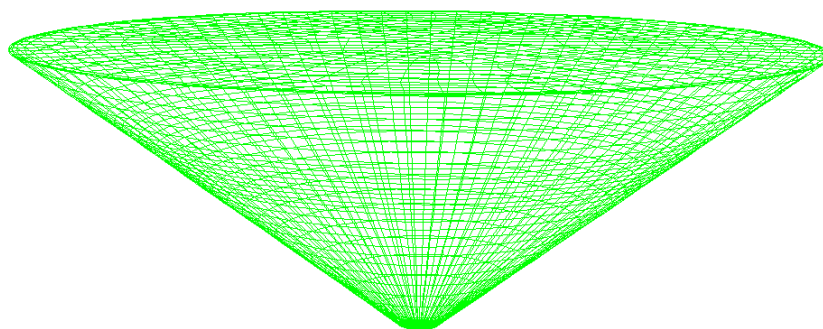


**Figura 8.2** Schema serbatoio suddiviso in celle di calcolo

La suddivisione in celle di calcolo non è stata omogenea per tutto il serbatoio, perché un infittimento delle stesse in alcune parti è stato necessario per la corretta simulazione dei fenomeni all'intero dello strato limite e della superficie libera. Possiamo vedere l'infittimento delle celle a ridosso della parete in fig. 8.3 e l'infittimento delle celle in prossimità del pelo libero, che si troverà una volta a 10 m ed un'altra a 14 m di altezza fig. 8.4.



**Figura 8.3** *Infittimento delle celle alla base*



**Figura 8.4** *Infittimento delle celle in corrispondenza del pelo libero*

I sali fusi considerati ( $\text{KNO}_3 - \text{NaNO}_3$ ) si trovano ad una temperatura di  $550^\circ\text{C}$ , le cui caratteristiche per altro sono riportate nella banca dati di Fluent e sono:

	Sali fusi
Densità [ $\text{Kg/m}^3$ ]	1730
$C_p$ [ $\text{J/Kg-K}$ ]	1535
Conduttività termica [ $\text{W/m-K}$ ]	0.545
Viscosità [ $\text{kg/m-s}$ ]	0.00125
Peso molecolare [ $\text{kg/kg-mol}$ ]	18.0152
Stato standard dell'entalpia [ $\text{J/kg-mol}$ ]	$-2.858412 \cdot 10^8$
Temperatura di riferimento [K]	298

Abbiamo considerato quindi due fasi presenti all'interno del serbatoio, una liquida data appunto di sali fusi ed un'aeriforme costituita da aria.

Le simulazioni sono state condotte in regime transitorio utilizzando il modello di turbolenza k-epsilon ed utilizzando ovviamente l'algoritmo Volume of fluid. La pressione all'interno è quella atmosferica ed abbiamo considerato l'effetto della forza peso sul nostro sistema. Abbiamo impostato un time-step pari a un millesimo di secondo. Tutti questi valori sono stati testati con varie prove di verifica.

## 8.2 Variabili fisiche monitorate

### 8.2.1 Pressione puntuale

Abbiamo diviso il serbatoio riempito in quattro piani denominandoli:

Livello 0 → la base inferiore del serbatoio (piano xy di riferimento)

Livello 1 → il piano passante per  $z_1=5$  [m],  $z_2=7$  [m] e parallelo al piano xy

Livello 2 → il piano passante per  $z_1=10$  [m],  $z_2=14$  [m] e parallelo al piano xy

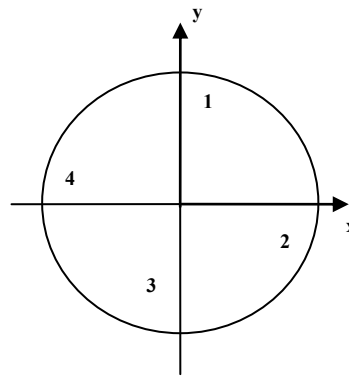
Livello 3 → la base superiore del serbatoio e parallelo al piano xy

$z_1$  rappresenta la coordinata del serbatoio riempito a 10 m

$z_2$  rappresenta la coordinata del serbatoio riempito a 14 m

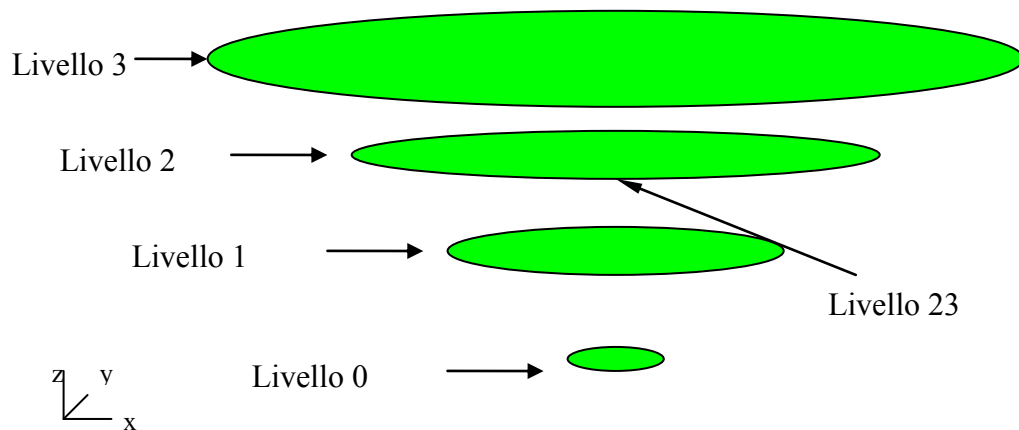
Da notare che il livello 1 rappresenta il piano passante esattamente per la superficie libera del fluido.

Poi per ogni piano siamo andati a definire 4 punti fissandoli partendo dal verso positivo della y in senso orario ossia nell'intersezione tra gli assi cartesiani x e y con il mantello del serbatoio come mostrato in fig. 8.5



**Figura 8.5** Posizione dei punti per la registrazione della pressione

Così facendo sono stati definiti complessivamente 16 punti in cui è stata monitorata per tutta la durata della simulazione la variazione di pressione (fig. 8.6). Facciamo un esempio: il Livello 23 indica il punto presente nel secondo piano nella posizione 3.

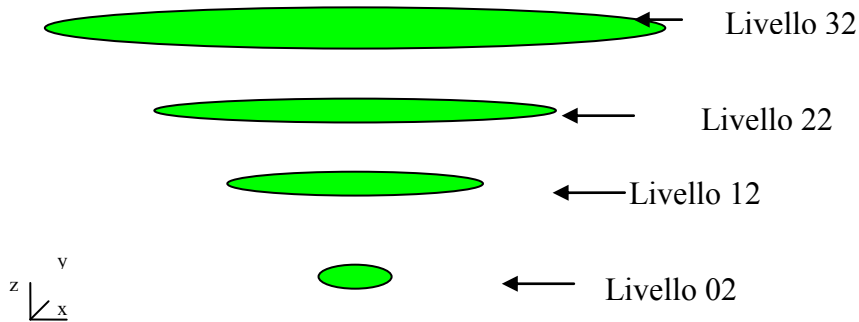


**Figura 8.6** Tutti i punti monitorati

### 8.2.2 Distribuzione di pressione

La suddivisione fatta ci permette di monitorare per ogni piano come varia la pressione durante la simulazione nei quattro punti caratteristici. Ma l'aspetto importante di questa suddivisione è quello di poter monitorare come varia la

pressione verticalmente determinando di fatto una distribuzione di pressione istante per istante (fig. 8.7).



**Figura 8.7** Punti per il rilevamento della distribuzione di pressione

### 8.2.3 Forze esercitate dal fluido sul serbatoio

Quando la massa liquida è a riposo la forza agente è ovviamente quella gravitazionale. Nel momento in cui si verifica il sisma alla massa viene impressa un'accelerazione, di conseguenza potremo dire che la risultante delle forze agenti sulla massa liquida durante il sisma è data dalla somma di quella gravitazionale e quella derivante dal sisma:

$$\vec{F}_{risultante} = \vec{F}_G + \vec{F}_{sisma}$$

L'accelerazione data al fluido dal sisma è evidentemente l'azione eccitante del moto, mentre la forza peso agisce da smorzatore.

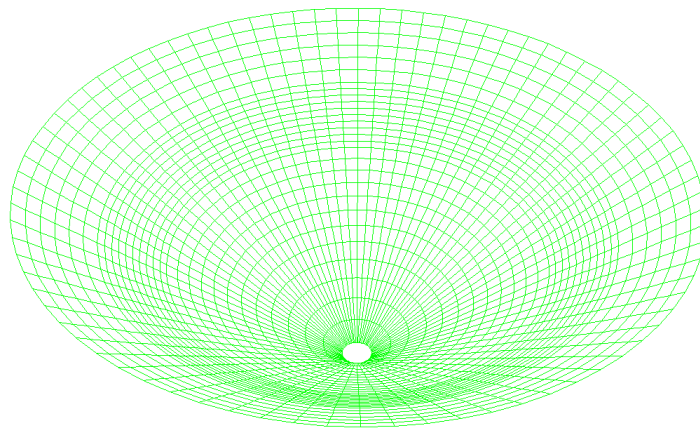
Oltre alla registrazione delle pressioni puntuali, è interessante valutare l'andamento delle azioni risultanti che il fluido esercita durante il movimento sul serbatoio. La forza risultante esercitata dal fluido può essere scomposta in una componente verticale, agente sulla base inferiore, ed in una componente agente

ortogonalmente al mantello. Con Fluent è possibile calcolare l'integrale di pressione su di una superficie:

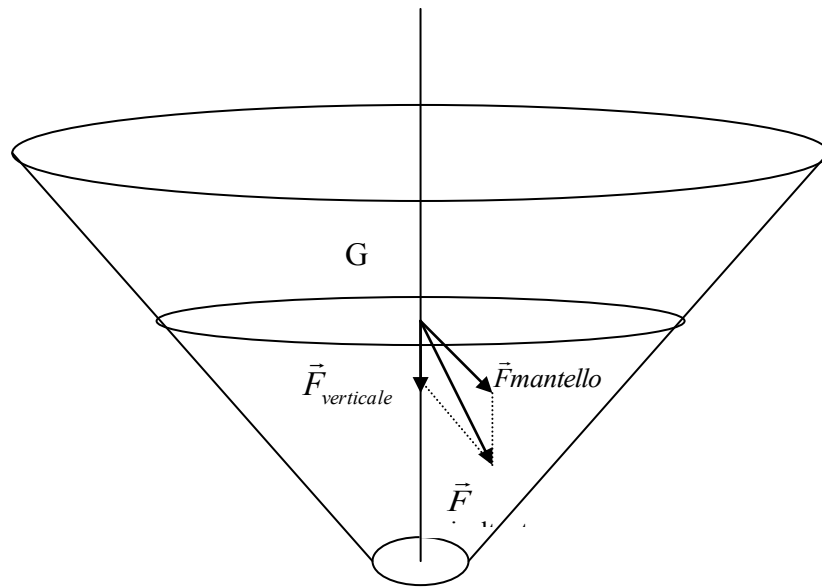
$$\int_S P dA$$

Quindi è stato calcolato istante per istante il modulo di  $\vec{F}_{mantello}$  secondo l'equazioni 5.1 dove l'integrale di pressione è stato calcolato sul mantello (fig. 8.8) del nostro serbatoio.

$$|\vec{F}_{mantello}| = \int_{Mantello} P dA \quad (8.1)$$



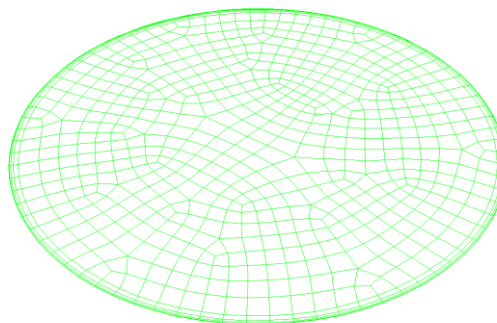
**Figura 8.8** Mantello del serbatoio



**Figura 8.9** Scomposizione della  $\vec{F}_{risultante}$

Allo stesso tempo è stato calcolato istante per istante l'integrale di pressione sulla base (fig. 8.10) del nostro serbatoio, ottenendo così il modulo della componente verticale della Forza Risultante (vedi fig. 8.9).

$$|\vec{F}_{verticale}| = \int_{Base} P dA \quad (8.2)$$



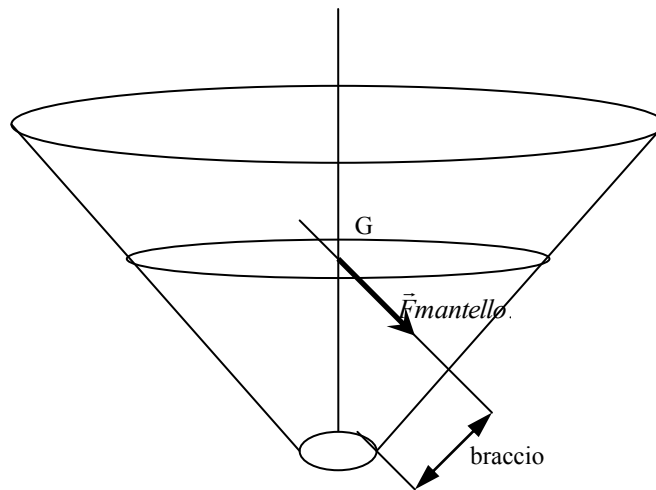
**Figura 8.10** Base del serbatoio

### 8.2.4 Momento ribaltante

Il momento ribaltante è dato dalla forza sul mantello per il braccio calcolato rispetto ad un polo.

Per il calcolo del momento ribaltante è stato scelto istante per istante un punto della circonferenza della base come polo fig. 8.11, il braccio è dato dalla minima distanza tra la retta d'azione della forza agente sul mantello e il polo.

Essendo la coordinata  $z$  del baricentro pressoché costante il braccio del momento ribaltante avrà valore costante e pari a 4,47 m per il serbatoio riempito a 10 m e 6,30 m per quello riempito a 14 m.



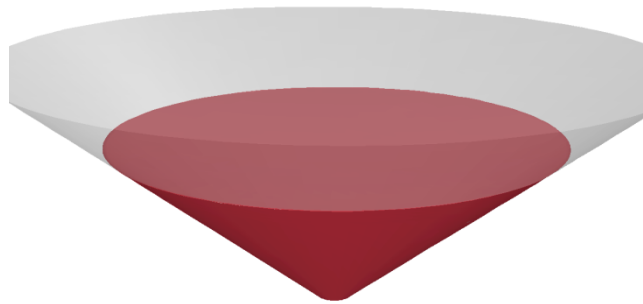
**Figura 8.11** Braccio del momento ribaltante

### 8.2.5 Altezza massima e baricentro del fluido

Un'altra grandezza interessante da monitorare è l'altezza massima che il fluido raggiunge durante il fenomeno sismico, questo per verificare se il fluido traboccasse dal serbatoio. Dai risultati ottenuti si evince che la differenza di altezza del fluido risulta irrilevante rispetto alle dimensioni stesse del serbatoio ed è stata quindi trascurata in questa trattazione.



Il calcolo dell'altezza massima non è presente in Fluent. Si è allora proceduto sfruttando la caratteristica di Fluent di poter implementare delle sub-routine definite da noi (UDF). Così si è redatto un programma, in linguaggio di programmazione in C, basato su di un ciclo iterativo in cui per ogni time-step si calcola la quota (nel nostro caso è il valore della  $z$ ) di tutte le celle di calcolo contenente solo la fase liquida. A questo punto si registra la quota maggiore fra tutte le quote delle celle di calcolo contenenti solo la fase liquida. Un esempio di quanto detto è riportato nella fig. 8.12 che è stata prodotta da Fluent per un time-step.



**Figura 8.12** Immagine da *Fluent*

E' rilevante il calcolo della posizione del baricentro che non è presente in Fluent come funzione base. Anche qui allo stesso modo di prima definendo una sub-routine in cui in ogni time-step si applicano le seguenti formule per il calcolo della posizione istantanea del baricentro:

$$\begin{aligned}
 X_G &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{M} \\
 Y_G &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i m_i}{M} \\
 Z_G &= \frac{\sum_{i=1}^n z_i m_i}{M}
 \end{aligned}
 \tag{8.3}$$

dove:  $(x_i, y_i, z_i)$  rappresentano le coordinate cartesiane del centro della  $i$ -esima cella di calcolo;  $m_i$  rappresenta la massa contenuta nella  $i$ -esima cella di calcolo;  $M$  rappresenta la massa totale di fluido presente nel serbatoio: per il suo calcolo si è proceduti semplicemente nell'applicazione della seguente formula:

$$M = \rho V \tag{8.4}$$

$\rho$  = è la densità dei sali fusi

$V$  = volume occupato dai sali fusi

La scelta di monitorare come varia la posizione del baricentro è stata fatta nell'ottica di poter sapere:

- Il punto di applicazione istantaneo della risultante delle forze. Una stima della velocità massima e dell'accelerazione massima del nostro liquido.
- Il momento ribaltante dovuto al moto del fluido.

### 8.3 Analisi dei risultati

In questo paragrafo vengono presentati i risultati delle simulazioni effettuate:

- Andamento della distribuzione di pressione
- Movimento del baricentro del fluido
- Analisi delle frequenze
- Andamento delle forze e del momento sul serbatoio
- Altezza massima del sollevamento del pelo libero

#### 8.3.1 Andamento della distribuzione di pressione

La distribuzione di pressione puntuale è uno dei dati più significativi in quanto rappresenta il dato immediatamente confrontabile con eventuali dati sperimentali ricavati da misure effettuate sul sistema reale. I dati graficati riportano i valori della pressione relativa. Dall'analisi dei diagrammi sotto riportati si possono trarre molteplici considerazioni:

1. L'andamento della pressione nel tempo, che parte da  $t=0$  s dal valore della pressione idrostatica per il fluido in quiete, ricalca l'andamento dell'accelerogramma.
2. L'ampiezza di oscillazione si riduce man mano che ci si sposta dalla base verso il pelo libero.
3. In corrispondenza del livello medio, che coincide con il livello di riempimento in quiete, ovviamente la pressione per alcuni periodi di tempo, precisamente quando il fluido scende sotto tale livello, si annulla.
4. La massima variazione di pressione, che si registra per il livello inferiore come detto al punto 2, può essere anche del 30% circa per il serbatoio riempito a 10 m e del 33% circa per il serbatoio riempito a 14 m rispetto al valore della pressione idrostatica.

Pressione puntuale y positive-serbatoio 10 m

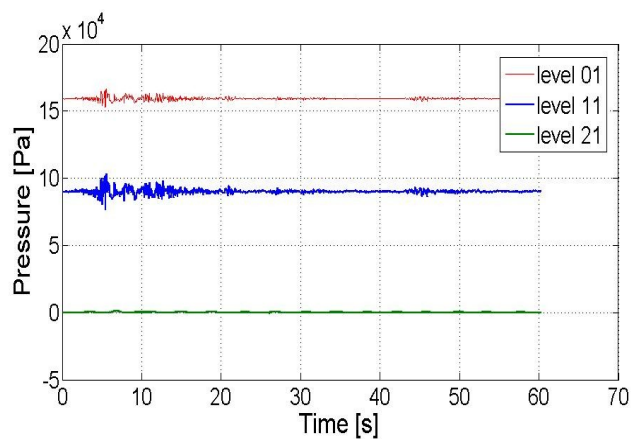


Figura 6.1

Pressione puntuale x positive-serbatoio 10 m

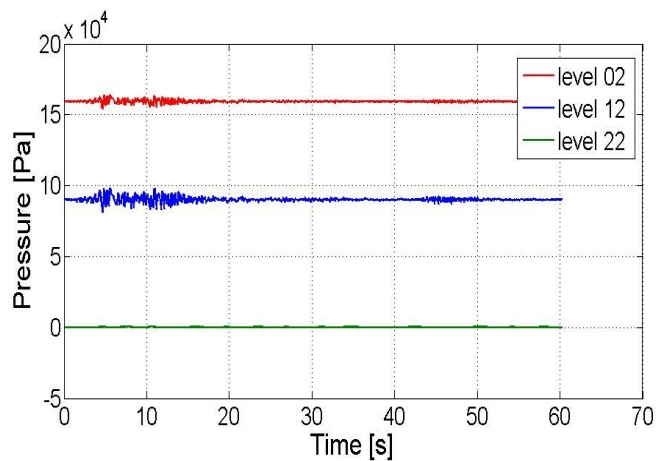


Figura 6.2

Pressione puntuale y negative-serbatoio 10 m

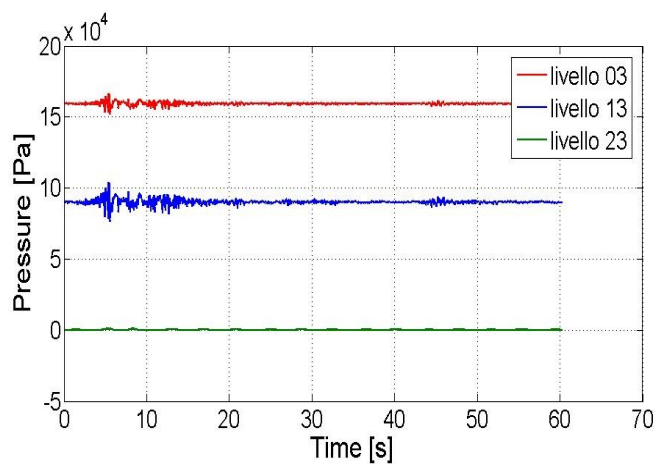


Figura 6.3

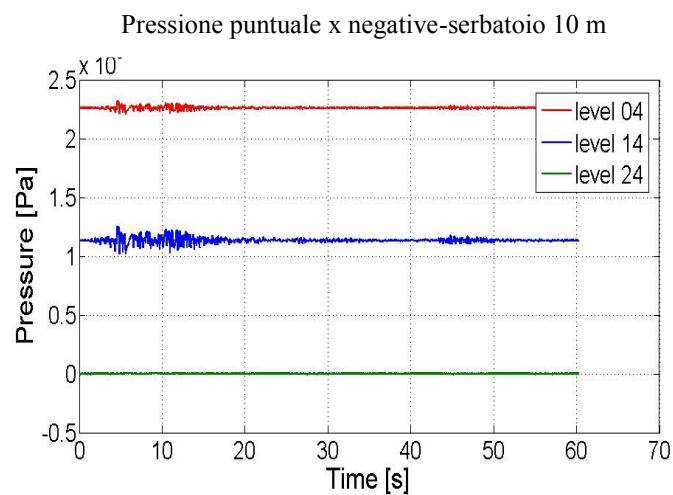


Figura 6.4

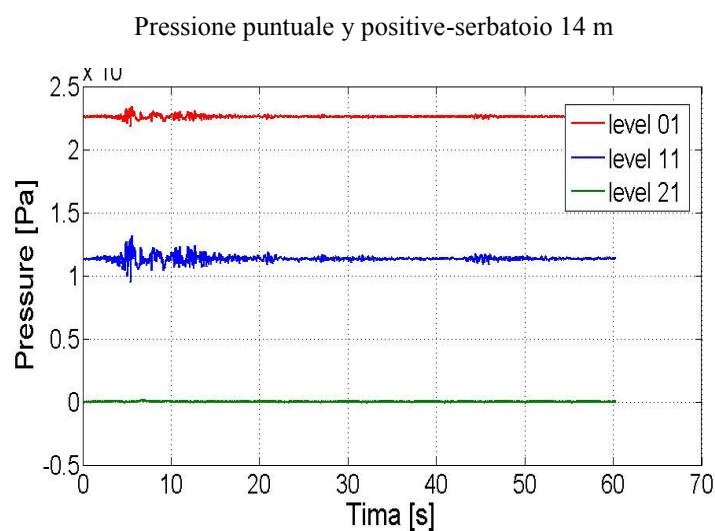


Figura 6.5

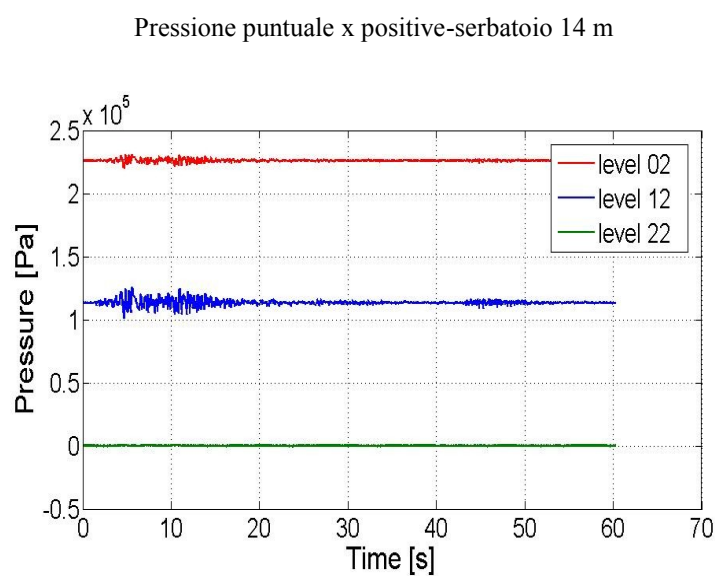


Figura 6.6

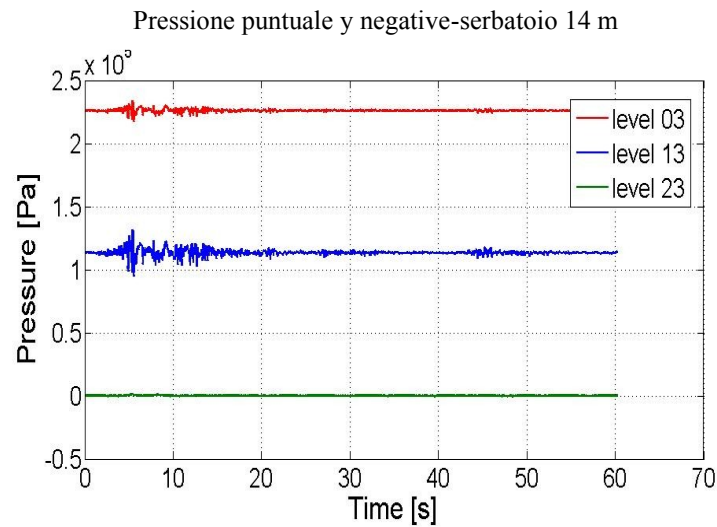


Figura 6.7

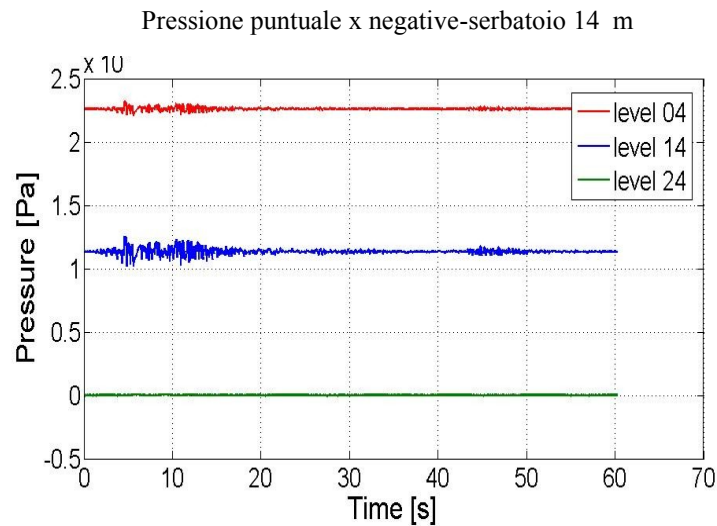


Figura 6.8

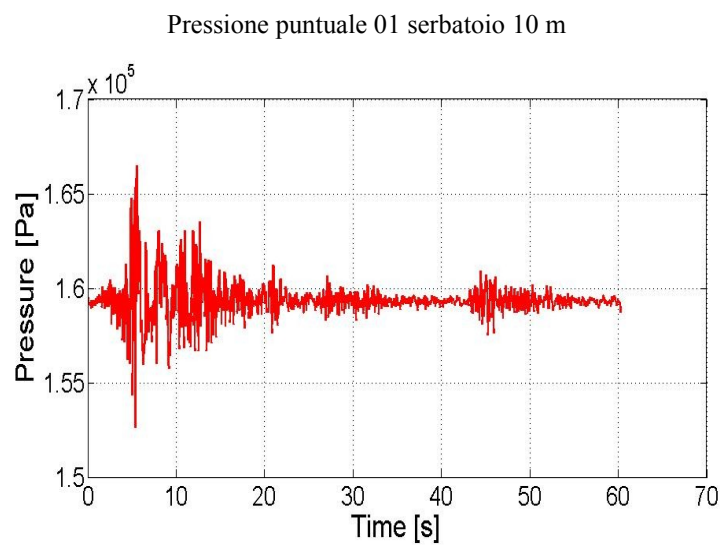
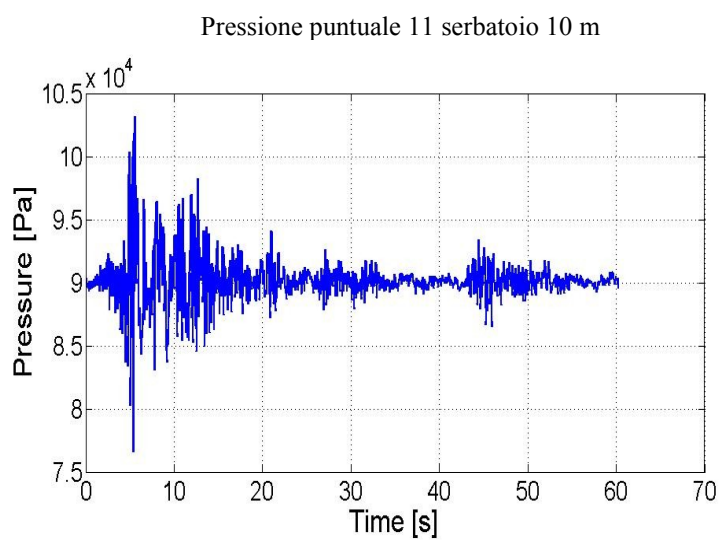
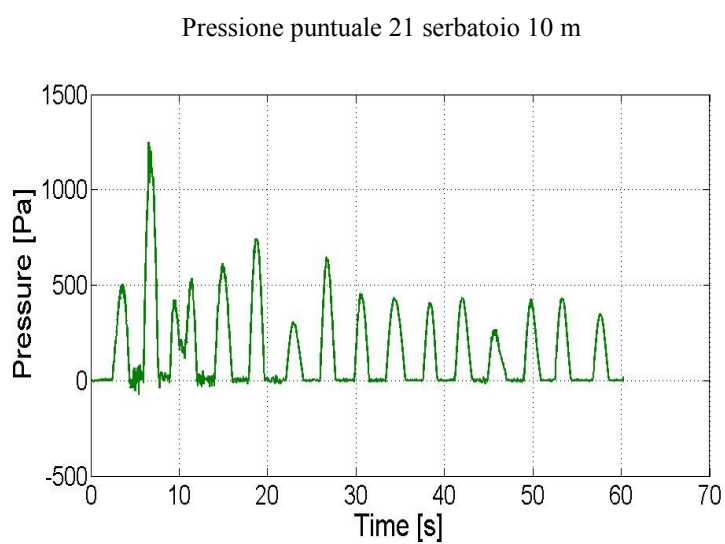
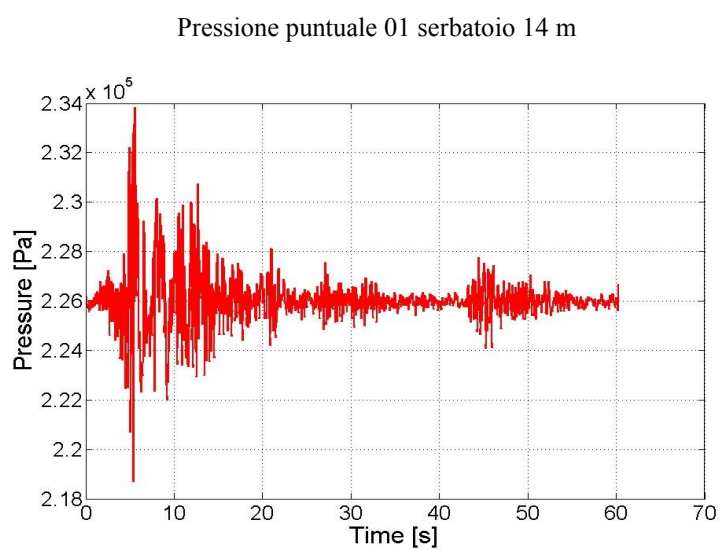


Figura 6.9

**Figura 6.10****Figura 6.11****Figura 6.12**

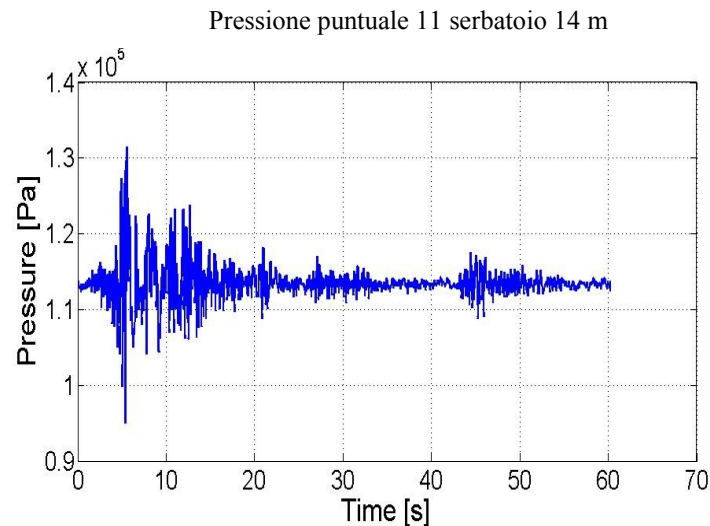


Figura 6.13

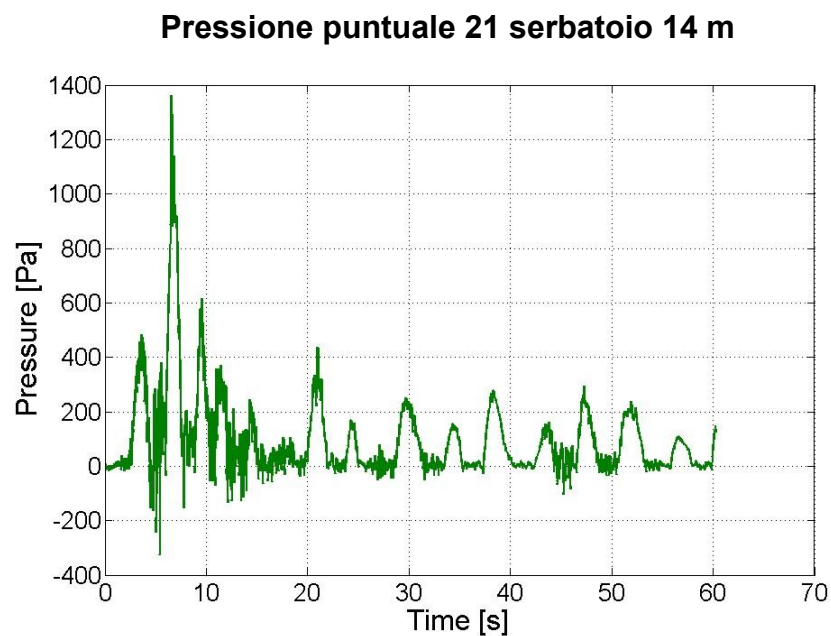


Figura 6.14

### 8.3.2 Movimento del baricentro del fluido

Un grafico utile a giudicare il movimento della massa fluida, a prescindere dall'eventuale animazione della simulazione, è rappresentato dallo spostamento del baricentro del fluido.

Come quanto riportato nel par. § 7.3.2 si riportano i grafici ottenuti:



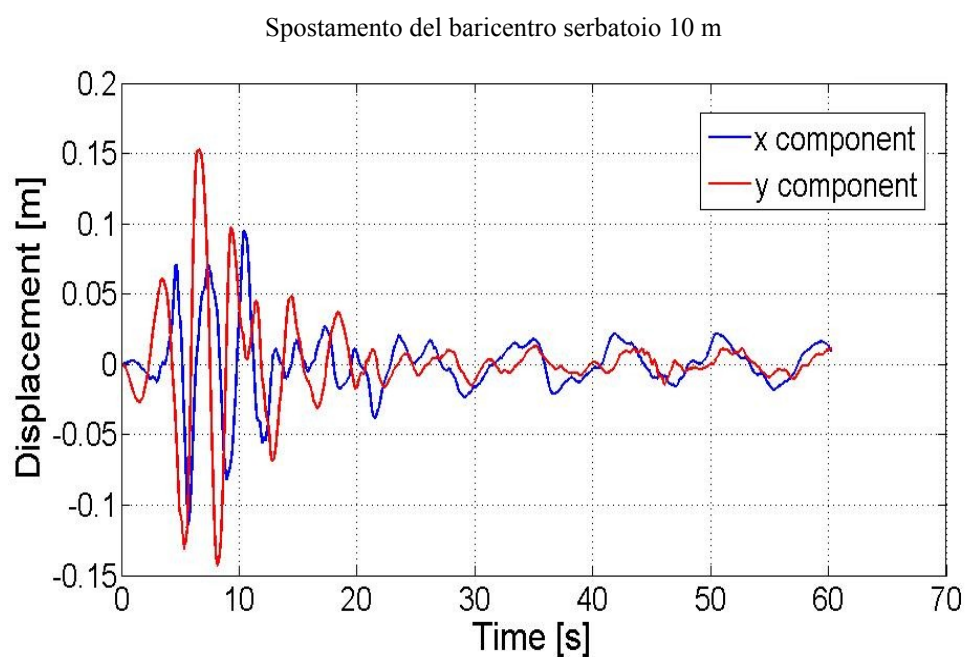


Figura 6.15

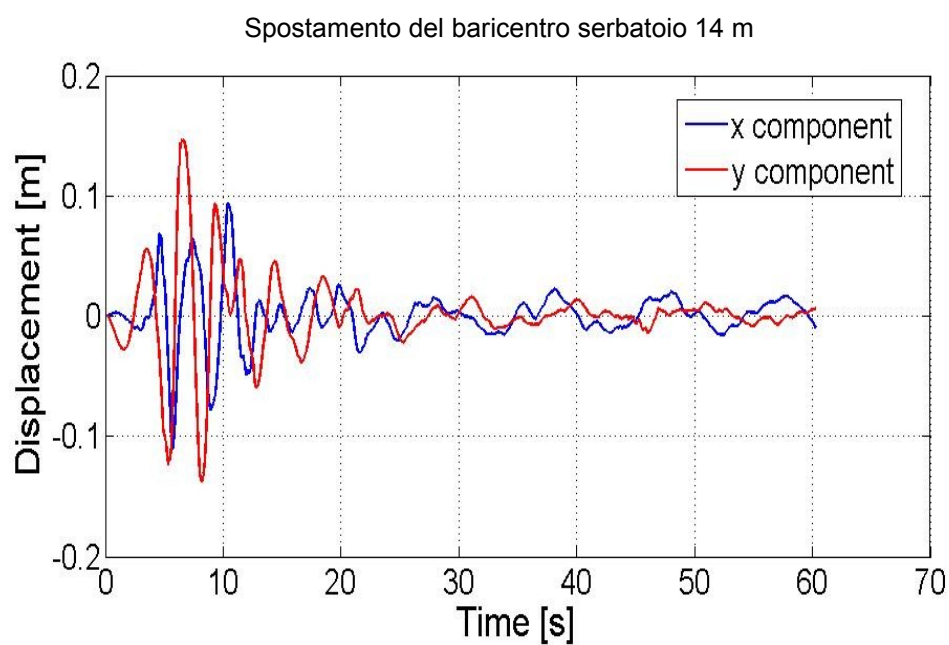


Figura 6.16

### 8.3.3 Altezza massima di sollevamento del pelo libero

Un altro parametro indicativo del movimento del fluido è l'altezza massima raggiunta dal pelo libero. Ci può dare infatti, insieme al moto del baricentro, un'idea dell'entità degli spostamenti subiti dal fluido. Infatti dai risultati ottenuti si riscontra che il liquido si solleva, per un riempimento di 10m di 0.10m; mentre per un riempimento di 14m si solleva di 0.15m.

### 8.3.4 Analisi delle frequenze

Come detto nel *par. § 7.3.4*, il sisma agisce energizzando il fluido, inducendo una perturbazione dallo stato di quiete, che una volta vinta l'inerzia iniziale, comincia ad oscillare e, proprio per l'inerzia di una massa fluida così grande, esso non oscilla con la stessa frequenza con cui varia il terremoto, ma con una legge di spostamento di tipo sinusoidale più lenta. Per avere quantitativamente il dato sulla frequenza di oscillazione, basta calcolare la Fast Fourier Transformed (FFT), cioè la trasformata rapida di Fourier, delle leggi di movimento del baricentro. Le frequenze fondamentali del segnale di partenza sono individuate da un picco del tracciato della cosiddetta Power Spectral Density.

Se esaminiamo la FFT sul segnale del sisma, notiamo che il segnale è caratterizzato da uno spettro di frequenze variabile da 0 a fino a 60-70 Hz.

Per quanto riguarda la risposta complessiva della massa fluida in questo caso, che in questa aèlicazione è stata caratterizzata dall'analisi del moto del baricentro, dalle figure seguenti si trae il fondamentale dato che il segnale che rappresenta il moto del fluido è composto principalmente da due armoniche una a frequenza pari a 0,1 Hz e l'altra a 0,3 Hz.

Per cui si può concludere che il sisma agisce perturbando lo stato di equilibrio del fluido, che poi oscilla secondo la sua pulsazione naturale.

In generale, i modi di vibrare del fluido sono  $n$ . Quello che però interessa in questi casi è sempre il primo, in quanto è quello che viene ad essere eccitato.

Analisi di Fourier serbatoio 10 m

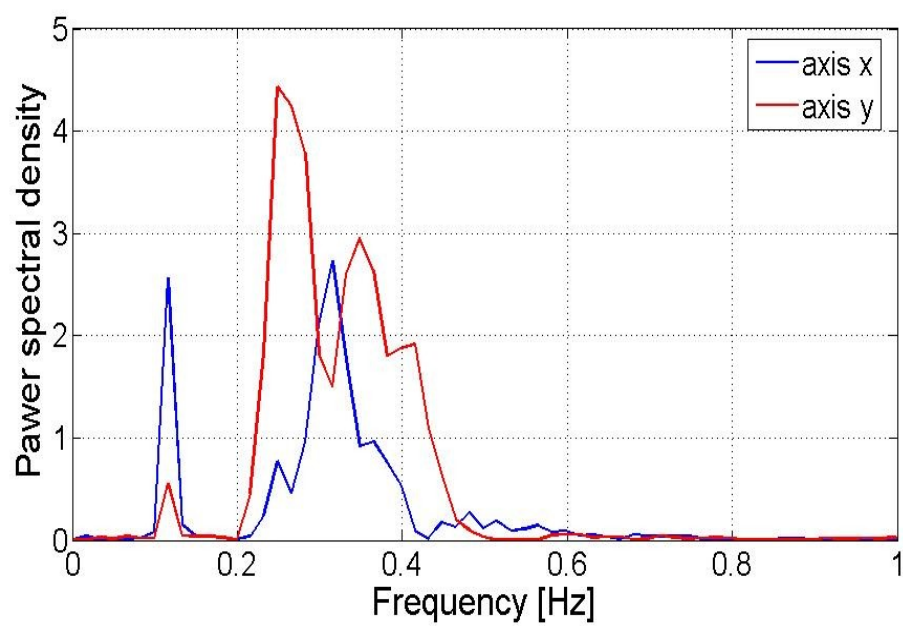


Figura 6.18

Analisi di Fourier serbatoio 14 m

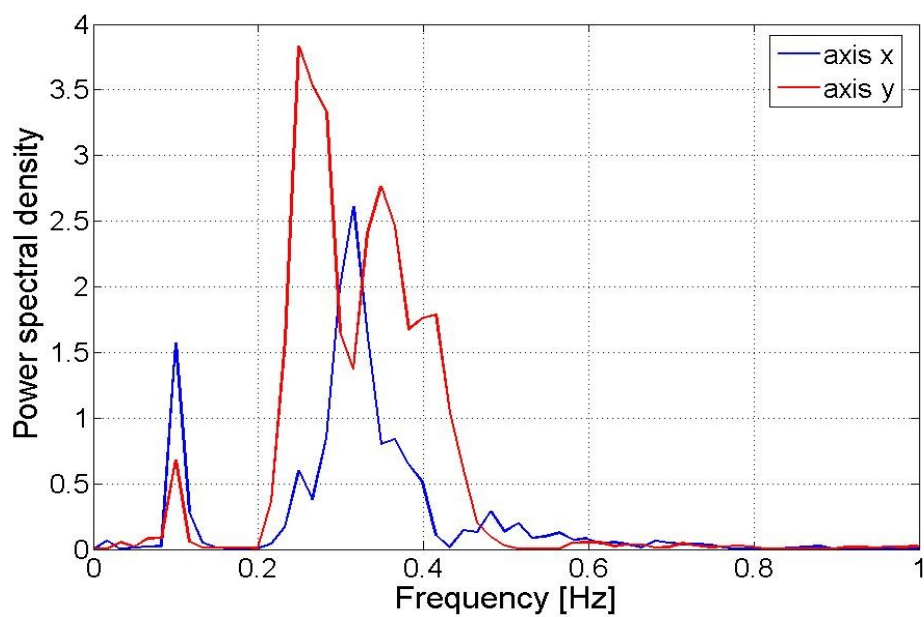


Figura 6.19

### 8.3.6 Andamento delle forze e dei momenti sul serbatoio

Dal punto di vista della sicurezza dei serbatoi, relativa all'evento sismico, c'è da valutare l'entità delle forze complessive scaricate sulla struttura e causate dal movimento del fluido. Come detto precedentemente, sono state monitorate le componenti della forza esercitata sul mantello e la forza verticale esercitata sulla base.

Nel primo caso, possiamo evincere dai diagrammi che l'andamento della forza sul mantello, dipende dal movimento della massa liquida. Più precisamente, nei casi in cui il liquido non subisce grandi spostamenti, l'andamento ricalca quello dell'accelerogramma, con dei picchi, causati dagli incrementi impulsivi di pressione (prevalenza del contributo impulsivo), in corrispondenza della massima accelerazione impressa dal sisma. Nei casi in cui invece la massa liquida subisce spostamenti maggiori, che persistono per tutta la durata dell'evento, nel periodo iniziale si osserva un andamento del tipo precedente e successivamente, una volta che il liquido ha vinto l'inerzia iniziale e comincia ad oscillare (prevalenza azione convettiva), si osserva un andamento che ricalca quello del moto del baricentro, con dei valori della forza più grandi rispetto al tipo precedente nella seconda parte dell'evento.

Per quel che riguarda la componente verticale possiamo semplicemente dire che si registra un'oscillazione della stessa intorno ad un valore medio, pari naturalmente al peso del liquido, di ampiezza tanto più grande, quanto maggiore è l'ampiezza dello spostamento del fluido (valutata sempre rispetto al baricentro).

Per ciò che concerne i momenti, il loro andamento segue, come giusto che sia, quello delle relative forze.

Componente forza sul mantello serbatoio 10 m

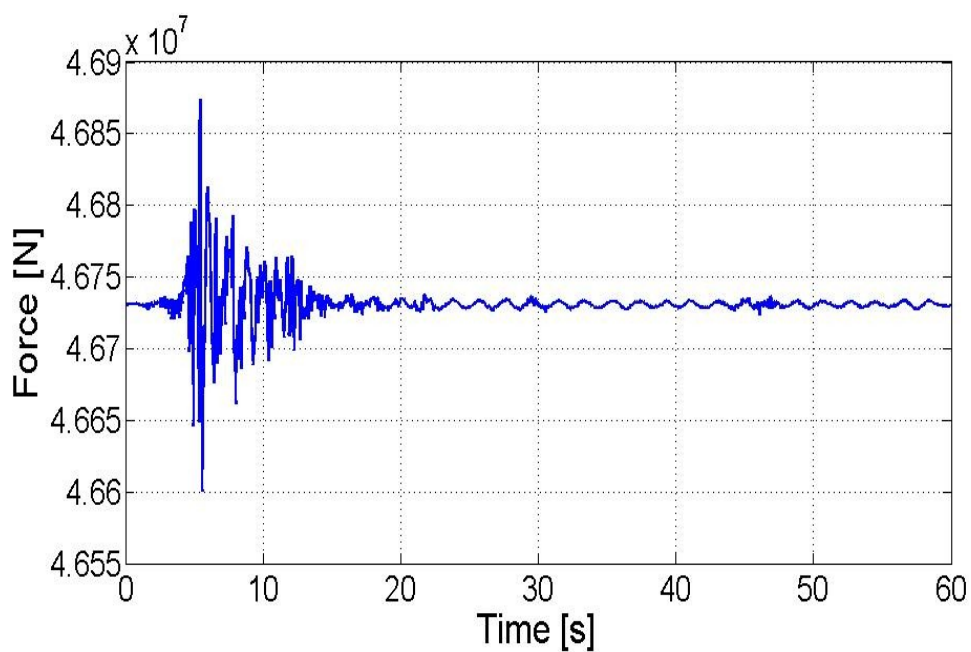


Figura 6.19

Componente forza sul mantello serbatoio 14 m

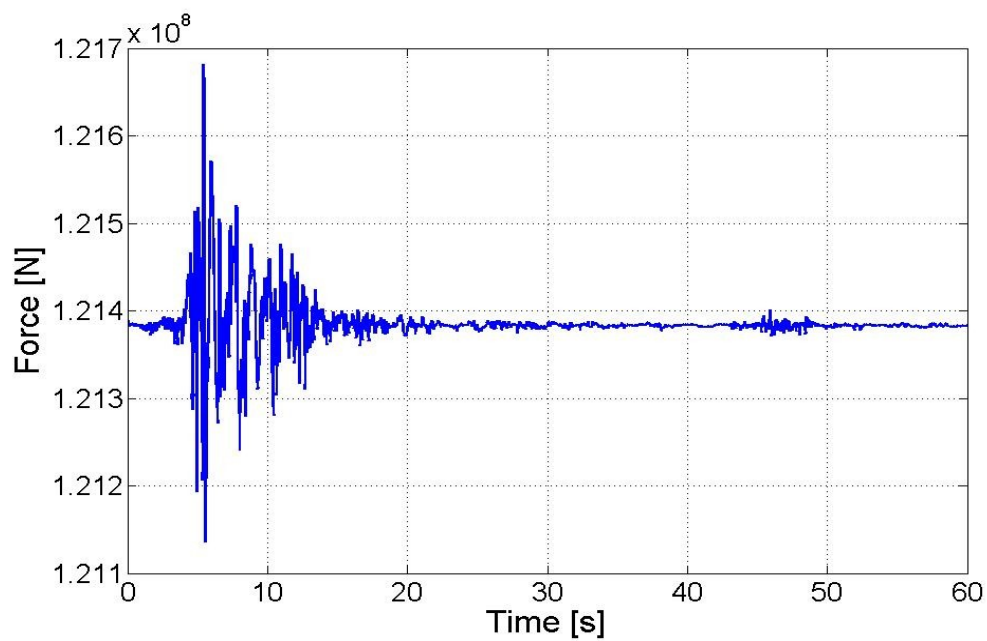


Figura 6.20

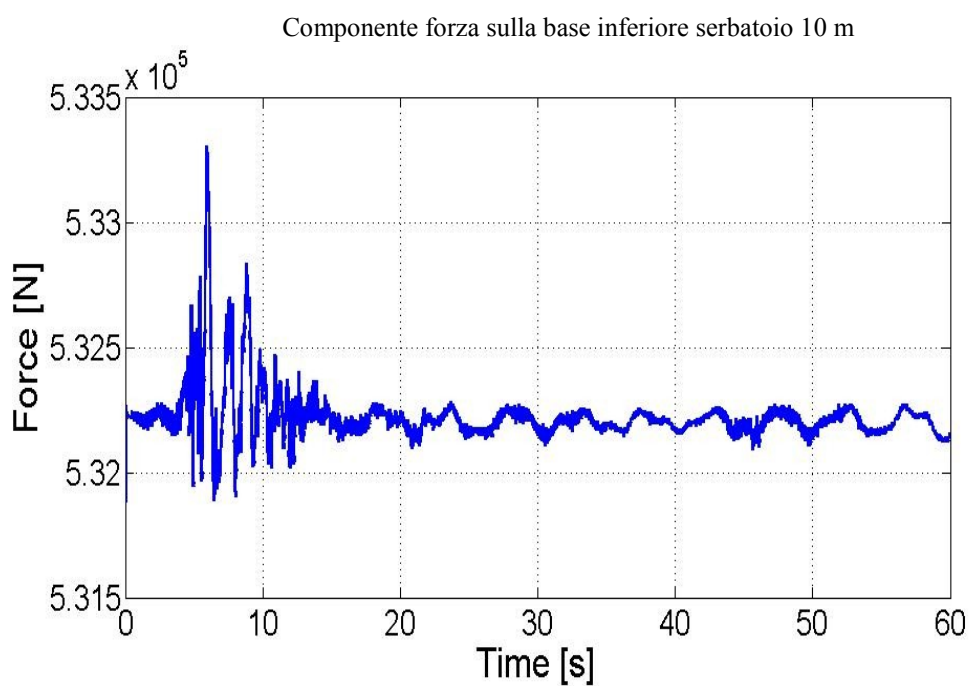
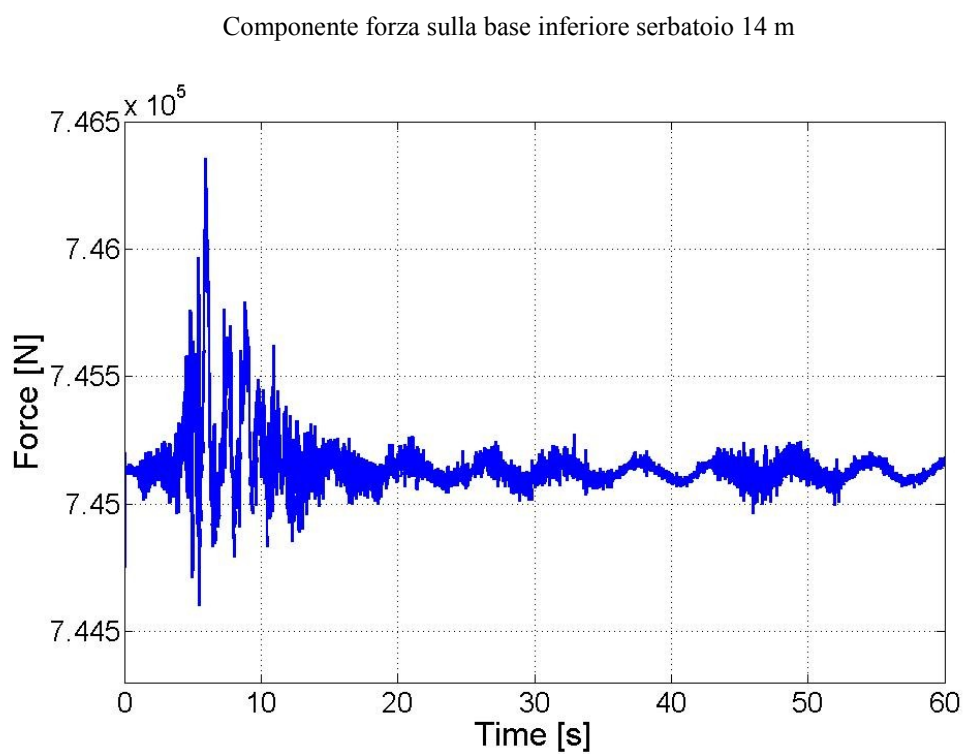
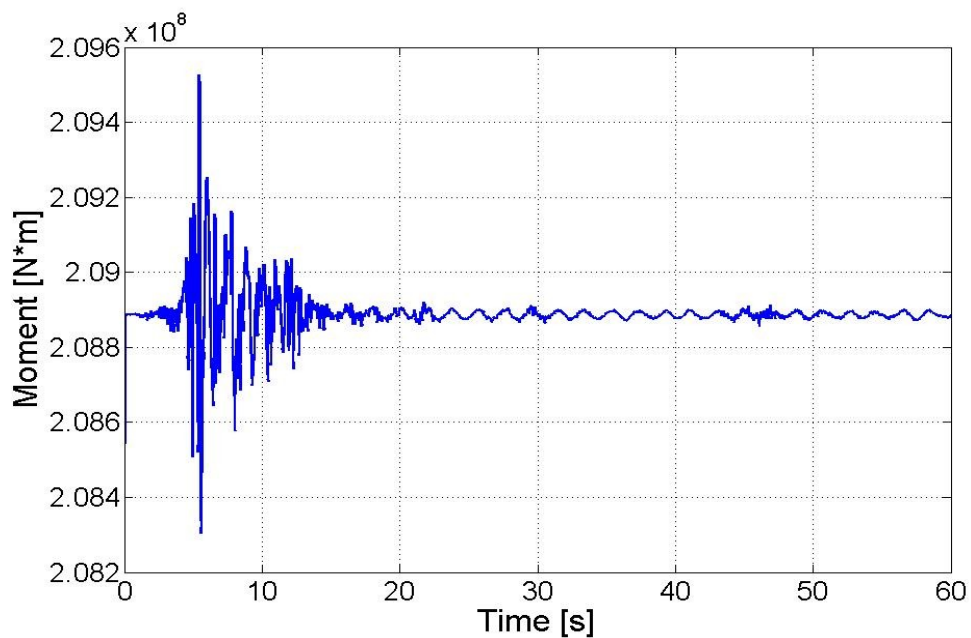


Figura 6.21

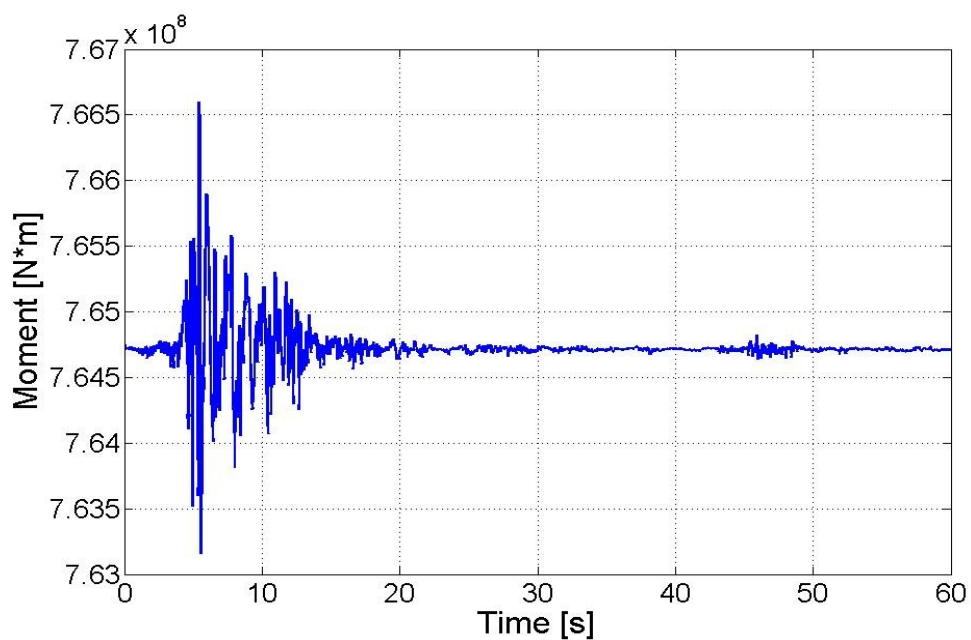


**Figura 6.22**

Momento ribaltante-serbatoio 10 m

**Figura 6.23**

Momento ribaltante-serbatoio 14 m

**Figura 6.24**

## Capitolo 9

### Confronto con le norme internazionali

In questo capitolo si confronteranno i risultati ottenuti con il Fluent per il sollevamento del pelo libero del gasolio contenuto nel serbatoio cilindrico e dei sali fusi contenuti nel serbatoio troncoconico con quanto prescrivono le norme Eurocode 8- part. 4, API 650 e Indian Standard Code

#### 9.1 Caratteristiche del sito e del serbatoio

Per l'applicazione delle norme nel seguito si farà riferimento al sito considerato precedentemente nel terzo capitolo ed è quello avente le seguenti caratteristiche:

- Il sito è classificato in zona sismica di tipo 1 secondo l'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri del 20.03.2003, "Primi elementi in materia di criteri generali per la CLASSIFICAZIONE SISMICA del territorio nazionale e di normative tecniche per le COSTRUZIONI IN ZONA SISMICA (Ordinanza n. 3274)".

- Tipologia di terreno : A (Suolo omogeneo molto rigido)

L'applicazioni delle norme al serbatoio di forma cilindrico non ci sono difficoltà in quanto è una forma contemplata, per l'applicazione invece al serbatoio di forma troncoconico si pone un problema, quello che le norme non contemplano direttamente questa forma di serbatoio. Allora si è scelto di considerare un serbatoio cilindrico equivalente avente la stessa altezza, diametro e livello di riempimento di quello troncoconico.



<u>Serbatoio cilindrico</u>		<u>Serbatoio troncoconico</u>	
Altezza	11 [m]	Altezza	15 [m]
Altezza battente	10 [m]	Altezza battente	14 [m]
Diametro	10 [m]	Diametro	41 [m]
Densità gasolio	830 [kg/m <sup>3</sup> ]	Densità sali fusi	1740 [kg/m <sup>3</sup> ]
Spessore <i>equival.</i>	0.008 [m]	Spessore <i>equival.</i>	0.008 [m]

Facciamo l'ipotesi che tutte e due i serbatoi siano costruiti con lo stesso acciaio SA240-316 TI [1]:

Il 316 Ti è un acciaio inossidabile austenitico stabilizzato al titanio per una migliore saldabilità e per applicazioni ad elevate temperature. L'acciaio 316 Ti, come il 316, mostra accresciuta resistenza alla corrosione localizzata (pitting, crevice) rispetto al 304. Il bassissimo tenore di carbonio fornisce inoltre una minima tendenza alla precipitazione di carburi di cromo e conseguentemente una minor vulnerabilità all'attacco intergranulare in mezzi corrosivi. Resistente alla corrosione intergranulare secondo EN 3651-2 sia nelle condizioni di fornitura che dopo trattamenti di sensibilizzazione.

- $\rho_{\text{acc}} = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- $E = 160 \cdot 10^3 \text{ [MPa]} = 160 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$

Proprietà fisiche Physical Properties	Unità di misura Units	Temperatura - Temperature (°C)					
		20	100	200	300	400	600
<b>Dilatazione termica da 20 a T (°C)</b> Thermal expansion from 20 to T (°C)	(10 <sup>-6</sup> /K)	-	16.5	17.5	18.0	18.5	-
<b>Modulo di Young</b> Young's Modulus	(10 <sup>3</sup> MPa)	200	195	187	179	173	160
<b>Conducibilità termica</b> Thermal conductivity	(W/m/K)	15	13.5	-	-	-	-
<b>Capacità termica</b> Heat capacity	(J/kg/K)	500	-	-	-	-	-
<b>Resistività elettrica</b> Electrical resistivity	μΩ•m	750	-	-	-	-	-

**Tabella 9-1** Proprietà fisiche

Temperatura Temperature	°C °C	20	50	100	200	300	400	500
Snervamento Yield strength	R <sub>p</sub> 0.2% MPa, N/mm <sup>2</sup>	220	197	180	163	145	136	129
Rottura Tensile strength	R <sub>m</sub> MPa, N/mm <sup>2</sup>	580	575	570	540	510	490	465

**Tabella 9-2** Caratteristiche meccaniche alta temperatura

## 9.2 Normative di riferimento

Per la progettazione della tanca di un sistema di accumulo termico che tenga conto dell'evento sismico si può far riferimento a diverse norme:

Un elenco, non esaustivo, di norme potrebbe essere il seguente:

- Eurocodice 8, parte 4 (*applicazione della procedura semplificata Malotra et al. 2000*)
- Indian Standard Seismic Code.
- API 650 (Welded Steel Tanks for Oil Storage) appendice E

L'API 650 usa il modello meccanico di Housner (1963) con le modifiche di Wozniak and Mitchell (1978). Non essendoci un apprezzabile differenza tra i parametri del modello rigido e quelli del modello flessibile, i valori di questi parametri impulsivi e convettivi sono ricavati attraverso il modello meccanico che considera un serbatoio rigido.

L'Eurocodice 8 menziona il modello meccanico di Veletsos and Yang (1977) come una procedura accettabile per serbatoi circolari rigidi. Per serbatoi circolari flessibili, i modelli di Veletsos (1984) e Haron e Housner (1981) sono descritti assieme alla procedura di Malhotra et al. (2000). Per serbatoi rettangolari rigidi è consigliato il modello di Housner (1963).

L'Indian Standard Seismic Code usa il modello meccanico di Housner (1963a) per tutti i tipi di serbatoi sia quelli in calcestruzzo, interrati o semi interrati che comunemente vengono considerati a pareti rigide sia quelli in acciaio che sono considerati a pareti flessibili.

### 9.3 Euro codice 8, parte 4

Procedimento semplificato per serbatoi cilindrici a base fissa (Malhotra, 1997)  
[2]

Gli effetti idrodinamici in un serbatoio sono valutati con la sovrapposizione di queste due componenti: (1) La componente impulsiva, che rappresenta l'azione del fluido vicino alla base del serbatoio che si muove rigidamente con la parete flessibile del serbatoio; e (2) la componente convettiva, che rappresenta l'azione del liquido sottoposto ad un moto di sbattimento vicino alla superficie libera. In questa analisi, il sistema serbatoio-liquido è modellato da due sistemi ad un grado di libertà, uno corrispondente all'azione impulsiva e l'altro alla componente convettiva. Le risposte impulsiva e convettiva sono combinate prendendo in considerazione la loro somma numerica piuttosto che il valore ottenuto dalla radice della media dei quadrati.

**Periodi naturali:** I periodi naturali delle risposte convettive ed impulsive, in secondi, sono

$$T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{\rho} H}{\sqrt{s/R} \sqrt{E}} \quad (9.1)$$

$$T_{con} = C_c \sqrt{R} \quad (9.2)$$

per il calcolo del modulo di Young dell'acciaio del serbatoio troncoconico si operato come mostrato dalla seguente equazione tenendo conto della temperatura a cui si trovano ad operare i sali fusi e cioè pari a 550 °C:

$$E = -86.208 * 550 + 203901 = 1.565 \times 10^5 \text{ [MPa]} = 1.565 \cdot 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]} \quad [3]$$

mentre per il calcolo del modulo di Young dell'acciaio del serbatoio cilindrico si è preso quello di riferimento a temperatura ambiente.

<u>Serbatoio cilindrico</u>			<u>Serbatoio troncoconico</u>		
Altezza battente (H)	10	[m]	Altezza battente (H)	14	[m]
Raggio (R)	5	[m]	Raggio (R)	20.5	[m]
Densità gasolio ( $\rho$ )	830	[kg/m <sup>3</sup> ]	Densità gasolio ( $\rho$ )	1740	[kg/m <sup>3</sup> ]
Spessore equival. ( $s$ )	0.008	[m]	Spessore equival. ( $s$ )	0.008	[m]
E acciaio	$200 \cdot 10^9$	[N/m <sup>2</sup> ]	E acciaio	$156.5 \cdot 10^9$	[N/m <sup>2</sup> ]
$m$ (massa totale)	659400	[kg]	$m$ (massa totale)	32144760	[kg]
H/R	2	-	H/R	0.68	-
$C_i$	6.21	-	$C_i$	6.77	-
$C_c$	1.48	-	$C_c$	1.55	-
$m_i/m$	0.763	-	$m_i/m$	0.4022	-
$m_c/m$	0.237	-	$m_c/m$	0.5978	-
$m_i$	503122	[kg]	$m_i$	12928622	[kg]
$m_c$	156277	[kg]	$m_c$	19216137	[kg]

La massa totale del gasolio contenuto sarà pari a:

- $m = \rho * V = 840 * 785 = 659400 \text{ kg}$
- $\rho = 840 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- $V = \pi R^2 H = 3.14 * (5)^2 * 10 = 785 \text{ m}^3$

La massa totale dei sali fusi contenuti sarà pari a:

- $m = \rho * V = 1740 * 18474 = 32144760 \text{ kg}$
- $\rho = 1740 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- $V = \pi R^2 H = 3.14 * (20.5)^2 * 14 = 18474 \text{ m}^3$

Sempre dalla tabella 4-1 abbiamo che per il gasolio

- $m_i = 0.763 * 659400 = 503122 \text{ kg}$  *massa impulsiva*
- $m_c = 0.237 * 659400 = 156277 \text{ kg}$  *massa convettiva*

invece per i sali fusi:

- $m_i = 0.4022 * 32144760 = 12928622 \text{ kg}$  *massa impulsiva*
- $m_c = 0.5978 * 32144760 = 19216137 \text{ kg}$  *massa convettiva*

Inoltre H/R rappresenta il rapporto caratteristico del serbatoio ed in fine con questo valore entrando nella seguente tabella 4-1 si sono ricavati i valori  $C_i$ ,  $C_c$

$H/R$	$C_1$	$C_c$	$m_l/m$	$m_c/m$	$h_l/H$	$h_c/H$	$h'_l/H$	$h'_c/H$
0,3	9,28	2,09	0,176	0,824	0,400	0,521	2,640	3,414
0,5	7,74	1,74	0,300	0,700	0,400	0,543	1,460	1,517
0,7	6,97	1,60	0,414	0,586	0,401	0,571	1,009	1,011
1,0	6,36	1,52	0,548	0,452	0,419	0,616	0,721	0,785
1,5	6,06	1,48	0,686	0,314	0,439	0,690	0,555	0,734
2,0	6,21	1,48	0,763	0,237	0,448	0,751	0,500	0,764
2,5	6,56	1,48	0,810	0,190	0,452	0,794	0,480	0,796
3,0	7,03	1,48	0,842	0,158	0,453	0,825	0,472	0,825
Nota - $C_c$ è espresso in $s/m^{1/2}$ .								

Tabella 9.3

Serbatoio cilindrico:

$$T_{imp} = 6.21 \frac{840^{0.5} * 10}{(0.008/5)^{0.5} (200 * 10^9)^{0.5}} = 0.1 \text{ s}$$

$$T_{con} = 1.48 * (5)^{0.5} = 3.31 \text{ s}$$

Serbatoio troncoconico:

$$T_{imp} = 6.77 \frac{1740^{0.5} * 14}{(0.008/20.5)^{0.5} (156.5 * 10^9)^{0.5}} = 0.50 \text{ s}$$

$$T_{con} = 1.55 * (20.5)^{0.5} = 7 \text{ s}$$

Spettro di risposta elastica orizzontale

Nella maggior parte dei casi solo il primo modo di oscillazione o di sbattimento, e la corrispondente frequenza devono essere considerati per scopi di progetto.  $Se(T_{cl})$  è l'appropriato spettro di risposta elastica per l'accelerazione. Essa è calcolata secondo la seguente correlazione:

$$0 \leq T_{cl} \leq T_B \quad S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \left[ 1 + \frac{T_{cl}}{T_B} (\eta \cdot 2.5 - 1) \right]$$

$$\begin{aligned}
T_B \leq T_{cl} \leq T_C & \quad S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \\
T_C \leq T_{cl} \leq T_D & \quad S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C}{T_{cl}} \right] \\
T_C \leq T_{cl} \leq 4 \text{ sec} & \quad S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T_{cl}^2} \right]
\end{aligned} \tag{9.4}$$

In cui:

$T_{cl}$  è il periodo del primo modo di vibrazione;

$a_g$  è l'accelerazione di progetto di un terreno di tipo A;

$T_B$  è il limite inferiore del periodo della zona con spettro di accelerazione costante;

$T_C$  è il limite superiore del periodo della zona con spettro di accelerazione costante;

$T_D$  corrisponde all'inizio dell'intervallo dello spettro di risposta a spostamento costante;

$S$  è il fattore di suolo;

$\eta$  è il fattore di correzione dello smorzamento con un valore di riferimento di  $\eta = 1$  per 5% smorzamento viscoso utilizzato per serbatoi in calcestruzzo. Il valore del fattore di correzione dello smorzamento  $\eta$  può essere determinate dall'espressione:  $\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0.55$ , dove  $\xi$  è il rapporto dello smorzamento viscoso della struttura espresso in percentuale. Nel nostro caso trattandosi di un serbatoio in acciaio considereremo  $\xi = 2\%$  ossia  $\eta = 1.19$ , mentre con  $\xi = 0.5\%$  per il calcolo dell'accelerazione spettrale convettiva avremo  $\eta = 1.35$ .

La  $a_g$  è funzione della zona sismica, come indicato in Tabella 9.4.

Per una zona di tipo 1 si ha:  $a_g = 0.35g$ . Considerando invece un suolo di tipo A (Tabella 9.5), si possono ricavare i fattori:  $S=1.0$ ,  $T_B=0.15$ ,  $T_C=0.4$  e  $T_D=2.0$ .

Zona	Valore di $a_g$
1	0.35g
2	0.25g
3	0.15g
4	0.05g

Tabella 9-3 – Zone sismiche.

Ground type	$S$	$T_B$ (s)	$T_C$ (s)	$T_D$ (s)
A	1.0	0.15	0.4	2.0
B	1.2	0.15	0.5	2.0
C	1.15	0.20	0.6	2.0
D	1.35	0.20	0.8	2.0
E	1.4	0.15	0.5	2.0

Tabella 9-4 – Valori dei parametri descriventi lo spettro di risposta elastica di Tipo 1

Avendo calcolato precedentemente per il serbatoio cilindrico:

$$T_{imp} = 0.1 \text{ s} \quad \rightarrow \quad 0 \leq T_{cl} \leq T_B$$

$$S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \left[ 1 + \frac{T_{cl}}{T_B} (\eta \cdot 2.5 - 1) \right]$$

$$T_{con} = 3.31 \text{ s} \quad \rightarrow \quad T_C \leq T_{cl} \leq 4s$$

$$S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T_{cl}^2} \right]$$

$$S_e(T_{imp}) = 0.35 * 1.00 * \left[ 1 + \frac{0.1}{0.15} (1.19 * 2.5 - 1) \right] = 0.76 \text{ g}$$

$$S_e(T_{con}) = 0.35 * 1.00 * 1.35 * 2.5 * \left[ \frac{0.4 * 2}{3.31^2} \right] = 0.086 \text{ g}$$

Mentre per il serbatoio troncoconico:

$$T_{imp} = 0.5 \text{ s} \quad \rightarrow \quad T_C \leq T_{cl} \leq T_D$$

$$S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C}{T_{cl}} \right]$$

$$T_{con} = 7.0 \text{ s} \quad \rightarrow \quad T_C \leq T_{cl} \leq 4s$$

$$S_e(T_{cl}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T_{cl}^2} \right]$$

$$S_e(T_{imp}) = 0.35 * 1.00 * 1.19 * 2.5 * \left[ \frac{0.4}{0.5} \right] = 0.833 \text{ g}$$

$$S_e(T_{con}) = 0.35 * 1.00 * 1.35 * 2.5 * \left[ \frac{0.4 * 2}{7^2} \right] = 0.0193 \text{ g}$$

#### Altezza massima del pelo libero

Il contributo predominante all'altezza dell'onda di superficie è fornito dal primo modo, e l'espressione del picco all'orlo è:

$$d_{max} = R \cdot S_e(T_{con}) \quad (9.5)$$

dove  $R$  è il raggio del serbatoio ed  $Se(T_{con})$  è l'appropriato spettro di risposta elastica per l'accelerazione.

Nei nostri casi per il serbatoio cilindrico:

- caso  $R = 5 \text{ m}$  mentre la  $Se(T_{con}) = 0.086$

$$d_{max} = 0.43 \text{ m}$$

Mentre per il serbatoio troncoconico:

- caso  $R = 20.5 \text{ m}$  mentre la  $Se(T_{con}) = 0.0193$

$$d_{max} = 0.40 \text{ m}$$



### 9.4 Indian Standard seismic Code

Invece, secondo la norma Indian Standard Seismic Code l'altezza massima delle onde in un serbatoio alto  $H$  e di diametro  $D$  è data dalla relazione:

$$d_{max} = (A_h)_c R \frac{D}{2} \quad (9.6)$$

Dove  $A_{hc}$  è il coefficiente sismico orizzontale di tipo convettivo ed  $R$  il fattore di riduzione della risposta.

Per un serbatoio ancorato vale  $R = 2.5$  come si evince dalla tabella.

Table 2 – Response reduction factor,  $R$

Type of tank	$R$
<b>Elevated tank</b>	
<b>Tank supported on masonry shaft</b>	
a) Masonry shaft reinforced with horizontal bands *	1.3
b) Masonry shaft reinforced with horizontal bands and vertical bars at corners and jambs of openings	1.5
<b>Tank supported on RC shaft</b>	
RC shaft with two curtains of reinforcement, each having horizontal and vertical reinforcement	1.8
<b>Tank supported on RC frame<sup>#</sup></b>	
a) Frame not conforming to ductile detailing, i.e., ordinary moment resisting frame (OMRF)	1.8
b) Frame conforming to ductile detailing, i.e., special moment resisting frame (SMRF)	2.5
<b>Tank supported on steel frame<sup>#</sup></b>	2.5
<b>Ground supported tank</b>	
<b>Masonry tank</b>	
a) Masonry wall reinforced with horizontal bands *	1.3
b) Masonry wall reinforced with horizontal bands and vertical bars at corners and jambs of openings	1.5
<b>RC / prestressed tank</b>	
a) Fixed or hinged/pinned base tank (Figures 6a, 6b, 6c)	2.0
b) Anchored flexible base tank (Figure 6d)	2.5
c) Unanchored contained or uncontained tank (Figures 6e, 6f)	1.5
<b>Steel tank</b>	
a) Unanchored base	2.0
b) Anchored base	2.5
<b>Underground RC and steel tank<sup>*</sup></b>	4.0

<sup>#</sup> These  $R$  values are meant for liquid retaining tanks on frame type staging which are inverted pendulum type structures. These  $R$  values shall not be misunderstood for those given in other parts of IS 1893 for building and industrial frames.

<sup>\*</sup> These tanks are not allowed in seismic zones IV and V.

<sup>\*</sup> For partially buried tanks, values of  $R$  can be interpolated between ground supported and underground tanks based on depth of embedment.

Tabella 9-6 – Coefficiente  $R$

Invece, il coefficiente sismico orizzontale  $A_{hc}$  è dato dalla:

$$(A_h)_c = \frac{Z}{2} \frac{I}{R} \left( \frac{S_a}{g} \right)_c \quad (9.7)$$

In essa  $Z$  è il fattore di zona ed  $I$  il fattore di importanza. Il fattore  $Z$  è funzione della zona sismica considerata (vedi Tabella 9.7): per una zona a sismicità alta (zona IV) possiamo assumere  $Z=0.36$ . Invece,  $I$  è un fattore che vale 1 per serbatoi di normale utilizzo ed 1.5 nel caso il loro utilizzo sia esteso anche in situazioni di emergenza. Nel nostro caso assumeremo conservativamente  $I=1.5$ .

**Tabella 9.7** fattori sismici di zona

<b><i>Zona sismica</i></b>	<b><i>I</i></b>	<b><i>II</i></b>	<b><i>III</i></b>	<b><i>IV</i></b>
Fattore $Z$	0.1	0.16	0.24	0.36

Lo spettro di accelerazione della risposta  $S_a(T_c)/g$  è invece funzione di due parametri ( $S$  e  $T_{c1}$ ) relativi alla tipologia di suolo (Tabella 9.8) e del primo periodo naturale  $T_c$ :

$$\frac{S_a(T_c)}{g} = \begin{cases} 2.5 & \text{se } T_c < T_{c1} \\ \frac{S}{T_c} & \text{se } T_c \geq T_{c1} \end{cases} \quad (9.8)$$

<b><i>Tipo di suolo</i></b>	<b><i>T<sub>c1</sub></i></b>	<b><i>S</i></b>
Suolo di consistenza dura	0.40	1.00
Suolo di consistenza media	0.55	1.36
Suolo di consistenza soffice	0.67	1.67

**Tabella 9.8** Fattore di suolo

Nel nostro caso possiamo ipotizzare un terreno di alta solidità e quindi prendere  $T_{c1}=0.40$  ed  $S=1.00$ .

Il primo periodo naturale  $T_c$  si ricava tramite la relazione:

$$T_c = C_c \sqrt{\frac{D}{g}} \quad (9.9)$$

dove  $C_c$  è il coefficiente delle forze convettive che è funzione delle dimensioni del serbatoio:

$$C_c = \frac{2\pi}{\sqrt{3.68 \tanh(3.68 \cdot H/D)}} \quad (9.10)$$

	Serbatoio cilindrico	Serbatoio troncoconico
$C_c$	3.27	3.55
$T_c$	3.27s	7.25s
$S_c(T_c)/g$	0.30	0.1396
$A_{hc}$	0.036	0.0168
<b><math>d_{max}</math></b>	<b>0.45m</b>	<b>0.67m</b>

### 9.5 API 650, Welded Steel Tanks for oil storage

Secondo la norma Americana API 650 l'altezza massima delle onde in un serbatoio alto  $H$  e di diametro  $D$  è data dalla relazione:

$$d_{max} = 1.125 \cdot Z \cdot I \cdot C_c \cdot T_c^2 \cdot \tanh\left(4.77 \sqrt{\frac{H}{D}}\right) \cdot 0.3048 \quad (9.11)$$

In essa  $Z$  è il fattore di zona ed  $I$  il fattore di importanza. Il fattore  $Z$  è funzione della zona sismica considerata (vedi Tabella 9.10): per una zona a sismicità alta (zona 4) possiamo assumere  $Z=0.40$ . Invece,  $I$  è un fattore che vale 1 per serbatoi di normale utilizzo ed 1.25 nel caso il loro utilizzo sia esteso anche in situazioni di emergenza. Nel nostro caso assumeremo conservativamente  $I=1.25$ .

**Tabella 9.10** *Fattori sismici zona*

<b><i>Zona sismica</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2A</i></b>	<b><i>2B</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>
Fattore <i>Z</i>	0.075	0.15	0.20	0.30	0.40

Con  $C_c$  è indicato il coefficiente delle forze convettive che è funzione di  $T_c$ , il primo periodo naturale. Il valore di  $T_c$  è ricavato tramite la:

$$T_c = \frac{0.578}{\sqrt{\tanh(3.67 \cdot H/D)}} \sqrt{\frac{D}{0.3048}} \quad (9.12)$$

Quindi  $C_c$  vale:

$$C_c = \begin{cases} \frac{0.75S}{T_c} & \text{se } T_c \leq 4.5 \text{ s} \\ \frac{3.375S}{T_c^2} & \text{se } T_c > 4.5 \text{ s} \end{cases} \quad (9.13)$$

In cui  $S$  è il coefficiente relativo al tipo di suolo (vedi Tabella 9.11): nel nostro caso possiamo ipotizzare un terreno di alta solidità e quindi prendere  $S=1$ .

**Tabella 9.11** *Fattore di suolo*

<b><i>Tipo di suolo</i></b>	<b><i>Descrizione</i></b>	<b><i>S</i></b>
S1	Suolo tipo roccia	1.0
S2	Suolo di consistenza densa	1.2
S3	Suolo di consistenza media	1.5
S4	Suolo di consistenza soffice	2.0

In tale ipotesi otteniamo:

	Serbatoio cilindrico	Serbatoio troncoconico
$T_c$	3.32s	7.18s
$C_c$	0.24	0.065
$d_{max}$	<b>0.45m</b>	<b>0.57m</b>

## 9.6 Conclusioni

Dall'analisi della tabella sottostante risulta evidente che quando si tratta di applicare le norme al serbatoio cilindrico c'è essenzialmente una concordanza nel risultato.

Un risultato del resto conservativo come si conviene ad una norma. Invece quando la forma del serbatoio è risultata essere particolare l'applicazione delle norme ha prodotto risultati differenti. Nel caso dell' Indian Standar Code è risultato essere molto conservativo.

	API 650	INDIAN	EUROCODE	FLUENT
<b>Serbatoio Cilindrico</b>	<b>0.45m</b>	<b>0.45m</b>	<b>0.43m</b>	<b>0.30m</b>
<b>Serbatoio troncoconico</b>	<b>0.57m</b>	<b>0.67m</b>	<b>0.40m</b>	<b>0.15m</b>

Comunque questo confronto con le norme, unitamente al confortante confronto con le prove sperimentali eseguite in laboratorio e al confronto con i dati sperimentali reperiti in letteratura, mi permette di concludere che il modello numerico definito con Fluet ha avuto tutto sommato un ottimo riscontro.

E questo fa sì che esso possa essere un valido strumento nell'applicazioni ad altri casi con la consapevolezza della bontà del risultato.

Una possibile applicazione, oltre a quella di poter testare altre forme innovative di serbatoi, può essere quella di verificare se l'aggiunta di elementi mobili o fissi all'interno dei serbatoi possano essere utili a limitare il fenomeno dello sloshing.

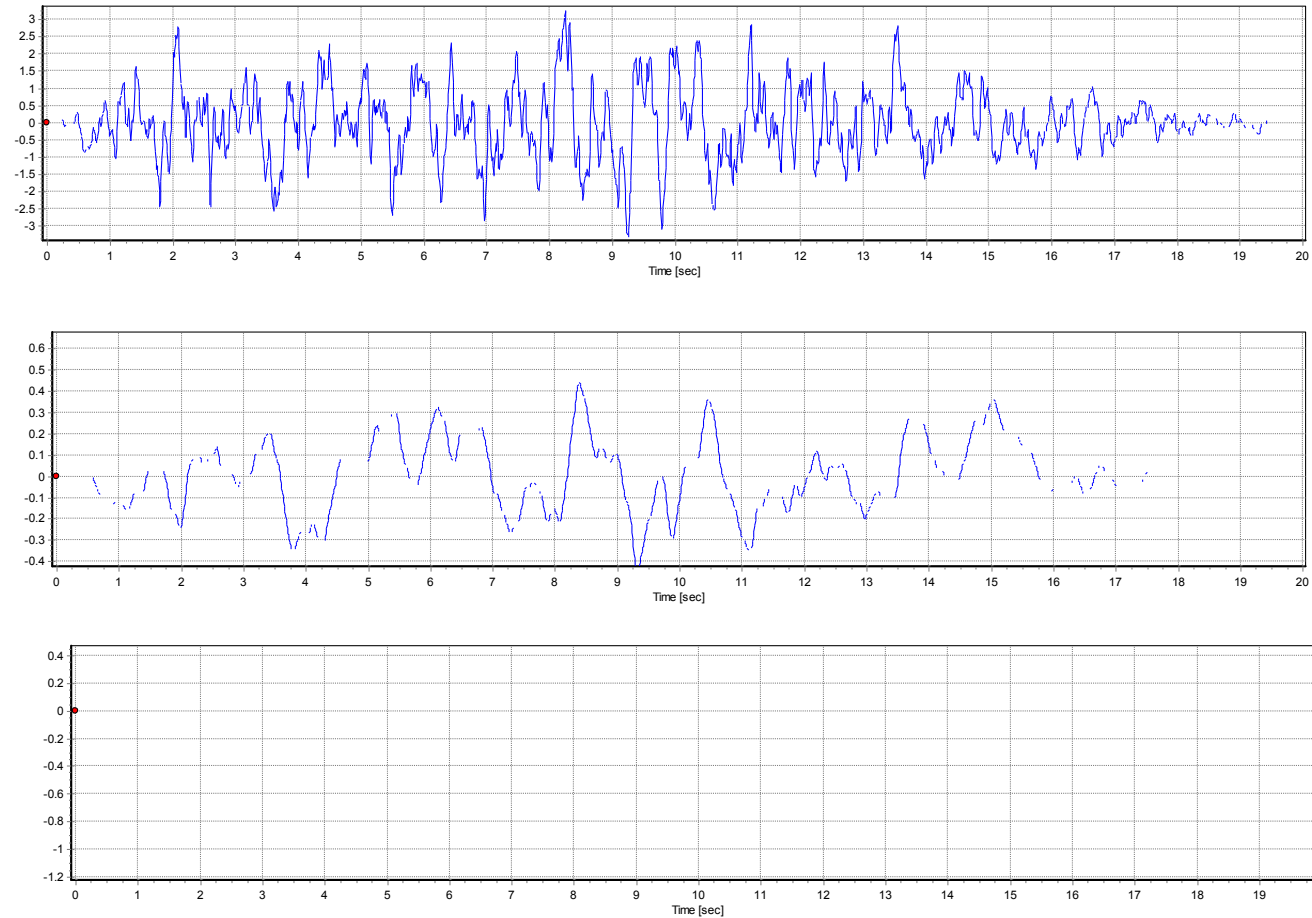
E trovare un sistema capace di limitare a basso costo il fenomeno dello sloshing è un argomento che attira parecchi interessi, basti pensare alla possibilità di limitare le oscillazioni causate dal carico delle metaniiere e delle petroliere con un'evidente ricaduta positiva nei tempi di consegna.

Avere uno strumento numerico valido quindi permette pure di indagare diverse strade della ricerca a costo zero. Risolvendo però molti dubbi al ricercatore.

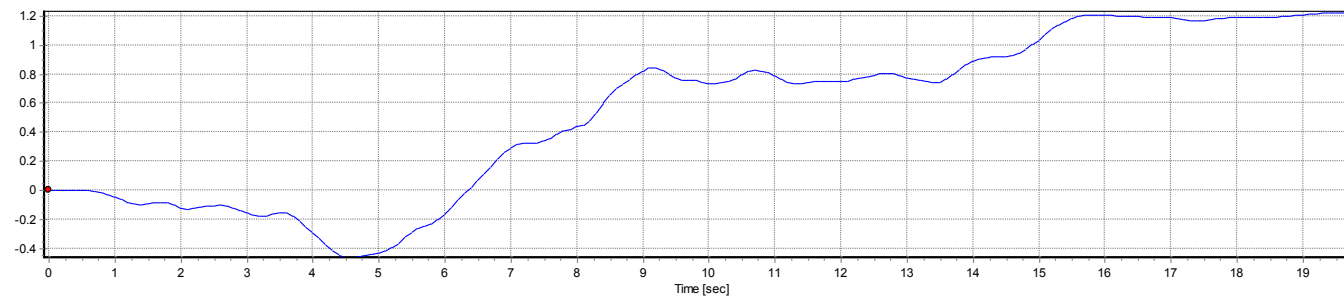
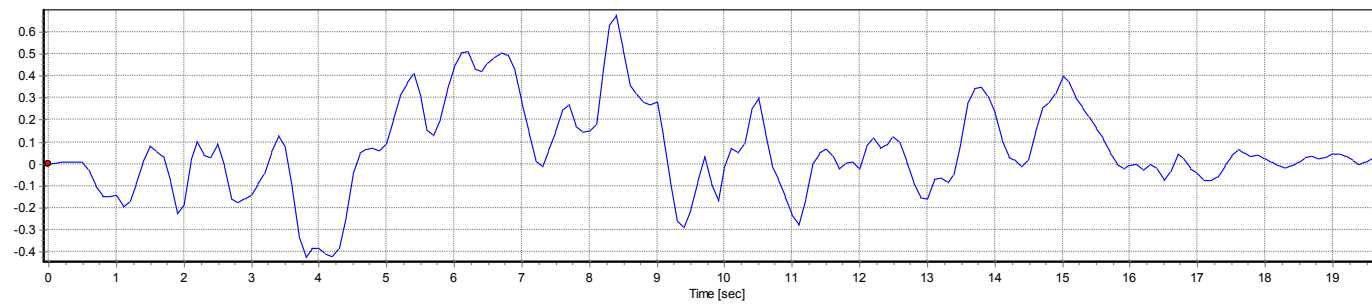
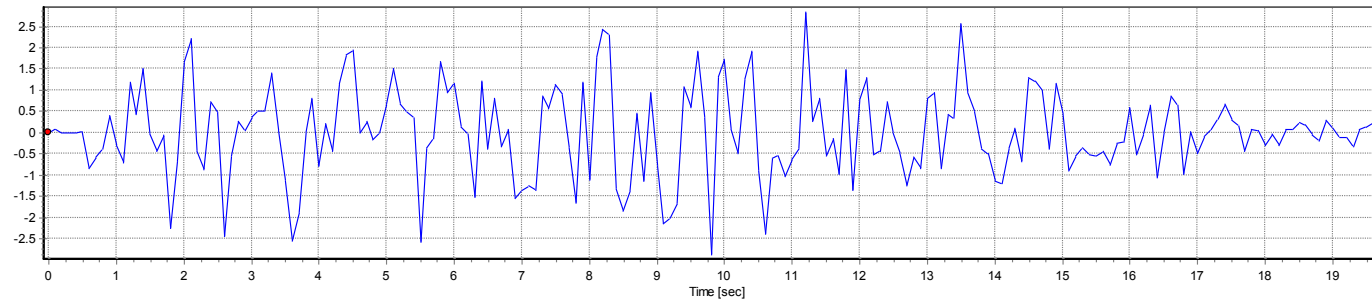
## Bibliografia

- [1] Acciai speciali Terni – 316 TI (EN 10.088 – 2 – 1.4571) – THYSSENKRUPP.
- [2] EUROCODICE 8, Indicazioni progettuali per la resistenza sismica delle strutture, Parte 4: silos, serbatoi e tubazioni. UNI ENV 1998-4.
- [3] ASME sez. III, Divisione 1 – NH. 2000

# Appendice 1. Grafici dell'accelerazione, velocità e spostamento per [s-2]



## Appendice 2. Grafici dell'accelerazione, velocità e spostamento per [s-1]





Appendice 3. Tabella dell'accelerazione, velocità e spostamento per [s-1]

Time [sec]	Acceleration [m/sec <sup>2</sup> ]	Velocity [m/sec]	Displacement [m]
0	-0,005	0	0
0,1	0,089	0,004	0
0,2	0,008	0,009	0,001
0,3	-0,006	0,009	0,002
0,4	0,006	0,009	0,003
0,5	0,032	0,011	0,004
0,6	-0,848	-0,03	0,003
0,7	-0,563	-0,1	-0,003
0,8	-0,39	-0,148	-0,016
0,9	0,402	-0,147	-0,031
1	-0,298	-0,142	-0,045
1,1	-0,703	-0,192	-0,061
1,2	1,174	-0,169	-0,081
1,3	0,423	-0,089	-0,093
1,4	1,518	0,008	-0,098
1,5	-0,036	0,082	-0,092
1,6	-0,435	0,059	-0,085
1,7	-0,061	0,034	-0,081
1,8	-2,26	-0,082	-0,081
1,9	-0,655	-0,228	-0,098

$\Delta$ Accelerazione	$\Delta$ Velocità	$\Delta$ spostamento
0,094	0,004	0
-0,081	0,005	0,001
-0,014	0	0,001
0,012	0	0,001
0,026	0,002	0,001
-0,88	-0,041	-0,001
0,285	-0,07	-0,006
0,173	-0,048	-0,013
0,792	0,001	-0,015
-0,7	0,005	-0,014
-0,405	-0,05	-0,016
1,877	0,023	-0,02
-0,751	0,08	-0,012
1,095	0,097	-0,005
-1,554	0,074	0,006
-0,399	-0,023	0,007
0,374	-0,025	0,004
-2,199	-0,116	0
1,605	-0,146	-0,017
2,33	0,051	-0,022

2	1,675	-0,177	-0,12	0,53	0,194	-0,009
2,1	2,205	0,017	-0,129	-2,645	0,089	0,009
2,2	-0,44	0,106	-0,12	-0,425	-0,066	0,007
2,3	-0,865	0,04	-0,113	1,581	-0,007	0,003
2,4	0,716	0,033	-0,11	-0,269	0,058	0,006
2,5	0,447	0,091	-0,104	-2,896	-0,1	0,007
2,6	-2,449	-0,009	-0,097	1,893	-0,15	-0,01
2,7	-0,556	-0,159	-0,107	0,814	-0,015	-0,018
2,8	0,258	-0,174	-0,125	-0,198	0,016	-0,016
2,9	0,06	-0,158	-0,141	0,326	0,022	-0,015
3	0,386	-0,136	-0,156	0,123	0,045	-0,012
3,1	0,509	-0,091	-0,168	-0,011	0,05	-0,006
3,2	0,498	-0,041	-0,174	0,909	0,095	0
3,3	1,407	0,054	-0,174	-1,348	0,074	0,01
3,4	0,059	0,128	-0,164	-1,197	-0,054	0,011
3,5	-1,138	0,074	-0,153	-1,418	-0,185	-0,001
3,6	-2,556	-0,111	-0,154	0,693	-0,221	-0,023
3,7	-1,863	-0,332	-0,177	1,887	-0,092	-0,039
3,8	0,024	-0,424	-0,216	0,796	0,042	-0,041
3,9	0,82	-0,382	-0,257	-1,608	0,002	-0,037
4	-0,788	-0,38	-0,294	0,996	-0,029	-0,04
4,1	0,208	-0,409	-0,334	-0,637	-0,011	-0,041
4,2	-0,429	-0,42	-0,375	1,591	0,036	-0,041
4,3	1,162	-0,384	-0,416	0,677	0,15	-0,032
4,4	1,839	-0,234	-0,448	0,106	0,19	-0,014
4,5	1,945	-0,044	-0,462	-1,95	0,097	0,002

4,6	-0,005	0,053	-0,46	0,266	0,012	0,006
4,7	0,261	0,065	-0,454	-0,423	0,005	0,007
4,8	-0,162	0,07	-0,447	0,156	-0,008	0,007
4,9	-0,006	0,062	-0,44	0,67	0,033	0,007
5	0,664	0,095	-0,433	0,849	0,109	0,014
5,1	1,513	0,204	-0,419	-0,836	0,109	0,027
5,2	0,677	0,313	-0,392	-0,186	0,059	0,034
5,3	0,491	0,372	-0,358	-0,153	0,041	0,039
5,4	0,338	0,413	-0,319	-2,911	-0,112	0,038
5,5	-2,573	0,301	-0,281	2,226	-0,146	0,021
5,6	-0,347	0,155	-0,26	0,203	-0,024	0,015
5,7	-0,144	0,131	-0,245	1,825	0,077	0,015
5,8	1,681	0,208	-0,23	-0,747	0,13	0,028
5,9	0,934	0,338	-0,202	0,227	0,105	0,039
6	1,161	0,443	-0,163	-1,035	0,064	0,048
6,1	0,126	0,507	-0,115	-0,166	0,005	0,051
6,2	-0,04	0,512	-0,064	-1,47	-0,078	0,049
6,3	-1,51	0,434	-0,015	2,726	-0,015	0,04
6,4	1,216	0,419	0,025	-1,605	0,042	0,046
6,5	-0,389	0,461	0,071	1,207	0,021	0,046
6,6	0,818	0,482	0,117	-1,147	0,025	0,05
6,7	-0,329	0,507	0,167	0,416	-0,012	0,05
6,8	0,087	0,495	0,217	-1,647	-0,074	0,047
6,9	-1,56	0,421	0,264	0,187	-0,147	0,035
7	-1,373	0,274	0,299	0,13	-0,13	0,02
7,1	-1,243	0,144	0,319	-0,113	-0,13	0,008

7,2	-1,356	0,014	0,327	2,213	-0,025	-0,001
7,3	0,857	-0,011	0,326	-0,298	0,07	0,002
7,4	0,559	0,059	0,328	0,568	0,085	0,01
7,5	1,127	0,144	0,338	-0,233	0,101	0,02
7,6	0,894	0,245	0,358	-1,26	0,026	0,026
7,7	-0,366	0,271	0,384	-1,289	-0,101	0,024
7,8	-1,655	0,17	0,408	2,833	-0,024	0,013
7,9	1,178	0,146	0,421	-2,284	0,004	0,017
8	-1,106	0,15	0,438	2,881	0,033	0,014
8,1	1,775	0,183	0,452	0,645	0,21	0,028
8,2	2,42	0,393	0,48	-0,125	0,236	0,052
8,3	2,295	0,629	0,532	-3,615	0,049	0,068
8,4	-1,32	0,678	0,6	-0,519	-0,158	0,06
8,5	-1,839	0,52	0,66	0,485	-0,16	0,044
8,6	-1,354	0,36	0,704	1,809	-0,045	0,032
8,7	0,455	0,315	0,736	-1,598	-0,034	0,031
8,8	-1,143	0,281	0,767	2,099	-0,01	0,026
8,9	0,956	0,271	0,793	-1,758	0,008	0,029
9	-0,802	0,279	0,822	-1,337	-0,147	0,022
9,1	-2,139	0,132	0,844	0,135	-0,207	0,002
9,2	-2,004	-0,075	0,846	0,35	-0,183	-0,017
9,3	-1,654	-0,258	0,829	2,72	-0,029	-0,029
9,4	1,066	-0,287	0,8	-0,466	0,083	-0,024
9,5	0,6	-0,204	0,776	1,307	0,125	-0,016
9,6	1,907	-0,079	0,76	-1,558	0,113	-0,001
9,7	0,349	0,034	0,759	-3,226	-0,126	0

9,8	-2,877	-0,092	0,759	4,21	-0,078	-0,016
9,9	1,333	-0,17	0,743	0,397	0,154	-0,01
10	1,73	-0,016	0,733	-1,652	0,09	0,004
10,1	0,078	0,074	0,737	-0,573	-0,021	0,007
10,2	-0,495	0,053	0,744	1,769	0,039	0,006
10,3	1,274	0,092	0,75	0,652	0,16	0,016
10,4	1,926	0,252	0,766	-2,812	0,052	0,031
10,5	-0,886	0,304	0,797	-1,513	-0,164	0,023
10,6	-2,399	0,14	0,82	1,799	-0,15	0,005
10,7	-0,6	-0,01	0,825	0,051	-0,058	-0,004
10,8	-0,549	-0,068	0,821	-0,499	-0,079	-0,01
10,9	-1,048	-0,147	0,811	0,423	-0,084	-0,02
11	-0,625	-0,231	0,791	0,27	-0,049	-0,025
11,1	-0,355	-0,28	0,766	3,194	0,124	-0,025
11,2	2,839	-0,156	0,741	-2,583	0,155	-0,005
11,3	0,256	-0,001	0,736	0,556	0,053	0,002
11,4	0,812	0,052	0,738	-1,346	0,014	0,007
11,5	-0,534	0,066	0,745	0,404	-0,033	0,004
11,6	-0,13	0,033	0,749	-0,845	-0,055	0,001
11,7	-0,975	-0,022	0,75	2,46	0,025	-0,003
11,8	1,485	0,003	0,747	-2,842	0,007	0,003
11,9	-1,357	0,01	0,75	2,129	-0,03	-0,002
12	0,772	-0,02	0,748	0,511	0,103	0,003
12,1	1,283	0,083	0,751	-1,809	0,038	0,012
12,2	-0,526	0,121	0,763	0,081	-0,049	0,009
12,3	-0,445	0,072	0,772	1,173	0,014	0,007

12,4	0,728	0,086	0,779	-0,73	0,037	0,011
12,5	-0,002	0,123	0,79	-0,493	-0,025	0,012
12,6	-0,495	0,098	0,802	-0,764	-0,088	0,006
12,7	-1,259	0,01	0,808	0,674	-0,092	-0,004
12,8	-0,585	-0,082	0,804	-0,274	-0,072	-0,012
12,9	-0,859	-0,154	0,792	1,677	-0,002	-0,017
13	0,818	-0,156	0,775	0,125	0,088	-0,011
13,1	0,943	-0,068	0,764	-1,794	0,004	-0,005
13,2	-0,851	-0,064	0,759	1,287	-0,02	-0,009
13,3	0,436	-0,084	0,75	-0,099	0,038	-0,006
13,4	0,337	-0,046	0,744	2,234	0,146	0,001
13,5	2,571	0,1	0,745	-1,637	0,175	0,02
13,6	0,934	0,275	0,765	-0,458	0,07	0,031
13,7	0,476	0,345	0,796	-0,857	0,005	0,035
13,8	-0,381	0,35	0,831	-0,1	-0,043	0,033
13,9	-0,481	0,307	0,864	-0,649	-0,081	0,028
14	-1,13	0,226	0,892	-0,079	-0,117	0,016
14,1	-1,209	0,109	0,908	0,846	-0,078	0,007
14,2	-0,363	0,031	0,915	0,465	-0,013	0,002
14,3	0,102	0,018	0,917	-0,78	-0,029	0,001
14,4	-0,678	-0,011	0,918	1,967	0,031	-0,001
14,5	1,289	0,02	0,917	-0,079	0,125	0,008
14,6	1,21	0,145	0,925	-0,239	0,109	0,02
14,7	0,971	0,254	0,945	-1,36	0,029	0,028
14,8	-0,389	0,283	0,973	1,545	0,038	0,029
14,9	1,156	0,321	1,002	-0,736	0,079	0,037

15	0,42	0,4	1,039	-1,332	-0,025	0,039
15,1	-0,912	0,375	1,078	0,361	-0,073	0,034
15,2	-0,551	0,302	1,112	0,204	-0,045	0,028
15,3	-0,347	0,257	1,14	-0,173	-0,043	0,023
15,4	-0,52	0,214	1,163	-0,032	-0,054	0,019
15,5	-0,552	0,16	1,182	0,124	-0,049	0,014
15,6	-0,428	0,111	1,196	-0,337	-0,059	0,008
15,7	-0,765	0,052	1,204	0,513	-0,051	0,002
15,8	-0,252	0,001	1,206	0,023	-0,024	-0,001
15,9	-0,229	-0,023	1,205	0,818	0,018	-0,002
16	0,589	-0,005	1,203	-1,103	0,004	0,001
16,1	-0,514	-0,001	1,204	0,473	-0,028	-0,002
16,2	-0,041	-0,029	1,202	0,68	0,03	-0,002
16,3	0,639	0,001	1,2	-1,712	-0,022	0
16,4	-1,073	-0,021	1,2	1,083	-0,053	-0,005
16,5	0,01	-0,074	1,195	0,84	0,043	-0,006
16,6	0,85	-0,031	1,189	-0,203	0,075	0
16,7	0,647	0,044	1,189	-1,614	-0,016	0,005
16,8	-0,967	0,028	1,194	0,981	-0,048	0
16,9	0,014	-0,02	1,194	-0,51	-0,024	-0,003
17	-0,496	-0,044	1,191	0,398	-0,03	-0,006
17,1	-0,098	-0,074	1,185	0,163	-0,002	-0,008
17,2	0,065	-0,076	1,177	0,251	0,019	-0,007
17,3	0,316	-0,057	1,17	0,362	0,05	-0,003
17,4	0,678	-0,007	1,167	-0,374	0,049	0,002
17,5	0,304	0,042	1,169	-0,141	0,024	0,005

17,6	0,163	0,066	1,174
17,7	-0,446	0,051	1,181
17,8	0,074	0,033	1,185
17,9	0,051	0,039	1,188
18	-0,293	0,027	1,192
18,1	-0,03	0,011	1,194
18,2	-0,295	-0,005	1,194
18,3	0,089	-0,016	1,193
18,4	0,076	-0,007	1,191
18,5	0,247	0,009	1,191
18,6	0,183	0,03	1,193
18,7	-0,065	0,036	1,197
18,8	-0,193	0,023	1,2
18,9	0,291	0,028	1,202
19	0,102	0,048	1,206
19,1	-0,122	0,047	1,211
19,2	-0,123	0,034	1,215
19,3	-0,323	0,012	1,218
19,4	0,087	0	1,218
19,5	0,136	0,012	1,218
19,6	0,238	0,03	1,22
19,7	0,059	0,045	1,224
19,8	0,025	0,049	1,229

-0,609	-0,015	0,007
0,52	-0,018	0,004
-0,023	0,006	0,003
-0,344	-0,012	0,004
0,263	-0,016	0,002
-0,265	-0,016	0
0,384	-0,011	-0,001
-0,013	0,009	-0,002
0,171	0,016	0
-0,064	0,021	0,002
-0,248	0,006	0,004
-0,128	-0,013	0,003
0,484	0,005	0,002
-0,189	0,02	0,004
-0,224	-0,001	0,005
-0,001	-0,013	0,004
-0,2	-0,022	0,003
0,41	-0,012	0
0,049	0,012	0
0,102	0,018	0,002
-0,179	0,015	0,004
-0,034	0,004	0,005



Tavola 1. Serbatoio 250l 1 DOF.

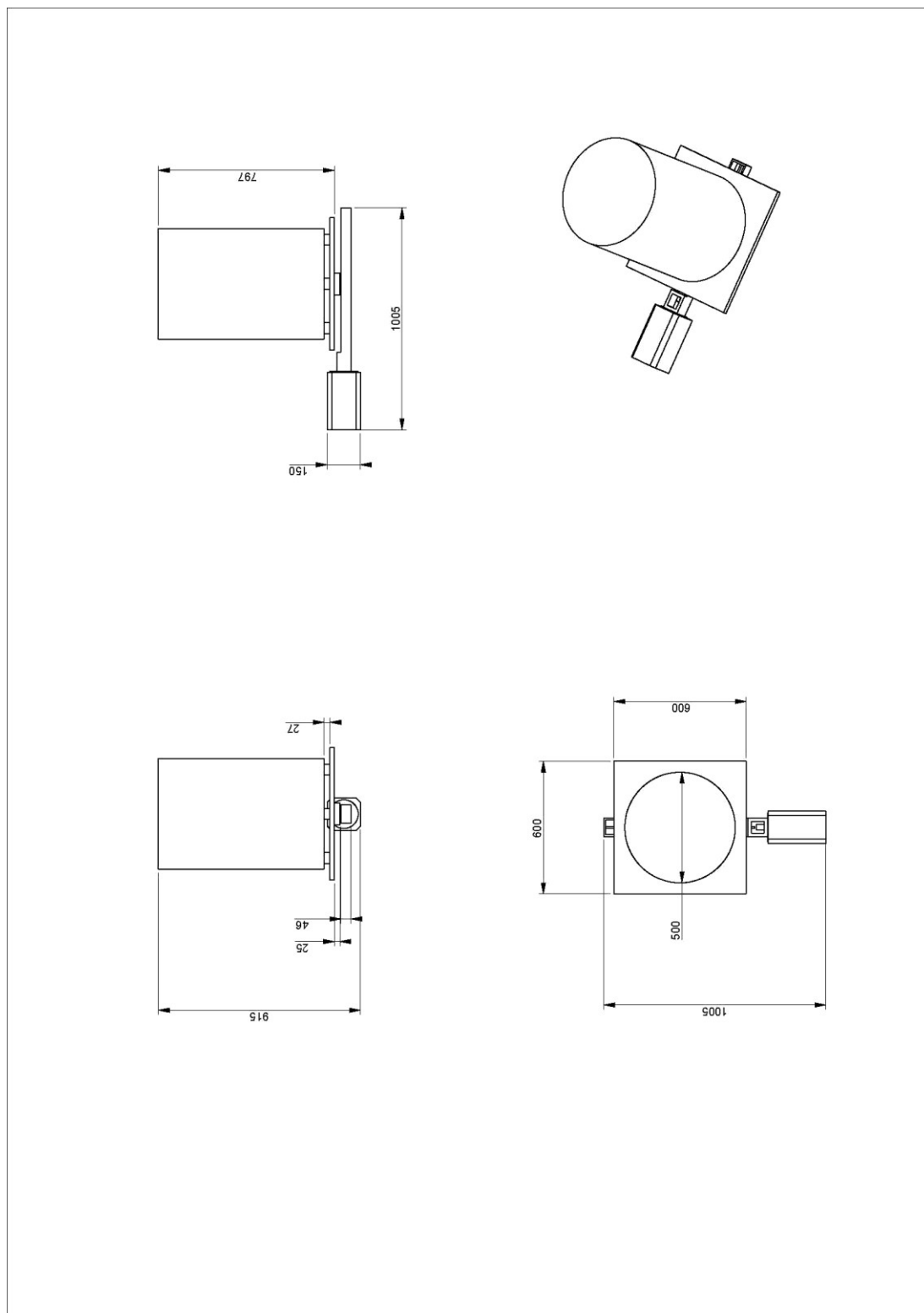


Tavola 2. Serbatoio 500l 2 DOF.

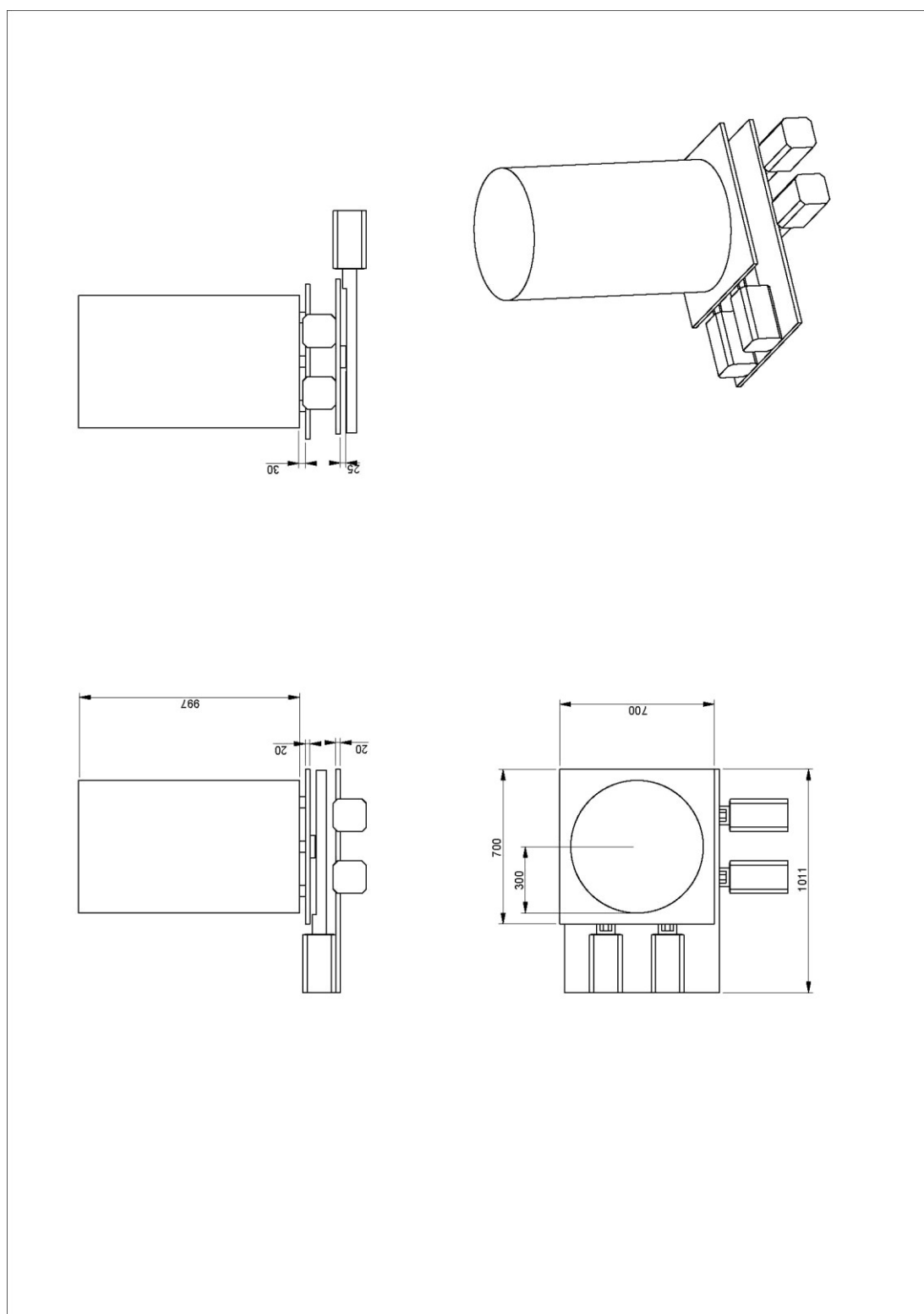


Tavola 3. Serbatoio 500l 4 DOF.

